Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Донбасский государственный педагогический университет
Физико-математический факультет
Кафедра математики

О.Г. Ровенская, О.В. Старкова

Методы теории приближения рациональными функциями и аппроксимациями Паде

Славянск, 2013

Введение

Определяющей идеей теории приближения функций действительной переменной является идея замены сложных объектов в некотором смысле более простыми и удобными, но приближенными к оригиналу. Элементы теории аппроксимации используют во многих областях фундаментальной и прикладной науки, техники. При этом возникают задачи, связанные со скоростью построения приближающих методов, с сокращением объема вычислений, с повышением их точности и вычислительной устойчивости. Необходимость аппроксимации функций возникает при построении математических моделей объектов управления, при этом большое внимание уделяется определению их динамических и вероятностных характеристик. Такие модели широко используются при решении краевых задач для уравнений в частных производных, задач механики деформируемого твердого тела, цифровой обработки сигналов и цифровой фильтрации, моделирования оптических систем и синтезированных голограмм, распознавания образов и др. Помимо отмеченных областей применения, теория аппроксимации используется в таких областях как акустика, звуковая локация, радиолокация, сейсмология, связь, системы передачи данных, ядерная техника и др. В практических приложениях, как правило, от приближающих методов требуется высокое быстродействие, высокая точность аппроксимации, вычислительная устойчивость, минимальные затраты вычислительных ресурсов, универсальность схемы вычисления. Выбор метода аппроксимации зависит от постановки задачи в конкретной предметной области. Существующие схемы приближения в этом аспекте можно формально классифицировать следующим образом:

1. Многочленные приближения.
2. Разложение функций по невязкам.
3. Дробно-рациональные приближения.
4. Итеративные процессы.
5. Сегментная, кусочно-полиномиальная аппроксимация.
6. Приближение тригонометрическими полиномами.

В случае функции одной переменной одним из источников многочленных приближений является разложение функции в степенной ряд Тейлора по степеням x

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + ... + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + ...$$