Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

ПРАКТИЧНІ РОБОТИ
З ДИСЦИПЛІНИ
«НАУКОВІ ОСНОВИ ЯКОСТІ ТА НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ»

Методичні вказівки

для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», денної та заочної форм навчання

Краматорськ – Тернопіль
ДДМА
2023

УДК 621.9.06

Практичні роботи з дисципліни «Наукові основи якості та надійності технічних систем» ***методичні вказівки [для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», денної та заочної форм навчання]*** / [уклад.: Г.П. Клименко]. – Краматорськ; Тернопіль : ДДМА, 2023. – 102 с.

Практичні роботи з дисципліни «Наукові основи якості та надійності технічних систем» розроблені з метою забезпечення високого рівня знань майбутніх фахівців з галузевого машинобудування.

Для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти спеціальності 133 «Галузеве машинобудування».

Укладач: Г.П. Клименко, проф.

Відп. за випуск Я. В. Васильченко, проф.

ПРАКТИЧНЕЗАНЯТТЯ № 1

Визначення кількісних характеристик надійності за статистичними даними про відмови вироби

Теоретичні відомості

Імовірність безвідмовної роботи за статистичними даними про відмови оцінюється виразом

$$P \cdot (t) = \frac{n(t)}{N} \tag{1.1}$$

где $n(t)$ – число виробів, які не відмовили до моменту часу t;

N – число виробів, поставлених на випробування;

$P \cdot (t)$ – статистичнаоцінкаймовірностібезвідмовноїроботивироби.

Для ймовірності відмови за статистичними даними справедливо співвідношення

$$q \cdot (t) = \frac{n - N(t)}{N} \tag{1.2}$$

где $n - N(t)$ – число виробів, яківідмовили до моменту часу t;

$q \cdot (t)$ – статистична оцінка ймовірності відмови вироби.

Частота відмов за статистичними даними про відмови визначається виразом

$$f \cdot (t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} \tag{1.3}$$

где $\Delta n(t)$ – число відмовиливиробів на ділянці часу (t, t–$N \cdot \Delta t$);

$f \cdot (t)$ – статистична оцінка частоти відмов вироби;

Δt – інтервал часу.

Інтенсивність відмов за статистичними даними про відмови визначається формулою

$$\lambda \cdot (t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} \quad (1.4)$$

где n(t) – число виробів, які не відмовили до моменту часу t;

$\Delta n(t)$ – число відмовиливиробів на ділянці часу (t, t+Δt);

$\Delta t \cdot n(t)$ – статистична оцінка інтенсивност івідмов вироби.

Середній час безвідмовної роботи вироби за статистичними даними оцінюється виразом

$$m_t = \frac{1}{N} \Sigma_{i=1}^{N} t_i \quad (1.5)$$

где t_i – час безвідмовної роботи і– говироба;

N – загальне число виробів, поставлених на випробування;

m – статистична оцінка середнього часу безвідмовної роботи вироби.

Для визначення m_t по формуле (1.5) необхідно знати моментивиходу з ладу всіх N виробів. Можна визначати m_t *з рівняння

$$m_t \approx \Sigma_{i=1}^{m} n_i t_{cp\ i} \quad (1.6)$$

где n_i – кількість поламаних виробівв Ш інтервалі часу;

$t_{cp\ i} = \frac{t_{i-1}+t_i}{2}$; $m = t_k/\Delta t$; $\Delta t = t_{i+1-t_i}$; t_i–час початку і–го інтервалу;

ti – час кінця і–гоінтервалу, tк 1 час, протягом якого вийшли з ладу всі вироби;

At – інтервал часу.

$$D_t = \frac{1}{N-1}\Sigma_{i=1}^{n}(t_i - m_t)^2 \quad (1.7)$$

где D_t – статистична оцінка дисперсії часу безвідмовної роботи виробу.

<u>Рішення типових задач</u>

Завдання 1.1. Випробування поставлено 1000 однотипних електронних ламп, за 300 (P годину. Відмовило 80 ламп. Потрібно визначити P (t), q (t) при t = 3000 год.

Рішення. В данному випадку N = 1000; n (t) = 1000–80 = 920; N–n (t) = 1000–920 = 80. Тому лам (1.1) і (1. 2) визначаємо

$$P(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{920}{100} = 0{,}92;$$
$$q(3000) = \frac{N - n(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0{,}08;$$
$$q(3000) = 1 - P(3000) = 1 - 0{,}92 = 0{,}08.$$

Завдання 1.2. На випробування було поставлено 1000 однотипних ламп. За перші 3000 год. відмовило 80 ламп, а за інтервал часу 3000 – 4000 год. Відмовило ще 50 ламп. Потрібно визначити статистичну оцінку частоти та інтенсивності відмов електронних ламп в проміжку часу 3000 – 4000 год.

Рішення. В данному випадку N = 1000; t = 3000 год; At = 1000 годину; Aп (t) = 50; n (t) = 920.

За формулами (1.3) і (1.4) знаходимо

$$f(t) = f \cdot (3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} 1/\text{час};$$

$$\lambda(t) = \lambda \cdot (3000) = \frac{\Delta n(t)}{t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} 1/\text{час};$$

Завдання 1.3. На випробування поставлено N = 400 виробі. За час t = 3000 год відмовило 200 виробів, тобто n (t) = 400–200 = 200. За інтервал часу (t, t + At), де At = 100 годину, відмовило 100 виробів, т. Е. A n (t) = 100. Потрібно визначитиР (3000), Р(3100), Г(3000), Х(3000).

Рішення по формулі (1.1)

$$P(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0{,}5$$

$$P(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0{,}25$$

Використовуючи формули (1.3) і (1 4), отримаємо

$$f(t) = f(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N\Delta t} = \frac{100}{400 \cdot 100} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} 1/\text{час}$$

$$\lambda(t) = \lambda(3000) = \frac{\Delta n(t)}{tn(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 1/\text{час}$$

Завдання 1.4. На випробування поставлено 6 однотипних виробів. Отримані наступні значення t. (Т – час безвідмовної роботи і–говиробу): t_i = 280 годину; t_2 = 350час; t_3 = 400час; t_4 = 320час; t_5 = 380час; t_6 = 330час. Визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи вироби.

Рішення, за формулою (1,5) маємо

$$m_t = \frac{1}{N} \Sigma_{i=1}^{N} t_i = \frac{280 + 350 + 400 + 320 + 380 + 330}{6} = \frac{2060}{6} = 343{,}3\text{час.}$$

Завдання 1.5. За спостережуваний період експлуатації і апаратурі було зафіксовано 7 відмов. Час відновлення склало:

t_1 = 12хв; t_2 = 23мін; t_3 = 15хв; t_4 = 9мін; t_5 = 17мин; t_6 = 28мін; t_7 = 25хв; t_8 = 31 хв.

Потрібно визначити середній час відновлення апаратури.

Рішення

$$m_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{12+23+15+9+17+28+25+31}{8} = \frac{160}{8} = 20 \text{ хв.}$$

Завдання 1.6. В результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного устаткування отриманідані до першої відмови всіх 45 зразків, відомості в табл.1.1. Потрібно визначити mc.

Таблиця 1.1

Δt_i, час	n_i	Δt_i, час	n_i	Δt_i, час	n_i
0…5	1	30…35	4	60…65	3
5…10	5	35…40	3	65…70	3
10…15	8	40…45	0	70…75	3
15…20	2	45…50	1	75…80	1
20…25	5	50…55	0	–	–
25…30	6	55…60	0	–	–

Рішення. В данному випадку

$t_{ср1}$ = 2,5; $_{ср2}$ = 7,5; $t_{ср3}$ = 12,5; $t_{ср4}$ = 17,5; $t_{ср5}$ = 22,5; $t_{ср6}$ = 27,5; $t_{ср7}$ = 2,5; $t_{ср8}$ = 32,5; $t_{ср9}$ = 37,5; $t_{ср10}$ = 42,5; $t_{ср11}$ = 47,5; $t_{ср12}$ = 52,5; $t_{ср13}$ = 57,5; $t_{ср14}$ = 6 2,5; $t_{ср15}$ = 67,5; $t_{ср1}$6 = 72,5;N = 45; m = 16.

Використовуючи формулу (1.6), отримаємо

$$m_t = \frac{1}{N}\Sigma_{i=1}^{N} t_i$$

$$= \frac{\begin{gathered}1 \cdot 25 + 5 \cdot 7{,}5 + 8 \cdot 12{,}5 + 2 \cdot 17{,}5 + 5 \cdot 22{,}5 + 6 \cdot 27{,}5 + 4 \cdot 32{,}5 + 3 \cdot 37{,}5 + 0 \cdot 42{,}5 + \\ +1 \cdot 47{,}5 + 0 \cdot 52{,}5 + 0 \cdot 57{,}5 + 3 \cdot 625 + 367{,}5 + 3 \cdot 72{,}5 + 1 \cdot 77{,}5\end{gathered}}{45}$$

$$= \frac{1427{,}5}{45} = 31{,}7\text{час}$$

Завдання для самостійного рішення

Завдання 1.7. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год. відкачали 50 виробів. За інтервал часу 4000 – 4100 год. Відмовило ще 20 виробів. Потрібно визначити f (t) і λ (t). При t = 4000 год.

Завдання 1.8. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год відмовило 50 виробів. Потрібно визначити p (t) і q (t) при t = 4000час.

Завдання 1.9. Протягом 1000 год з 10 гіроскопів відмовило 2. За інтервал часу 1000 – 1100 год. відмовивще один гіроскоп. Потрібно визначити f (t) і λ (t). при t = 1000 год.

Завдання 1.10. На випробування поставлено 1000 однотипних електронних ламп за перші 3000 год. відмовило 80 ламп. За інтервал часу 3000–4000 год. відмовило ще 50 ламп. Потрібно визначити p (t) і q (t) при t = 4000 год.

Завдання 1.11. На випробування поставлено 1000 Тип. За годину 1 = 1300 год. вийшло з ладу 288 шт. виробів. За наступний інтервал часу 1300–1400 год. вийшло з ладу ще 13 виробів. Необхідкообчислити p (t) при t = 1300час. і t = 1400 год.; f (t) і λ (t) при t = 1300 год.

Завдання 1,12. На випробування поставлено 45 виробів. За час t = 60 год. вийшло з ладу 35 штук виробів. За наступнийінтервал часу 60–65 год. вийшло з ладу ще 3 вироби. Необхідно обчислити p(t) при t = 60час. і t = 65 год.; f (t) і λ (t) при t = 60 год.

Завдання 1.13. В результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного обладнання які пройшли попередню 80–годинну приработку, отримані дані до першої відмови всіх 45 зразків, зведені в табл. 1.2. Необхідно визначити mt

Таблиця 1.2

Δt_i, час	n_i	Δt_i, час	n_i	Δt_i, час	n_i
0…10	19	30…40	3	60…70	1
10…20	13	40…50	0	–	–
20…30	8	50…60	1	–	–

Завдання 1.15. За спостережуваний період експлуатації в апаратурі було зареєстровано 6 відмов. Час відновлення склало: t_1 = 15хв.; t_2 = 20хв, t_3 = 10хв.; t_4 = 28хв.; t_5 = 22хв.; t_6 = 30хв. Потрібно визначити середній час відновлення апаратури mn.

Завдання 1.16. На випробування поставлено 1000 Тип. За час t = l 1000 год. вийшло з ладу 410 виробів. Зв наступнийінтервал часу 11000–12000 годину. вийшло з ладу ще 40 виробів. Необхіднообчислити p (t) при t = l 1000 год. і t = 12000 годину., а також f (t) і λ (t) при t = 11000 годину.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 2

Аналітичне визначення кількісних характеристик надійності виробу

Теоретичні відомості

Випишемо формули, по яких визначатися кількісні характеристики надійності виробу

$$p(t) = \exp(-\int_0^1 \gamma(t)dt = 1 - \int_0^1 f(t)dt \qquad (2.1)$$

$$q(t) = 1 - p(t) \qquad (2.2)$$

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dq(t)}{dt} \qquad (2.3)$$

$$\gamma(t) = \frac{f(t)}{p(t)} \qquad (2.4)$$

$$m_t = \int_0^\infty p(t)dt \qquad (2.5)$$

де p(t) – вірогідність безвідмовної роботи виробу на інтервалі часу від 0 до t;

q(t) – вірогідність відмови виробу на інтервалі часу від 0 до t;

f(t) – частота відмов виробу або щільність вірогідності часу безвідмовної роботи виробу T;

γ(t) – інтенсивність відмов виробу;

m_t – середній час безвідмовної роботи виробу.

Формули (2.1) – (2.5) для експоненціального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу наберуть вигляду

$$p(t) = e^{-\gamma t} \qquad (2.6)$$

$$q(t) = 1 - e^{-\gamma t} \qquad (2.7)$$

$$f(t) = y \cdot e^{-\gamma t} \quad (2.8)$$

$$y(t) = \frac{y \cdot e^{-yt}}{e^{-yt}} = \gamma \quad (2.9)$$

Формули (2.1) – (2.5) для експоненціального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу наберуть вигляду

$$p(t) = 0.5 - \Phi(U) \qquad U = \frac{t - m}{\sigma} \quad (2.10)$$

$$q(t) = 0.5 + \Phi(U) \qquad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^U e^{\frac{U^2}{2}} \, dU \quad (2.11)$$

$$f(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t} \qquad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{U^2}{2}} \, dU \quad (2.12)$$

$$\gamma(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t} \cdot \frac{1}{0.5 - \Phi(U)} \quad (2.13)$$

де $\varphi(U)$ – функція Лапласа, що має властивості

$$\Phi(U) = 0 \quad (2.15)$$

$$\Phi(-U) = -\Phi(U) \quad (2.16)$$

$$\Phi(\infty) = 0{,}5 \quad (2.17)$$

Значення функції φ(U) Лапласа приведені в додатку П. 7.13 [1].

Значення функції приведені в додатку П. 7.17 [1].

Тут m_t – середнє значення випадкової величини Т;

σ_t^2 – дисперсія випадкової величини Т;

Т – час безвідмовної роботи;

Формули (2.1) – (2.5) для закону розподілу Вейбулла часу безвідмовної роботи виробу має вигляд

$$p(t) = e^{-at^k} \quad (2.18)$$

$$q(t) = 1 - e^{-at^k} \quad (2.19)$$

$$f(t) = akt^{k-1} \cdot p(t) \quad (2.20)$$

$$m(t) = \frac{\frac{1}{k}\Gamma \cdot \left(\frac{1}{k}\right)}{a^{\frac{1}{k}}}$$

де а, k – параметри закону розподілу Вейбулла.

Г(х) – гамма–функція, значення якої приведені в додатку П. 7.18 [1].

Формули (2.1) – (2.5) для закону розподілу Релея часу безвідмовної роботи виробу має вигляд

$$f(t) = \frac{t^2}{2\sigma_t^2} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right) \tag{2.25}$$

$$\gamma(t) = \frac{t^2}{2\sigma_t^2} \tag{2.26}$$

$$m(t) = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}} \tag{2.27}$$

де σ_t – міра розподілу випадкової величини Т;

Т – час безвідмовної роботи виробу.

Рішення типових завдань

Завдання 2.1 Час роботи елементу повністю підпорядкований експериментальному закону розподілу з параметром $y = 2{,}5 \cdot 10^{-5} 1/$ година.

Необхідно вичислити кількісні характеристики надійності елементу $p(t)$, $q(t)$, $f(\,m)$, m_t, t=1000 час.

Рішення:

Використовуємо формули (2.6), (2.7), (2.8), (2.10), для $p(t)$, $q(t)$, $f(\,m)$, m_t.

1. Вичислимо вірогідність безвідмовної роботи $p(t) = e^{-yt} = e^{-0.0025} = 0{,}9753$

Використовуючи ці таблиці П. 17.14 [1] отримаємо

$$p(1000) = e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = e^{-0.0025} = 0{,}9753$$

2. Вичислимо вірогідність відмови $q(1000)$. Маємо

$$q(1000) = 1 - p(1000) = 0{,}0247$$

3. Вичислимо частоту відмов

$$f(t) = \gamma(t) \qquad p(t) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot t}$$
$$f(1000) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000}$$

4. Вичислимо середній час безвідмовної роботи

$$m_t = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = 40000 \text{ годин}$$

Завдання 2.2. Час роботи елементу повністю підпорядкований нормальному закону з параметрами $m_t = 8000$ годин, $\sigma_t = 2000$ годин. Необхідно вичислити кількісні характеристики надійності $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(m)$, m_t, для t = 1000 годин.

Рішення:

Скористаємося формулами (2.11), (2.12), (2.13), (2.14) для $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(m)$, m_t.

1. Вичислимо вірогідність безвідмовної роботи

$$p(t) = 0.5 - \Phi(U) \qquad U = \frac{t - m_t}{\sigma_t}$$
$$U = \frac{10000 - 8000}{2000} = 1\Phi(1) = 0{,}3413$$
$$P(10000) = 0{,}5 - 0{,}3413 = 0{,}1587$$

2. Визначимо частоту відмови $f(t)$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_t} \cdot \exp \cdot \left[\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2}\right]$$

Введемо позначення

$$\varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{U^2}{2}} \quad \varphi(-U) = \varphi(U)$$

Тоді

$$f(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t}; \; U = \frac{(t - m_t)}{\sigma_t}$$

$$f(1000) = \frac{\varphi(1)}{2000} = \frac{0.242}{2000} = 12{,}1 \cdot 10^{-5} \, 1/\text{годин}$$

3. Розрахуємо інтенсивність безвідмовної роботи елементу

$$\gamma(t) = \frac{f(t)}{p(t)}$$

$$\gamma(10000) = \frac{f(10000)}{p(10000)} = 12{,}1 \cdot \frac{10^{-5}}{0.1587} = 76{,}4 \cdot 10^{-5} \quad 1/\text{годин}$$

4. Середній час безвідмовної роботи елементу $m_t = 8000$ годин

Завдання 2.3 Час роботи виробу повністю підкоряється закону розподілу Релея. Потрібно вичислити кількісні характеристики надійності виробу $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(t)$, m_t, t =1000 година, якщо параметр розподілу $\sigma_t = 1000$ години

Рішення:

Скористаємося формулами (2.23), (2.25), (2.27), (2.26) для $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(t)$, m_t

1. Вичислимо вірогідність безвідмовної роботи p(t)

$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right)$$

$$p(1000) = \exp\left(-\frac{1000^2}{2 \cdot 1000^2}\right) = e^{-0.5} = 0{,}606$$

2. Визначимо частоту відмови $f(t)$

$$f(t) = \frac{t \cdot p(t)}{\sigma_t^2}$$

$$f(1000) = \frac{1000 \cdot 0.606}{1000^2} = 0{,}606 \cdot 10^{-3} \quad 1/\text{годин}$$

3. Розрахуємо інтенсивність відмов

$$\gamma(t) = \frac{t}{\sigma_t^2}$$

$$\gamma(t) = \frac{1000}{1000^2} = 10^{-3} \quad 1/\text{годин}$$

4. Визначити середній час безвідмовної роботи виробу

$$m_t = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1000 \cdot 1{,}253 = 1253 \text{ годин}$$

Завдання 2.4. Час безвідмовної роботи виробу підкоряється закону Вейбулла з параметрами $k = 1{,}5$, $a = 10^{-4}$ $1/\text{годин}$, а час роботи виробу $t = 100$ годин. Вимагається вичислити кількісні характеристики виробу $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(t)$, m_t

Рішення

1. Визначимо вірогідність безвідмовної роботи $p(t)$ по формулі (2.18)

2. Маємо

$$p(t) = \exp\left(-at^k\right) \qquad p(100) = \exp(10^{-4} \cdot 100^{1{,}5}); \qquad x = 100^{15}$$

$$\lg x = 1{,}5\lg 100 = 3; \quad x = 100; \qquad p(100) = e^{-0{,}1} = 0{,}9048$$

3. Визначимо частоту відмов

$$\gamma(100) = \frac{f(100)}{p(100)} = 1{,}35 \cdot 10^{-3}$$

4. Визначимо середній час безвідмовної роботи виробу $m(t)$

$$m(t) = \frac{\frac{1}{k}\Gamma \cdot \left(\frac{1}{k}\right)}{a^{\frac{1}{k}}} = \frac{\frac{1}{1,5}\Gamma \cdot \left(\frac{1}{1,5}\right)}{10^{-4\frac{1}{1,5}}} = \frac{0,666 \cdot \Gamma(0,666)}{10^{-2,666}}$$

Оскільки $z\Gamma(z) = \Gamma(z +)$, то

$$m(t) = \frac{\Gamma(1,666)}{10^{-2,666}}$$

$$x = 10^{-2,666}; \qquad \lg x = -2,666 \cdot \lg 10 = -2,666 = 3,333; \qquad x = 0.00215$$

Використовуючи додатки П. 7.18 [1], отримаємо

$$m(t) = \frac{0,90167}{0,00215} = 426 \text{ годин}$$

Завдання 2.5 В результаті аналізу даних про відмови апаратури частота відмов отримана у виді

$$f(t) = c_1\gamma_1 e^{-\gamma_{2t}}$$

Вимагається визначити кількісні характеристик надійності

Рішення:

1. Визначимо вірогідність безвідмовної роботи. На підставі формули (2.1) маємо

$$p(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \left[\int_0^t c_1\gamma_1 e^{-\gamma_{2t}} \cdot dt + \int_0^t c_2\gamma_2 e^{-\gamma_{2t}} \cdot dt\right] = 1 — c_1 e^{-\gamma_{2t}{}_0^t} - c_2 e^{-\gamma_{2t}{}_0^t}$$
$$=$$
$$= 1 - [-c_1 e^{-\gamma_{2t}} + -c_1 - c_2 e^{-\gamma_{2t}} + c_2] = 1 - (c_1 + c_2) + c_1 e^{-\gamma_{2t}} + c_2 e^{-\gamma_{2t}}$$

Вичислимо суму $C_1 + C_2$

Оскільки $\int_0^\infty f(t)dt = 1$, тоді

$$\int_0^\infty c_1\gamma_1 e^{-\gamma_{2t}} \cdot dt + \int_0^\infty c_2\gamma_2 e^{-\gamma_{2t}} \cdot dt = c_1 + c_2$$

Тоді

$$p(t) = c_1 e^{-\gamma_{2t}} + c_2 e^{-\gamma_{2t}}$$

2. Знайдемо залежність інтенсивності відмов від часу по формулі

$$\gamma(t) = \frac{f(t)}{p(t)} = \frac{c_1\gamma_1 e^{-\gamma_{2t}} + c_2\gamma_2 e^{-\gamma_{2t}}}{c_1 e^{-\gamma_{2t}} + c_2 e^{-\gamma_{2t}}}$$

3. Визначимо середній час безвідмовної роботи апаратури. На підставі формули (2.5)

$$m(t) = \int_0^\infty p(t)dt = c_1 \int_0^\infty e^{-\gamma_{2t}}dt + c_2 \int_0^\infty e^{-\gamma_{2t}}dt = \frac{c_1}{\gamma_1} + \frac{c_2}{\gamma_2}$$

Завдання для самостійного вирішення.

Завдання 2.6. Вірогідність безвідмовної роботи автоматичної лінії виготовлення циліндрів автомобільного двигуна в течії 120 година рівна 0,9. Пропонується, що справедливий експоненціальний закон надійності. Вимагається розрахувати інтенсивність відмов і частоту відмов лінії для моменту часу $t = 120$ годину, а так само середній час безвідмовної роботи.

Завдання 2.7. Середній час безвідмовної роботи автоматичної системи управління дорівнює 640 годин. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності. Необхідно визначити вірогідність безвідмовної роботи на протязі 120 годин. Частоту відмов для моменту часу $t = 120$ годину і інтенсивність відмов.

Завдання 2.8. Час роботи виробу підпорядкований нормальному закону з параметрами m_t, для $t = 8000$ годин.

Завдання 2.9. Час безвідмовної роботи приладу підпорядкований закону Релея з параметром $\sigma_t = 1860$ годин. Необхідно вичислити $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(t)$, m_t, для t = 1000 година і середній час безвідмовної роботи приладу.

Завдання 2.10. Час справної роботи швидкісних шарикопідшипників підпорядкований закону Вейбулла з параметрами $k = 2{,}6$, $a = 1{,}65 \cdot 10^{-7}$ 1/година.

Завдання 2.11. Вірогідність безвідмовної роботи виробу в течії $t = 1000$ годину, $p(1000) = 0{,}95$. Час справною підпорядкований закону Релея. Вимагається визначити кількісні характеристики надійності $p(t)$, $\gamma(t)$, m_t.

Завдання 2.12. Середній час справної роботи виробу дорівнює 1260 годин. Час справної роботи підпорядкований закону Релея. Необхідно знайти його кількісні характеристики надійності виробу $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(t)$, m_t, для $t = 1000$ годин.

Завдання 2.13. В результаті аналізу даних про відмови виробу встановлено, що частота відмов має вигляд $f(t) = 2\gamma e^{-\gamma t}(1 - e^{-\gamma t})$. Необхідно знайти кількісні характеристики надійності p(t), y(t), m_t.

Завдання 2.14. В результаті аналізу даних про відмови виробів встановлено, що вірогідність безвідмовної роботи виражається формулою $p(t) = 3e^{-\gamma t} - 3e^{-2\gamma t} + e^{-3\gamma t}$.

Завдання 2.15. Визначити вірогідність безвідмовної роботи і інтенсивність відмов приладу при $t = 1300$ годин роботи, якщо при випробуваннях отримано значення середнього часу безвідмовної роботи $m_t = 1500$ годин . І середнє квадратичне відхилення $\sigma_t = 100$ годин.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТІЕ №3

Послідовне з'єднання елементів в систему

Теоретичні відомості

З'єднання елементів називається послідовним, якщо відмова хоча б одного елемента призводить до відмови всієї системи. Система послідовно з'єднаних елементів працездатна тоді, коли працездатні всі її елементи.

Час безвідмовної роботи системи за час t визначається формулою

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \dots P_n(t) = \Pi_{i=1}^{n} P_i(t) \qquad (3.1)$$

де $P_1(t) -$ ймовірність безвідмовної роботи i–го елемента за час t.

Якщо то,$P_1(t) = P^n(t)$

$$P_c(t) = P^n(t) \qquad (3.2)$$

Висловимо $P_c(t)$ через інтенсивність відмов $\lambda_i(t)$ елементів системи.

Маємо:

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^1 \lambda_i(t)dt\right) \qquad (3.3)$$

або

$$P_c(t) = \exp\left(-\int_0^1 \lambda_c(t)dt\right) \qquad (3.4)$$

де

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t) \tag{3.5}$$

Тут $\lambda_i(t)$ – інтенсивність відмов i–го елемента; $\lambda_c(t)$ – інтенсивність відмов системи. Імовірність відмови системи на інтервалі часу (0, t) дорівнює

$$q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \lambda_i(t) \tag{3.6}$$

Частота відмов системи визначається співвідношенням $f_c(t)$

$$f_c(t) = -\frac{dP_C(t)}{dt} \tag{3.7}$$

Інтенсивність відмов системи

$$f_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} \tag{3.8}$$

Середній час безвідмовної роботи системи:

$$m_{tc} = \int_0^\infty P_c(t)dt \tag{3.9}$$

У разі експоненціального закону надійності всіх елементів системи маємо

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = \text{const}; \tag{3.10}$$

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_c; \tag{3.11}$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda t); \tag{3.12}$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda ct}; \tag{3.13}$$

$$f_c(t) = \lambda_c \cdot e^{-\lambda ct} \tag{3.14}$$

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda ct}; \tag{3.15}$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}; \tag{3.16}$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_i}, \tag{3.17}$$

де m_{ti} — середній час безвідмовної роботи і–го елемента.

При розрахунку надійності систем часто доводиться перемножити ймовірності безвідмовної роботи окремих елементів розрахунку, зводити їх до рівня і витягувати коріння. При значеннях P (t), близьких до одиниці, ці обчислення можна з достатньою для практики точністю виконувати за наступними наближеним формулами:

$$\begin{cases} P_1(t)P_2(t) \dots P_n(t) \sim 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i(t) \\ P_I^n(t) = 1 - N_{qi}(t), \\ \sqrt[n]{P_I(t)} = 1 - q_i(t)/n, \end{cases} \tag{3.18}$$

де $q_i(t)$ — ймовірність відмови і–го елемента.

<u>Рішення типових задач</u>

Завдання 3.1. Сістема складається з трьох пристроїв. Інтенсивність відмов електронного пристрою дорівнює $\lambda_1 = 0{,}16 \cdot 10^{-3}$ 1 / год = const. Інтенсивності відмов двох електромеханічних пристроїв лінійно залежать від часу і визначаються наступними формулами

$$\lambda_2 = 0{,}23 \cdot 10^{-4} t\, 1/\text{час}, \lambda_3 = 0{,}06 \cdot 10^{-6} t^{2,6} 1 / \text{час}$$

Необхідно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи виробу протягом 100 год.

Рішення. На підставі формули (3.3) маємо

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^1 \lambda_i(t)dt\right) = \exp\left\{-\left[\int_0^1 \lambda_1 dt + \int_0^1 \lambda_2 dt + \int_0^1 \lambda_3 dt\right]\right\} =$$

$$== \exp\left[-\left(\lambda_1 t + 0{,}23 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{t^2}{2} + 0{,}06 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{t^{3,6}}{3{,}6}\right)\right].$$

Для t = 100 год.

$$P_c(100) = \exp\left[-\left(0{,}16 \cdot 10^{-3} \cdot 100 + 0{,}23 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{100^2}{2} + 0{,}06 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{100^{3,6}}{3{,}6}\right)\right] \sim 0{,}33$$

Завдання 3.2. Система складається з трьох блоків, середній час безвідмовної роботи яких дорівнює: $m_{t1} = 160$ час, $m_{t2} = 320$ час, $m_{t3} = 600$ час. Для блоків справедливий експоненціальний закон надійності. Потрібно визначити середнє безвідмовної роботи системи.

Рішення. Скориставшись формулою (3.17) отримаємо

$$\lambda_1 = \frac{1}{m_1} = \frac{1}{160}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{m_2} = \frac{1}{320}$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{m_3} = \frac{1}{600}$$

Тут λ_i – інтенсівность відмов і–го блоку. На підставі формули (3.11) маємо

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} = 0{,}011\,1/\text{час.}$$

Тут $\lambda_c -$ інтенсивність відмов всієї системи.

На підставі формули (3.16) отримаємо

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}011} \sim 91\ \text{час.}$$

Завдання 3.3. Система складається з 12600 елементів, середня інтенсивність відмов яких $X_{cp} = 0{,}32 \cdot 10^{-6}$ 1 / год. Потрібно визначити $P_c(t), q_c(t), f_c(t), m_{tc}$, для t = 50 год.

Тут $P_c(t) -$ ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t;

$q_c(t)$ $-$ймовірність відмови системи протягом часу t;

$f_c(t)$ $-$частота відмов або щільність ймовірності часу t безвідмовної роботи системи;

m_{tc} $-$середній час безвідмовної роботи системи.

Рішення. Інтенсивність відмов системи за формулою (3.11) буде

$$\lambda_c = \lambda_{cp} \cdot n = 0{,}32 \cdot 10^{-6} \cdot 12600 = 4{,}032 \cdot 10^{-3}\,1/\text{час}$$

З (3.13) маємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda ct}$$

$$P_c(50) = e^{-4{,}032 \cdot 0{,}001 \cdot 50} \sim 0{,}82.$$

З (3.15) отримаємо

$$q_c(t) = e^{-\lambda ct} = \lambda_c P_c(t), q_c(50) = 1 - P_c(50) \sim 0{,}18.$$

З (3.14) маємо

$$f_c(t) = e^{-\lambda ct} = \lambda_c P_c(t), f_c(50) = 4{,}032 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}82 = 3{,}28 \cdot 10^{-3}\ 1\ \ /\ \text{час.}$$

З (3.16) отримаємо

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{4{,}032 \cdot 10^{-3}} \sim 250\ \text{час}$$

Завдання 3.4. Система складається з двох пристроїв. Ймовірності безвідмовної роботи кожного з них протягом t = 100 год рівні: $P_1(100) = 0{,}95;\ P_2(100) = 0{,}97.$ Справедливий експонентний закон надійності. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи.

Рішення. Знайдемо ймовірність безвідмовної роботи вироби.

$$P_c(100) = P_1(100) \cdot P_2(100) = 0{,}95 \cdot 0{,}97 = 0{,}92.$$

Знайдемо інтенсивність відмов вироби, скориставшись формулою

$$P_c(t) = e^{-\lambda ct}$$

або

$$P_c(100) = 0{,}92 = e^{-\lambda c \cdot 100}$$

По таблиці П.7.14 маємо

$$\lambda_c \cdot 100 = 0{,}083\ \text{или}\ \lambda_c = 0{,}83 \cdot 10^{-3}\ 1/\text{час}$$

тоді

$$m_{tc} = 1/\lambda_c = 1/(0{,}83 \cdot 10^{-3}) = 1200 \text{ час.}$$

Завдання 3.5. Імовірність безвідмовної роботи одного елемента протягом часу t дорівнює P (t) = 0,9997. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи, що складається з n = 100 таких же елементів.

Рішення. Імовірність безвідмовної роботи системи дорівнює $P_c(t) = P^n(t) = (0{,}9997)^{100}$. Ймовірність $P_c(t)$ близька до одиниці, тому для її обчислення скористаємося формулою (3.18) .В нашому випадку q (t) = 1–P (t) = 1–0,9997 = 0,0003.Тогда $P_c(t) \sim 1 - q(t) = 1 - 100 \cdot 0{,}0003 = 0{,}97$.

Завдання 3.6 Імовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t дорівнює $P_c(t) = 0{,}95$. Система складається з n = 120 равнонадежнних елементів. Необхідно знайти ймовірність безвідмовної роботи елемента.

Рішення. Очевидно, що ймовірність безвідмовної роботи елемента буде

$$P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)} \sim 1 - \frac{q_c(t)}{n} = 1 - \frac{0{,}05}{120} = 0{,}9996$$

Завдання 3.7.Сістема складається з 12600 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{cp} = 0{,}32 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{час}}$. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи протягом t = 50 год.

$$\lambda_{cp}(t) = \lambda_{cp} \cdot n = 0{,}32 \cdot 10^{-6} \cdot 12600 = 4{,}032 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{час}}.$$

Тоді на підставі (3.13)

$$P_c(t) = e^{-\lambda ct}$$

$$P_c(50) = e^{-4{,}032 \cdot 0{,}001 \cdot 50} \sim 0{,}82.$$

Завдання для самостійного рішення

Завдання 3.8. Апаратура зв'язку складається з 2000 року елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср}} = 0{,}33 \cdot 10^{-5}$ 1 / год. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи апаратури протягом t = 200 год і середній час безвідмовної роботи апаратури.

Завдання 3.9. Невідновлюваних в процесі роботи електронна машина складається з 200000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср}} = 0{,}2 \cdot 10^{-6}$ 1 / год. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної машини протягом t = 24 години і середній час безвідмовної роботи електронної машини.

Завдання 3.10. Система управління складається з 6000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср}} = 0{,}16 \cdot 10^{-6}$ 1 / год. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи апаратури протягом t = 50 год і середній час безвідмовної роботи.

Завдання 3.11. Прилад складається з n = 5 вузлів. Надійність вузлів характеризується ймовірністю безвідмовної роботи протягом t, яка дорівнює: $P_1(t) = 0{,}98$; $P_2(t) = 0{,}99$; $P_3(t) = 0{,}998$; $P_4(t) = 0{,}975$; $P_5(t) = 0{,}985$; . Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи приладу.

Завдання 3.12 Система складається з п'яти приладів, середня час безвідмовної роботи яких дорівнює: $t_1 = 83$ час; $t_2 = 220$ час $t_3 = 280$час $t_4 = 400$ час $t_5 = 700$ час. Потрібно знайти середній час безвідмовної роботи системи.

Завдання 3.13. . Прилад складається з п'яти приладів. Ймовірністю безвідмовної роботи кожного блоку протягом t = 50 год дорівнює: $P_1(50) = 0{,}98$; $P_2(50) = 0{,}99$; ; $P_3(50) = 0{,}998$; $P_4(50) = 0{,}975$; $P_5(50) = 0{,}985$. Справедливий експонентний закон надійності. Потрібно знайти середній час безвідмовної роботи приладу.

ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ №4

Розрахунок надійності системи з постійнім резервуванням

Теоретичні відомості

При постійному резервуванні резервні елементи 1,2, з’єднані паралельно з основним (робочим) елементом на протязі всього періоду роботи системи. Всі елементі з’єднані постійно, перестройка схеми при відмовах не відбувається, відмовивший елемент не відключається.

Вірогідність відмови системи qc(t) знаходиться за формулою:

$$q_c = \prod_{j=0}^{m} q_j(t), \tag{4.1}$$

де $q_c(t)$–вірогідність відмови j – го елементу.

Вірогідність безвідмовної роботи системи:

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - P_j(t)\right], \tag{4.2}$$

де $P_j(t)$ – вірогідність безвідмовної роботи j – го елементу.

Якщо $P_j(t) = P(t), j = 0.1, \dots, m$, то

$$\begin{cases} q_c(t) = q^{m+1}(t); \\ P_c(t) = 1 - [1 - P(t)]^{m+1}; \end{cases} \tag{4.3}$$

При експонентному законі надійності окремих елементів маємо:

$$\begin{cases} P_j(t) = P(t) = e^{-\lambda}; \\ q_c(t) = (1 - e^{-\lambda})^{n+2}; \\ P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda})^{n+1}; \\ m_k = \dfrac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{n}\dfrac{1}{1+i}; \end{cases} \tag{4.4}$$

Резервування називається загальним, якщо резервуються вся система, що складається з послідовно з'єднаних пелементів. Схема загального резервування представлена на рисунку 4.2. Основний ланцюг містить пелементів. Число резервних ланцюгів дорівнює m, тобто кратність резервування дорівнює m.

Знайдемо кількісні характеристики надійності системи з загальнім резервуванням (резервні ланцюги ввімкнені постійно)

Запишемо вірогідність безвідмовної роботи j – го ланцюга

$$P_j(t) = \prod_{j=1}^{n} P_{ij}(t); j = 0.1, \dots, m; \tag{4.5}$$

де $P_{ij}(t); j = 0.1, \dots, m; i = 1,2,3, \dots, n$ – вірогідність безвідмовної роботи елемента $Э_j$.

Вірогідність відмови j – го ланцюга

$$q_c = 1 - \prod_{i=0}^{n} P_{ij}(t) \tag{4.6}$$

Вірогідність відмови системи з загальним резервуванням

$$q_c = \prod_{j=0}^{m}\left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right]; \tag{4.7}$$

Вірогідність безвідмовної роботи системи з загальним резервуванням

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - \prod_{j=1}^{n} P_{ij}(t) \right]; \qquad (4.8)$$

Окремий випадок: основний та резервний ланцюги мають однакову надійність, тобто

$$P_{ij}(t) = P_i(t); \qquad (4.9)$$

Тоді

$$q_c = \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t) \right]^{m+1}; \qquad (4.10)$$

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t) \right]^{m+1}; \qquad (4.11)$$

Розглянемо експонентний закон надійності, тобто

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t}; \qquad (4.12)$$

В цьому випадку формули (5.10) и (5.11) приймуть вигляд

$$q_c(t) = \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}; \qquad (4.13)$$

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}; \qquad (4.14)$$

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i; \qquad (4.15)$$

де λ_0 – інтенсивність відмов ланцюга, що складеться з n елементів.

Частота відмов системи з загальним резервуванням

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = \lambda_0(m+1)e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^m; \qquad (4.16)$$

Інтенсивність відмов системи з загальним резервуванням

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0(m+1)e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^m}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}; \qquad (4.17)$$

Середній час роботи резервованої системи

$$m_{tc} = T_0 \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{1+j}; \qquad (4.18)$$

$T_0 = {}^1/_{\lambda_0}$, – середній час безвідмовної роботи незарезервованої системи.

Рішення типових задач

Задача 4.1. Система складається з 10 рівно надійних компонентів, середній час безвідмовної роботи елементу m_t= 1000 год. Передбачається, що дійсній експонентний закон для елементів системи та основна і резервна системи рівноважні. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи m_{tc}, а також частоту відмов $f_c(t)$ і частоту відмов $\lambda_c(t)$ в момент часу t=50 год. В наступних випадках:

а) незарезервованої системи

б) при дублюванні системи з постійно ввімкненому резерві

Рішення

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

де, λ_c – інтенсивність відмов системи; λ_i – інтенсивність відмови і – го елементу; n=10.

$$\lambda_i = \frac{1}{m_{ti}} = \frac{1}{1000} = 0.001; i = 1.2, \dots, n; \lambda = \lambda_i;$$

$$\lambda_c = \lambda_n = 0.001 \cdot 10 = 0.01 \frac{1}{\text{год.}};$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = 100 \text{ год};$$

$$f_c(t) = \lambda_c(t) P_c(t)$$

$$\lambda_c(50) = \lambda_c; Pi(t) = e^{-\lambda_c t};$$

$$\lambda_c(50) = \lambda_c e^{-\lambda_c t} = 0.01 \cdot e^{-0.01 \cdot 50} \approx 6 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{год}};$$

$$\lambda_c(50) = 0.01 \frac{1}{\text{год}}.$$

б) $m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{1+j}$; $m = 1$; $m_{tc} = \frac{1}{0.01}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150$ год.;

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}; \qquad \lambda_0 = \lambda_c = 0.01 \frac{1}{\text{год}};$$

$$p_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_c t}\right)^2 = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} - e^{-2\lambda_0 t}$$

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right);$$

$$f_c(50) \approx 4.8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{год}}; \quad \lambda_c(50) \approx 5.7 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{год}}.$$

Задача 4.2. В системі телеуправління застосовано дублювання каналу управління. Інтенсивність відмови каналу $\lambda = 10^{-2} \frac{1}{\text{год}}$. Розрахувати вірогідність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$ при t=10 год., середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(50)$ системи.

Рішення. В даному випадку $n = 1$; $\lambda_i = \lambda$; $\lambda_0 = n\lambda$; $m = 1$. Згідно формули (4.14) маємо

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^2;$$
$$P_c(50) = 1 - (1 - e^{-0.1})^2;$$

З додатку П.7.14 [1] маємо

$$e^{-0.1} = 0.9048.$$

Тоді

$$P_c(10) = 1 - (1 - 0.9048)^2 = 1 - 0.0952^2 \approx 1 - 0.01 = 0.99$$

Знайдемо m_{tc}. З формули (4.4) маємо

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1+i} = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ год.}$$

Знайдемо частоту відмов $f_c(t)$. Отримаєм

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda e^{-\lambda t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

Знайшовши інтенсивність відмов, маємо $\lambda_c(t)$. Маємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{2\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})}{e^{-\lambda t}(2 - e^{-\lambda t})} = \frac{2\lambda(1 - e^{-\lambda t})}{2 - e^{-\lambda t}}.$$

Задача 4.3 Незарезервована система складається з n=5000 елементів. Для підвищення надійності системи передбачається провести загальне дублювання елементів. Щоб приблизно оцінити можливість досягнення заданої вірогідності безвідмовної роботи системи $P_c(t) = 0.9$ при t = 10 год., необхідно розрахувати середню вірогідність відмов одного експерименту при допущенні відсутності наслідків відмови.

Рішення. Вірогідність безвідмовної роботи системи при загальному дублюванні та рівно надійних елементах дорівнює

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^2$$

або

$$P_c(t) = 1 - [1 - p^n(t)]^2$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda r}$$

Тут $P_c(t)$ – вірогідність безвідмовної роботи одного елементу.

Так, як повинно бути

$$1 - [1 - p^n(t)]^2 \geq 0.9,$$

то

$$p(t) \geq \left(1 - \sqrt{0.1}\right)^{\frac{1}{n}}.$$

Розклавши $\left(1 - \sqrt{0.1}\right)^{\frac{1}{n}}$ по ступені $1/_n$в ряд, нехтуючи членами рядка вищого порядку малості, отримаємо

$$\left(1 - \sqrt{0.1}\right)^{\frac{1}{5000}} \approx 1 - \frac{1}{5000}\sqrt{0.1} = 1 - 6.32 \cdot 10^{-5}$$

Враховуючи, що $P(t) = \exp(-\lambda t) \approx 1 - \lambda t$,отримаємо

$$1 - \lambda t \geq 1 - 6.32 \cdot 10^{-5}$$

або

$$\lambda \leq \frac{6.32 \cdot 10^{-5}}{t} = \frac{6.32 \cdot 10^{-5}}{10} = 6.32 \cdot \frac{10^{-6}1}{\text{год}}.$$

<u>Задачі для самостійного рішення.</u>

Задача 4.4. Приймач складається з трьох блоків: УВЧ, УПЧ, УНЧ. Інтенсивність відмов блоків відповідно дорівнює: $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\text{год}}; \lambda_2 = 2.5 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\text{год}}; \lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\text{год}}$. Необхідно розрахувати вірогідність безвідмовної роботи приймача при t=100 год. Для наступних випадків:

а) резерв відсутній, б) є загальне дублювання приймача в цілому.

Задача 4.5Для зображення на рисунку 4.3 логічної схеми системи знайти $P_c(t)$.

Задача 4.6. В радіопередачі, котрий складеться з трьох рівно надійних каскадів (n=3) застосовано загальне постійне дублювання всього радіопередавача. Інтенсивність відмов каскаду дорівнює $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\text{год}}$. Знайти $P_c(t)$,m_{tc},$f_c(t), \lambda_c(t)$ радіопередавача с дублюванням.

Задача 4.7.Для рисунку 4.4 логічної схеми системи знайти інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.Тут резерв навантажений, відмови не залежні одна від одної.

Задача 4.8. Радіоелектронна апаратура складається з трьох блоків 1,2,3. Вірогідність відмові цих блоків відповідно дорівнює $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Необхідно знайти вірогідність безвідмовної роботи апаратури $P_c(t)$ для наступних випадків:

а) резерв відсутній;

б) є дублювання радіоелектронної апаратури в загалом.

Задача 4.9. Схема розрахунку надійності виробу показана на рисунку 4.5. Передбачається, що э справедливим експонентний закон надійності для елементів виробу. Інтенсивність відмов елементу дорівнюють $\lambda_1 = 0.3 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{год}}$, $\lambda_2 = 0.7 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{год}}$. Необхідно знайти вірогідність безвідмовної роботи виробу протягом t = 100 год., середній час безвідмовної роботи виробу, частоту та інтенсивність відмов в момент часу t = 100 год.

Задача 4.10. В телевізійному каналі зв'язку, що складається з передатчика та приймача, застосоване загальне дублювання. Передатчик та приймач мають інтенсивність відмов $\lambda_{n} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{год}$, $\lambda_{np} = 1 \cdot 10^{-3} \frac{1}{год}$,відповідно. Схема каналу представлена на рисунку 4.6. Необхідно знайти вірогідність безвідмовної роботи каналу $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

Задача 4.11. Схема розрахунку надійності приладу приведена на рисунку 4.7. Передбачається, що э справедливим експонентний закон надійності для елементів виробу. Необхідно знайти інтенсивність відмов приладу, якщо інтенсивність відмов елементу дорівнюють λ_1, λ_2.

Задача 4.12.Незарезервована система управління складається з n = 4000 елементів. Відома необхідна вірогідність безвідмовної роботи системи $P_c(t) = 0.9$, при t = 100. Необхідно знайти допустиму середню інтенсивність відмови одного елементу, вважати елементи рівно надійними, для того щоб приблизно оцінити можливість досягнення заданої вірогідності безвідмовної роботи при відсутності профілактичних оглядів в наступних випадках:

а) резервування відсутнє;

б) є загальне дублювання;

Задача 4.13. Прилад обробки складається з 3 однакових блоків. Вірогідність безвідмовної роботи приладу $P_y(t_i)$ на протязі (0, t_i) повинна бути не менше 0.9. Знайти якою повинна бути безвідмовна робота кожного блоку на протязі (0, t_i) для випадків:

а) резервування відсутнє;

б) є пасивне загальне резервування з незмінним навантаженням всього виробу в загалі;

в) мається пасивне роздільне резервування з незмінним навантаженням блоків.

Задача 4.14. Обчислювач складається з двох блоків, з’єднаних послідовно, що характеризується відповідно інтенсивністю відмов $\lambda_1 = 120.54 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{год}}$, $\lambda_2 = 185.66 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{год}}$. Застосовано пасивне загальне резервування з незмінним навантаженням всій системи (блока 1 та 2) (див. рисунок. 4.8). Необхідно знайти вірогідність безвідмовної роботи $P_c(t)$ обчислювача, середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов $f_c(t)$ та інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ обчислювача. Знайти $P_c(t)$ при t = 20 год.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №5

Резервування заміщенням в режимі полегшеного (теплого) резерву і в режимі ненавантаженого (холодного) резерву

Теоретичні відомості

В цьому випадку резервні елементи знаходяться в полегшеному режимі до моменту їх включення в роботу. Надійність резервного елемента в цьому випадку вище надійності основного елемента, так як резервні елементи знаходяться в режимі недовантаження до моменту їх включення в роботу.

Імовірність відмови резервованої системи з полегшеним резервуванням визначається співвідношенням

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0(t)}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1(t)}\right)^i\right], \tag{5.1}$$

де

$$a_i = \prod_{j=0}^{i-1}\left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right), \tag{5.2}$$

Тут λ_1 – інтенсивність відмови резервного елемента в режимі недовантаження до моменту включення його в роботу;

λ_0 – інтенсивність відмови резервного елемента в стані роботи;

m – кратність резервування або кількість резервних елементів.

Імовірність безвідмовної роботи системи з полегшеним резервуванням визначається формулою

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_0(t)}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1(t)}\right)^i\right] \tag{5.3}$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи з полегшеним резервуванням. маємо

$$m_{tc} = \int_0^\infty P_c(t)dt = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{1+iK}, \tag{5.4}$$

де

$$K = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}. \tag{5.5}$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$ системи з полегшеним резервуванням. Маємо

$$f_c(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0(t)}\left[1 + \sum_{i=1}^{m}\frac{a_i}{i!}(1-e^{-\lambda_1(t)})^i \right. \\ \left. - \frac{\lambda_1}{\lambda_0}e^{-\lambda_1(t)}\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i}{(i-1)!}(1-e^{-\lambda_1(t)})^{i-1}\right] \tag{5.6}$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи з полегшеним резервуванням. отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \lambda_0\left[1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_0}e^{-\lambda_1(t)}\frac{\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i}{(i-1)!}(1-e^{-\lambda_1(t)})^{i-1}}{\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i}{i!}(1-e^{-\lambda_1(t)})^{i}}\right] \tag{5.7}$$

При $\lambda_1 = 0$ маємо режим недовантажених (холодного) резерву. Імовірність відмови резервованої системи з недовантаженим резервуванням визначається співвідношенням

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_1(t)}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} \tag{5.8}$$

Імовірність безвідмовної роботи системи з недовантаженим резервом визначається за формулою

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_0(t)} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} \tag{5.9}$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервом. маємо

$$m_{tc} = \int_0^\infty P_c(t)dt = \frac{m+1}{\lambda_0} \tag{5.10}$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$ системи з ненавантаженим резервом. маємо

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = \frac{{\lambda_0}^{m+1}}{m!} t^m e^{-\lambda_0(t)} \tag{5.11}$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи з ненавантаженим резервом. отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{{\lambda_0}^{m+1} t^m}{m! \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}} \tag{5.12}$$

Завдання 5.1. Система складається з 10 равнонадежних елементів, середній час безвідмовної роботи елемента $m_t = 1000$ годин. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів системи і основна і резервна системи рівнонадіжні. Необхідно знайти ймовірність роботи системи $P_c(t)$. Середній час безвідмовної роботи системи m_{tc}, а також частоту $f_c(t)$ відмов і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ в момент часу $t = 50$ годин в наступних випадках:

а) нерезервованої системи;

б) дубльованої системи при включенні резерву за способом заміщення (ненавантажений резерв).

Рішення.

а) $\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$

де λ_c – інтенсивність відмов системи, λ_i – інтенсивність відмов i–го елемента; .$n = 10$.

$$\lambda_i = \frac{1}{m_{tc}} = \frac{1}{1000} = 0{,}001;\, i = \overline{1, n};\ \lambda = \lambda_i;$$

$$\lambda_c = \lambda_n = 0{,}001 \cdot 10 = 0{,}01\ 1/\text{час};$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = 100\ \text{час};\ P_c(t) = e^{-\lambda_0 t};$$

$$f_c(t) = \lambda_c(t) \cdot P_c(t);\ \lambda_c(50) = \lambda_c;$$

$$f_c(50) = 0{,}01\ 1/\text{час}.$$

б) $m_{tc} = \frac{m+1}{\lambda_c}; m = 1;$

$$m_{tc} = \frac{2}{0{,}01} = 200\ \text{час}.$$

Визначаємо $P_c(t)$ за формулою

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0(t)} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0(t)}\big(1 + \lambda_0(t)\big);$$

Так як $\lambda_0 = \lambda_c$, то

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c(t)}\big(1 + \lambda_0(t)\big).$$

Визначаємо $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = -\left[-\lambda_c{}^{-\lambda_c(t)}(1 + -\lambda_c(t) + \lambda_c{}^{-\lambda_c(t)}\right] = \lambda^2{}_c t e^{-\lambda_c(t)}.$$

Визначаємо $\lambda_c(t)$. Отримуємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda^2{}_c t^m e^{-\lambda_c(t)}}{e^{-\lambda_c(t)}(1 + \lambda_c(t))} = \frac{\lambda^2{}_c t}{1 + \lambda_c(t)}.$$

Визначаємо $P_c(50), f_c(50), \lambda_c(50)$, маємо

$$P_c(50) = e^{-0{,}01 \cdot 50}(1 + 0{,}01 \cdot 50) = e^{-0{,}5} \cdot 1{,}5 = 0{,}6065 \cdot 1{,}5 \approx 0{,}91;$$

$$f_c(50) = 0{,}01^2 \cdot 50 \cdot e^{-0{,}01 \cdot 50} = 0{,}01 \cdot 0{,}5 \cdot e^{0{,}5} \approx 3 \cdot 10^{-3}\ 1/\text{час};$$

$$\lambda_c(50) = \frac{f_c(50)}{P_c(50)} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0{,}91} \approx 3{,}3 \cdot 10^{-3}\ 1/\text{час}.$$

Завдання 5.2. Радіопередавач має інтенсивність відмов $\lambda_0 = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Його дублює такий же передавач, що знаходиться до відмови основного передавача в режимі очікування (в режимі полегшеного резерву). В цьому режимі інтенсивність відмов передавача $\lambda_1 = 0{,}06 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Потрібно обчислити вірогідність безвідмовної роботи передавальної системи протягом часу $t = 100$ годин, а також середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

Рішення. В даному випадку кратність резервування $m = 1$. Використовуючи формулу (5.3), отримаємо

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_c(t)}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1(t)}\right)^i\right];$$

$$a_i = \prod_{j=0}^{i-1}\left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right);\ a_1 = \prod_{j=0}^{0}\left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right) = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}.$$

тоді

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c(t)}\left[1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_1(t)}\right] \tag{5.13}$$

З (5.13) маємо

$$P_c(100) = e^{-0,4\cdot 10^{-3}\cdot 100}\left[1 + \frac{0,4\cdot 10^{-3}}{0,06\cdot 10^{-3}} - \frac{0,4\cdot 10^{-3}}{0,06\cdot 10^{-3}} e^{-0,06\cdot 10^{-3}\cdot 100}\right] =$$

$$= e^{-0,04}\left[1 + \frac{40}{6} - \frac{40}{6} e^{-0,006}\right] \approx 0,96[1 + 6,67 - 6,67(1 - 0,006)] \approx 0,998.$$

Визначимо m_{tc} по формулі (5.4). отримаємо

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1 + i\frac{\lambda_1}{\lambda_0}} = \frac{1}{\lambda_0}\left(1 + \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_0}}\right) = \frac{1}{\lambda_0}\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0}\right) =$$

$$= \frac{1}{0,4\cdot 10^{-3}}\left(1 + \frac{0,4\cdot 10^{-3}}{0,46\cdot 10^{-3}}\right) = 4668 \text{ час.}$$

Визначимо $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = -\left[-\lambda_0 e^{-\lambda_1(t)}\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_1(t)}\right) + e^{-\lambda_0(t)}\lambda_0 e^{-\lambda_0(t)}\right] =$$

$$= -\lambda_0 e^{-\lambda_1(t)} - \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_1(t)} - e^{-\lambda_1(t)}\right) = \lambda_0 \frac{\lambda_1 + \lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_1(t)}\left(1 - e^{-\lambda_1(t)}\right).$$

Припишемо (5.13) у вигляді

$$P_c(t) = \frac{\lambda_1 + \lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_1(t)}\left[1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0} e^{-\lambda_1(t)}\right].$$

Визначимо $\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_0\left(1 - e^{-\lambda_1(t)}\right)}{1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0} e^{-\lambda_1(t)}}.$$

Завдання 5.3. Імовірність безвідмовної роботи перетворювача постійного струму в змінний протягом часу $t = 1000$ годин. дорівнює 0,95, тобто $P(1000) = 0{,}95$. Для підвищення надійності системи електропостачання на об'єкті є такий же перетворювач, який включається до роботи при відмові першого (режим ненавантаженого резерву). Потрібно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи системи, що складаються з двох перетворювачів, а також визначити частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи.

Рішення. В даному випадку кратність резервування $m = 1$. Використовуючи формулу (5.9), отримаємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0(t)} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0(t)}(1 + \lambda_0(t)) \tag{5.14}$$

Так як для окремого перетворювача має місце експонентний закон надійності, то

$$P(t) = e^{-\lambda i t}$$

Де $P(t)$ ймовірність безвідмовної роботи перетворювача; λ_o – інтенсивність відмов перетворювача в стані роботи.

З (5.15) маємо

$$P(1000) = e^{-\lambda_o \cdot 1000} = 0{,}95.$$

З додатку П. 7.14 [1] отримаємо

$$\lambda_0 \cdot 1000 = 0{,}051.$$

звідки

$$\lambda_0 = \frac{0{,}051}{1000} = 0{,}5 \cdot 10^{-4} \quad 1/\text{год}.$$

Тоді з (5.14), маємо

$$\mathrm{P_C}(1000) = 0{,}95(1 + 0{,}05) = 0{,}9975.$$

Визначимо $\mathrm{m_{tc}}$ по формулі (5.10) .Одержимо

$$\mathrm{m_{tc}} = \frac{\mathrm{m} + 1}{\lambda_0} = \frac{2}{\lambda_0} = \frac{2}{0{,}5 \cdot 10^{-4}} = 40000 \text{ год}.$$

Відзначимо, що середній час безвідмовної роботи нерезервованої перетворювача дорівнює

$$\mathrm{m_{tc}} = \frac{1}{\lambda_0} = 20000 \text{ год}.$$

Визначимо частоту відмов $\mathrm{f_c(t)}$ за формулою (5.11). Маємо

$$\mathrm{f_c(t)} = \frac{\lambda_0^2}{1!} \, \mathrm{t} \, \mathrm{e}^{-\lambda 0(\mathrm{t})}$$

Визначимо $\lambda_{\mathrm{c(t).}}$. Отримаємо

$$\lambda_{\mathrm{c(t).}} = \frac{\mathrm{f_c(t)}}{\mathrm{p_c(t)}} = \frac{\lambda_0^2 \, \mathrm{t} \, \mathrm{e}^{-\lambda 0(\mathrm{t})}}{\mathrm{e}^{-\lambda 0(\mathrm{t})}(1 + \lambda_0(\mathrm{t}))} = \frac{\lambda_0^2 \, \mathrm{t}}{1 + \lambda_0(\mathrm{t})}$$

Завдання для самостійного рішення.

Завдання 5.4. Система складається з двох однакових елементів. Для підвищення її надійності конструктор запропонував дублювання системи за способом заміщення з ненаружнимі станом резерву (рис.5.1) Інтенсивність відмов елемента дорівнює λ. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи $p_c(t)$, інтенсивність відмов$\lambda_{c(t).}$

Завдання 5.5. Схема розрахунку надійності вироби приведена на ріс.5.2.Необходімо визначити ймовірність безвідмовної роботи $p_c(t)$, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_{c(t)}$ ізделія. Знайти $\lambda_{c(t)}$ при t = 0.

Завдання 5.6. Схема розрахунку надійності системи наведена на рис.5.3., Де А, Б, В, Г блоки системи. Визначити ймовірність безвідмовної роботи системи.$p_c(t)$

Завдання 5.7.Схема розрахунку надійності системи наведена на ріс.5.4.Определіть ймовірність безвідмовної роботи $p_c(t)$ системи.

Завдання 5.8.Передающее пристрій складається з одного працюючого передавача ($\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/час) і одного передавача в полегшеному резерві ($\lambda_0 = 8 \cdot 10^{-4}$ 1 / год.). Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи пристрою $p_c(t)$, середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc}. Визначити $p_c(t)$ при t = 20 год.

Завдання 5.9. В радіопередавальному каналі зв'язкової системи використовуються основний передавач $П_1$, два передавачі $П_2$ і $П_3$ знаходяться в ненавантаженому резерві. Інтенсивність відмов основного працюючого передавача дорівнює $\lambda_0 = 10^{-3}$ 1/час. З моменту відмови передавача $П_1$ в роботу включається $П_2$, після відмови передавача $П_2$ включається $П_3$.При включенні резервного передавача в роботу його інтенсивність відмов стає рівній λ_0. Вважаючи перемикач абсолютно надійним, визначити ймовірність безвідмовної роботи $p_c(t)$ радіосигнали каналу, середній час безвідмовної роботи m_{tc} каналу. Визначити також $p_c(t)$ при t = 100 год.

Завдання 5.10. Пристрій автоматичного пошуку несправностей складається з двох логічних блоків. Середній час безвідмовної роботи цих блоків однаково і для кожного з них дорівнює $m_1 = 200$ годину. потрібно визначити середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc} для двох випадків: а) є ненавантажений резерв всього пристрою; б) є ненавантажений резерв кожного блоку.

ПРАКТІЧНЕ ЗАНЯТТЯ №6

Розрахунок надійності системи з по елементнім Резервування

Теоретичні відомості

При по елементному резервуванні резервуються окремо елементи системи (рис 6.1). Візначімо кількісні характеристики надійності системи.

Запишемо вірогідність відмові i–ой групи. Маємо

$$q_i(t) = \prod_{i=0}^{m} q_{ij}(t)\,; i = \overline{1, n}, \qquad (6.1)$$

де qij (t) – вірогідність відмові елементи на інтервалі часу

Запишемо вірогідність безвідмовної роботи групи. Отрімаємо

$$p_i(t) = 1 - q_i(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m_i} \left[1 - p_{ij}(t)\right]; i = \overline{1, n}, \qquad (6.2)$$

де $p_{ij}(t)$ – вірогідність безвідмовної роботи елементи E_{ij} на інтервалі часу (0, t); m_i – Кратність Резервування елементу j – ой групи.

Запишемо вірогідність безвідмовної роботи системи з по елементнім Резервування

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t)$$

або

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^{n} \left\{1 - \prod_{j=0}^{m_i} \left[1 - p_{ij}(t)\right]\right\}.$$

Для рівних елементів системи та $m_1 = m_2 = const$. Маємо

$$P_{ij}(t) = P(t);$$
$$P_c(t) = [1 - [1 - P(t)]^{m+1}]^n;$$
$$P_{ij}(t) = P(t);$$

формула (6.3) має вигляд

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} \{1 - [1 - P_i(t)]^{m_i+1}\}$$

При експоненціальному законі надійності, коли $P_i(t)=e^{-\lambda_i t}$

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} \left\{1 - \left[1 - e^{-\lambda_i t}\right]^{m+1}\right\}^n$$

У цьому випадку формула (6.5) наберіть вигляд

$$P_c(t) = \left\{1 - \left[1 - e^{-\lambda t}\right]^{m+1}\right\}^n$$

а середній час безвідмовної роботи системи визначається співвідношенням

$$m_{tc} = \int_0^\infty P_c(t)dt$$

Підставляючи (6.9) е (6.10), отримаємо

$$m_{tc} = \frac{(n-1)!}{\lambda(m+1)} \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{V_j\left(V_j + 1\right) \ldots (V_j + n - 1)}$$

де Vj = (j + 1) / (m + 1)

<u>Рішення типових завдання</u>

Завдання 6.1. Для Підвищення надійності підсілювача Усі его елементи дубльовані. Передбачається, что справедливий експоненціальній закон надійності для елементів системи. Необходимо найти вірогідність безвідмовної роботи підсілювача в течії t = 5000 рік. Склад елементів нерезервованого підсілювача и дані по інтенсівності відмов елементів приведені у табл. 6.1.

Таблиця 6.1

Елементи	Кількість елементів	Інтенсівність відмов елементи λ 10–5 1 / год
Транзистори	1	2,16
Резистори	5	0,23
Конденсатори	3	0,32
Діоді	1	0,78
Котушки індуктівності	1	0,09

Рішення. У даного випадка має місце роздільне Резервування з кратністю mi = m = 1, число елементів нерезервованого підсілювача n = 11. Тоді, вікорістовуючі дані табліці.6.1 на підставі формули (6.8) отримаємо

$$P_c(5000) = \prod_{i=1}^{11} \left\{1 - \left[e^{-\lambda_i * 5000}\right]^2\right\}$$

Оскільки $\lambda_i \ll 1$, тоді для Наближення вичислення Показове функцію можна розкласти в ряд и обмежитіся дерло двома членами розкладання: 1–exp (–5000λi) ≈5000λi. Тоді:

$$P_c(5000) \approx \prod_{i=1}^{11} [1 - (5000\lambda_i)^2] \approx 1 - \sum_{i=11}^{11} (5000\lambda_i)^2 =$$

$$= 1 - 5000^2 \cdot \sum_{i=1}^{11} \lambda_i^2$$

$$= 1 - 25 \cdot 10^{-6} [2.16^2 + 5 \cdot 0.23^2 + 3 \cdot 0.32^2 + 0.78^2 + 0.09^2] \cdot 10^{-10}$$

Завдання 6.2. Схема розрахунку надійності резервованого пристрою приведена на рис.6.2. Інтенсивності відмов елементів мають наступне значення: λ1 = 0,23 * 10–3 1/год; λ2 = 0,5 * 10–4 1 / год; λ3 = 0,4 * 10–3 1 / год. Передбачається, що справедливий експоненціальній закон надійності для елементів системи. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи пристрою, ймовірність безвідмовної роботи пристрою, інтенсивність відмов пристрою.

Рішення.

$$m_{tc} = \int_0^\infty P_c(t)dt \tag{6.12}$$

де – ймовірність безвідмовної роботи пристрою. очевидно$P_c(t)$

$$P_c(t) = P_I(t) \cdot P_{II}(t) \cdot P_{III}(t) \tag{6.13}$$

тут $P_I(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи I, II і III групи елементів. Маємо: $P_{II}(t)P_{III}(t)$

$$P_I(t) = 1 - q_I(t);\ P_I(t) = [1 - P_I(t)]^2;$$
$$P_I(t) = [1 - P_I(t)]^2 = 2P_I(t) - P_I{}^2(t);$$
$$P_{II}(t) = P_2(t);$$
$$P_{III}(t) = 1 - q_{III}(t);\ q_{III}(t) = [1 - P_3(t)]^2;$$
$$P_{III}(t) = 1 - [1 - P_3(t)]^2 = 2P_3(t) - P_3{}^2(t).$$

З (16.13) маємо

$$P_c(t) = \left[2P_I(t) - P_I{}^2(t)\right]P_2(t)\left[2P_3(t) - P_3{}^2(t)\right] =$$
$$= 4P_I(t)P_2(t)P_3(t) - 2P_I{}^2(t)P_2(t)P_3(t) - 2P_1(t)P_2(t)P_3{}^2(t) + P_I{}^2(t)P_2(t)P_3{}^2(t).$$

Так як $P_I(t) = e^{-\lambda_1 t}P_2(t) = e^{-\lambda_2 t}P_3(t) = e^{-\lambda_3 t}$, то

$$P_c(t) = 4e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} - 2e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)t} + e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)t}$$

або

$$P_c(t) = 4e^{-0,68\cdot 0,001\cdot t} - 2e^{-0,91\cdot 0,001\cdot t} - e^{-1,08\cdot 0,001\cdot t} + e^{-1,31\cdot 0,001\cdot t} \qquad (6.14)$$

Підставляючи (6.14) в (6.12)

$$m_{tc} = \frac{4}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} - \frac{4}{2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} - \frac{4}{\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3} + \frac{4}{2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3};$$

або

$$m_{tc} = \frac{4}{10^{-3}(0,23 + 0,05 + 0,4)} - \frac{4}{10^{-3}(0,46 + 0,05 + 0,4)} - \frac{4}{10^{-3}(0,23 + 0,05 + 0,8)} +$$

$$+ \frac{4}{10^{-3}(0,23 + 0,05 + 0,4)} \approx 2590.$$

Відомо що

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p(t)} \qquad (6.15)$$

Візначімо, маємо: $f_c(t)$

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} =$$

$$=4(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)} - 2(2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)}t - \qquad (6.16)$$

$$- 2(\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)} + (2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)}t$$

або

$$f_c(t) = 10^{-3}\left(2,72e^{-0,68\cdot 10^{-3}t} - 1,82e^{-0,91\cdot 10^{-3}t} - 2,16e^{-1,08\cdot 10^{-3}t} + 1,31e^{1,31\cdot 10^{-3}t}\right)$$

З (6.15) отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{10^{-3}\left(2{,}72e^{-0{,}68\cdot10^{-3}t} - 1{,}82e^{-0{,}91\cdot10^{-3}t} - 2{,}16e^{-1{,}08\cdot10^{-3}t} + 1{,}31e^{1{,}31\cdot10^{-3}t}\right)}{4e^{-0{,}68\cdot0{,}001\cdot t} - 2e^{-0{,}91\cdot0{,}001\cdot t} - e^{-1{,}08\cdot0{,}001\cdot t} + e^{-1{,}31\cdot0{,}001\cdot t}}.$$

Завдання 6.3. Схема розрахунку надійності пристрою приведена на рис. 6.3. передбачається, що справедливий експонентний закон надійності, для елементів пристрою і всі елементи пристрою равнонадежни.

Інтенсивність відмов елемента $\lambda = 1{,}33 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Потрібно визначити $f_c(t)$, m_{tc}, $P_c(t)$, $\lambda_c(t)$ резервованого пристрою.

Рішення.

$$m_{tc} = \int_0^\infty P_c(t)dt \tag{6.17}$$

$$P_c(t) = P_I(t) \cdot P_{II}(t) = P_I{}^2(t), \text{ Тому що } ; P_I(t) = P_{II}(t)$$

$$P_I(t) = 1 - q_I(t);\ q_I(t) = q^2(t);\ q(t) = 1 - P(t);\ P(t) = e^{-\lambda t};$$

$$q_I(t) = 1 - e^{-\lambda t};\ q_I(t) = \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^2; P_I(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^2;$$

або

$$P_I(t) = \left(1 - 1 + 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right) = 4e^{-\lambda t} - 4e^{-3\lambda t} + e^{-4\lambda t} \tag{6.18}$$

Підставляючи (6.18) в (6.17), отримаємо

$$m_{tc} = \int_0^\infty \left(4e^{-\lambda t} - 4e^{-3\lambda t} + e^{-4\lambda t}\right)dt = \frac{2}{\lambda} - \frac{4}{3\lambda} + \frac{1}{4\lambda} = \frac{11}{12\lambda};$$

$$m_{tc} = \frac{11}{12 \cdot 1{,}33 \cdot 10^{-3}} = 690 \text{ час.}$$

Візначімо ХСФ. маємо:

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{4\lambda \cdot e^{-2\lambda t}\left(2 - 3e^{-\lambda y} + e^{-2\lambda t}\right)}{e^{-2\lambda t}(4 - 4e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t})} =$$

$$= \frac{4\lambda \cdot \left(2 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}\right)}{(2 - e^{-\lambda t})^2} = \frac{4\lambda \cdot \left(1 - e^{-\lambda t}\right) \cdot \left(2 - e^{-\lambda t}\right)}{(2 - e^{-\lambda t})^2} =$$

$$= \frac{4\lambda \cdot (1 - e^{-\lambda t})}{2 - e^{-\lambda t}}$$

Завдання 6.4. Нерезервована система управління складається 3n = 5000 елементів. Для Підвищення надійності системи передбачається провести роздільне дублювання елементів. Щоб примерно оцініті можливість Досягнення заданої вірогідності безвідмовної роботи системи Pc (t) = 0,9 при t = 10год, та патенти, розрахувати середня інтенсивність відмов одного елементи при припущенні відсутності післядії відмов.

Рішення. Вірогідність безвідмовної роботи системи при роздільному дублюванні и рівних елементів елементах дорівнює:

$$P_c(t) = \{1 - [1 - P(t)]^2\}^n,$$

де P (t) – вірогідність безвідмовної роботи одного елементи.

Оскількі винне буті

$$\{1 - [1 - P(t)]^2\}^2 \geq 0{,}9$$

то

$$P_c(t) \geq 1 - \sqrt{1 - \sqrt[n]{0{,}9}}$$

Розклавші $\sqrt[n]{0{,}9} = (1 - 0{,}1)^{1/n}$ по ступеня 1 / n в ряд и нехтуючі членами ряду вищого порядку крихти, отрімаємо

$$(1-0{,}1)^{\frac{1}{5000}} \approx 1 - \frac{1}{5000} \cdot 0{,}1 = 1 - 2 \cdot 10^{-5}$$

$$\lambda \le \frac{1}{t}\sqrt{1 - \sqrt[n]{0{,}9}} = \frac{1}{10}\sqrt{1 - 1 + 2 \cdot 10^{-5}} \approx 4{,}4 \cdot 10^{-4}\ 1/\text{год}$$

Завдання для самостійного вирішенню

Завдання 6.5. Схема розрахунку надійності пристрою показана на рисунку 6.4. Передбачається, что справедливий експоненціальній закон надійності для елементів пристрою. Інтенсівності відмов елементів має следующие значення $\lambda_1 = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ 1 / год, $\lambda_2 = 0{,}7 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Необходимо візначіті вірогідність безвідмовної роботи пристрою в пліні часу t = 100год.

Завдання 6.7. У телевізійному каналі зв'язку, что складається з приймачем и передавача, застосовано роздільне дублювання передавача и приймач. Передавача и приймач ма ють інтенсівності відмов $\lambda_n = 2 \cdot 10^{-3}$ 1 / год та $\lambda_{пр} = 1 \cdot 10^{-3}$ 1 / год відповідно. Схема каналу представлена на малий. 6.6. Вимагається візначіті вірогідність безвідмовної роботи каналу $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи mtCs, частоту відмов fc(t), інтенсівність відмов X_c (t).

Завдання 6.8. Схема розрахунку надійності системи наведена на малий. 6.7, де кож приведені інтенсівності відмов елементів. Вимагається візначіті вірогідність безвідмовної роботи сістемі Pc(t) и частоту відмов $f_c(t)$.

Завдання 6.9. Радіоелектронна апаратура складається з трьох блоків I, II та III:. Вимагається визначити вірогідність безвідмовної роботи апаратурі Pc(t) для Наступний віпадків:

а) резерв відсутній;

б) є дублювання шкірного блоку.

Завдання 6.10. Нерезервована система управління складається 3n = 4000 елементів. Відома необхідна вірогідність безвідмовної роботи сістемі Pc(t) = 0,9 при t = 100 год. Необходимо розрахуваті допустиму середня інтенсівність відмов одного елементи, вважаючі елементірівних елементів, для того, щоб примерно оцініті

Досягнення заданої вірогідності безвідмовної роботи за відсутності профілактичних оглядів в Наступний випадка, а) Резервування відсутнє; б) примерно роздільне (по елементне) дублювання.

Завдання 6.11. У радіопередавачі, что складається з трьох рівніх елементів каскадів примерно роздільне дублювання шкірного каскаду (n = 3). Інтенсівність відмов каскадіврівна $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ 1 / год. Розрахуваті вірогідність безвідмовної роботі Pc(t) в пліні часу l = 100 и середній час безвідмовної роботіmtc радіопередавача.

Завдання 6.12. Обчіслювач складається з двох блоків, сполучення послідовно и характерізується відповідно інтенсівностямі відмов $\lambda_1 = 120{,}54–10^{-6}$ 1 / рік та $\lambda_2 = 185{,}66 \cdot 10^{-6}$ 1 / год.

Виконаю пасивне поелементно Резервування з незмінним навантаження блоку 2 (див. рис. 6.8). Вимагається візначіті вірогідність безвідмовної роботі Pc(t) обчіслювача, середній час безвідмовної роботіmtc, частоту відмовfc (t) и інтенсівність відмов λc (t) обчіслювача. Візначити Pc(t) при t = 20 рік.

Завдання 6.13. Обчислювальний Пристрій складається Зn = 3 однаково блоків, до шкірного з якіх підключеній блок в навантаженості резерві. Інтенсівність відмов шкірного блоку рівна $\lambda = 10^{-4}$ 1 / год. Вимагається візначіті вірогідність безвідмовної роботі Pc(t) пристрою и середній час безвідмовної роботи прістрою m_{tc}.

ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ №7

Резервування з дробовою кратністю і постійно увімкненим резервом

Теоретичні відомості

Резервована система складається з l окремих систем (рисунок 7.1). Для її нормальної роботи необхідно, щоб були справними не менше ніж h систем. Кратність резервування такої системи дорівнює

$$m = \frac{l - h}{h} \tag{7.1}$$

Передбачається, що основні і всі резервні системи рівнонадійні. Ймовірність безвідмовної роботи резервованої системи

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^{l-h} C_l^i P_0^{l-i}(t) \sum_{j=0}^{i} (-1)^j C_i^j P_0^j(t),$$

де

$$C_i^i = \frac{l!}{i!\,(l-1)!} \tag{7.2}$$

Тут $P_0(t)$– ймовірність безвідмовної роботи основної системи або будь–якої резервної системи; l – загальна кількість основних і резервних систем; h– число систем, необхідних для нормальної роботи.

На рисунку 7.1λ_0 є інтенсивність відмов будь–якої однієї із систем. Будемо припускати, що для будь–якої окремо взятої системи справедливий експонентний закон надійності, тобто

$$P_0(t) = e^{-\lambda_0 t} \tag{7.3}$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи системи. Маємо

$$m_k = \int_0^\infty P_c(t)\,dt = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{l-h}\frac{1}{h+i} \qquad (7.4)$$

Рішення типових задач

Задача 7.1. Система електропостачання блоку ЄОМ складається з чотирьох генераторів, номінальна потужність яких 18 кВт. Безаварійна робота блоку ще можлива, якщо система електропостачання може забезпечувати споживача потужністю 30 кВт. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи електропостачання протягом часу $t = 600$ год, середній час безвідмовної роботи m_k, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи енергопостачання, якщо інтенсивність відмов кожного з генераторів $\lambda = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\, 1/\text{год}$.

Рішення. Потужності двох генераторів достатньо для живлення блоку ЕОМ, так як їх сумарна потужність становить 36 кВт. Це означає, що відмова системи електропостачання ще не настане, якщо відмовлять один або два будь–яких генератора, тобто має місце випадок резервування з дробовою кратністю $m = 2/2$ при загальному числі пристроїв, що дорівнює 4. На підставі формули (7.2) маємо

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^{2} C_4^i P_0^{4-i}(t) \sum_{j=0}^{i} (-1)^j C_i^j\, P_0^j(t) =$$

$$= C_4^0 P_0^4(t) C_0^0 P_0^0(t) + C_4^1 P_0^3(t) \cdot [C_1^0 P_0^0(t) - C_1^1 P_0^1(t)] + C_4^2 P_0^2(t)$$
$$\cdot [C_2^0 P_0^0(t) - C_2^1 P_0^1(t) + C_2^2 P_0^2(t)].$$

Так як

$C_4^0 = 1;\ C_0^0 = 1;\ C_4^1 = 4;\ C_1^0 = 1;\ C_1^1 = 1;\ C_4^2 = 6;\ C_2^0 = 1;\ C_2^1 = 2;\ C_2^2 = 1,$

тоді

$$P_c(t) = 6{P_0}^2(t) - 8{P_0}^3(t) + 3{P_0}^4(t).$$

Так як $P_0(t) = \exp(-\lambda t)$, тоді

$$P_c(t) = 6e^{-2\lambda t} - 8e^{-3\lambda t} + 3e^{-4\lambda t}.$$

Для даних нашої задачі$\lambda t = 0{,}09$. Тоді

$$P_c(600) = 0{,}997.$$

Середній час безвідмовної роботи на підставі формули (7.4) буде

$$m_k = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{2}\frac{1}{2+i} = \frac{13}{12\lambda} \approx 7220 \text{ год.}$$

Визначаємо частоту відмов$f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = 12\lambda e^{-2\lambda t} - 24\lambda e^{-3\lambda t} + 12\lambda e^{-4\lambda t}.$$

Визначимо інтенсивність відмов$\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{12\lambda \cdot \left(1 - 2e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}\right)}{6 - 8e^{-\lambda t} + 3e^{-2\lambda t}}.$$

Задача 7.2. Для підвищення точності вимірювання деякої величини застосована схема групування приладів з п'яти по три, тобто результат вимірювання вважається вірним за показником середнього (третього) приладу. Потрібно знайти ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи m_k такої системи, а також частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи, якщо інтенсивність відмов кожного приладу $\lambda = 0{,}4$.

Рішення.В даному випадку вимірювальна система відмовляє в тому випадку, якщо відмовлять з п'яти приладів три і більше, тобто має місце загальне резервування дробової кратності, коли загальна кількість приладів $l = 5$, число приладів, необхідних для нормальної роботи $h = 3$, а кратність резервування $m = 2/3$.

Використовуючи формулу (7.2), отримаємо

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^{l-h} C_j^i P_0^{l-i}(t) \sum_{j=0}^{i} (-1)^j C_i^j\, P_0^j(t) = \sum_{i=0}^{2} C_5^i P_0^{5-i}(t) \sum_{j=0}^{i} (-1)^j C_i^j\, P_0^j(t) =$$
$$= C_5^0 P_0^5(t) \cdot C_0^0 P_0^0(t) + C_5^1 P_0^4(t)[C_1^0 P_0^0(t) - C_1^1 P_0^1(t)]$$
$$+ C_5^2 P_0^3(t)[C_2^0 P_0^3(t) - C_2^1 P_0^0(t) + C_2^2 P_0^2(t)].$$

Так як

$$C_5^0 = 1;\ C_0^0 = 1;\ C_5^1 = 5;\ C_1^0 = 1;\ C_1^1 = 1;\ C_5^2 = 10;\ C_2^0 = 1;\ C_2^1 = 2;\ C_2^2 = 1,$$

тоді

$$P_c(t) = P_0^5(t) + 5P_0^4(t)[1 - P_0(t)] + 10P_0^3(t)[1 - 2P_0(t) + P_0^2(t)]$$
$$= 6P_0^5(t) - 15P_0^4(t) + 10P_0^3(t).$$

Так як $P_0(t) = \exp(-\lambda t)$, тоді

$$P_c(t) = 6e^{-5\lambda t} - 15e^{-4\lambda t} + 10e^{-3\lambda t}.$$

Середній час безвідмовної роботи на підставі формули (7.4) буде

$$m_k = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{2} \frac{1}{3+i} = \frac{1}{\lambda_0}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = \frac{47}{60\lambda} = 1958 \text{ год.}$$

Визначаємо частоту відмов $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = -30\lambda e^{-5\lambda t} - 60\lambda e^{-4\lambda t} + 30\lambda e^{-3\lambda t} =$$

$$= 30\lambda e^{-3\lambda t}\left(e^{-2\lambda t} - 2e^{-\lambda t} + 1\right) = 30\lambda e^{-3\lambda t}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)^2.$$

Визначимо інтенсивність відмов$\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{30\lambda\left(1 - e^{-\lambda t}\right)^2}{6e^{-2\lambda t} - 15e^{-\lambda t} + 10}.$$

Завдання для самостійного рішення

Задача 7.3. Інтенсивність відмов вимірювального приладу $\lambda = 0{,}83 \cdot 10^{-3}$ 1/год. Для підвищення точності вимірювання застосована схема з трьох по два $(m = 1/2)$. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи схеми $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи схеми m_k, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов схеми $\lambda_c(t)$.

Задача 7.4. Інтенсивність відмов вимірювального приладу $\lambda = 0{,}83 \cdot 10^{-3}$ 1/год.Для підвищення точності вимірювання застосована схема з п'яти по три $(m = 2/3)$. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи схеми $P_c(t)$, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов схеми$\lambda_c(t)$.

Задача 7.5. Автомобільний двигун має $l = 4$ свічки запалювання по одній на кожен циліндр. Інтенсивність відмов свічки $\lambda = 10^{-3}$ 1/год, а тривалість роботи двигуна протягом усієї подорожі$t = 20$ год.Передбачається, що автомобіль може їхати також при одному непрацюючому циліндрі. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи схеми $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи двигуна m_k, частоту відмов$f_c(t)$, інтенсивність відмов двигуна $\lambda_c(t)$. Яка ймовірність того, що автомобіль доставить туристів до пункту призначення без заміни свічок?

Задача 7.6.В обчислювальному пристрої застосовано резервування з дробовою кратністю "один з трьох". Інтенсивність відмов одного не зарезервованого блоку дорівнює $\lambda_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ $1/\text{год}$. Потрібно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи схеми $P_c(t)$ і середній час безвідмовної роботи m_k зарезервованого обчислювального пристрою.

ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ №8

Ковзне резервування при експоненціальном законі надійності

Теоретичні відомості

Імовірність безвідмовної роботи резервованої системи визначається співвідношенням

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} + \sum_{i=0}^{m_0} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}, \tag{8.1}$$

де o = n – інтенсивність відмов нерезервованої системи;

– Інтенсивність відмови елемента, n – число елементів основної системи; m_0 – число резервних елементів, що знаходяться в ненавантаженому резерві.

В цьому випадку кратність резервування

$$m = {}^{m_0}\!/_{n}\ , \tag{8.2}$$

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи визначається формулою

$$m_k = T_0(m_0 + 1)\ , \tag{8.3}$$

де T_0 – середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи.

Рішення типових задач

Завдання 8.1. Система складається з двох однакових елементів. Для підвищення її надійності конструктор запропонував ковзне резервування при одному резервному елементі, що знаходиться в ненавантаженому стані (рис. 8.1).

Інтенсивність відмов елемента дорівнює. Потрібно знайти ймовірність безвідмовної роботи Pc(t) резервованої системи, середній час безвідмовної роботи m_k системи, а також частоту відмов fc(t) і інтенсивність відмов $_c$ (t) резервованої системи.

Рішення.

В даному випадку n = 2; m_0 = 1; $_o$= n = 2.

На підставі формули (8.1) маємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^{m_0} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}(1 + \lambda_0 t)$$

або

$$P_c(t) = e^{-2\lambda_0 t}(1 + 2\lambda t)$$

Визначемо m_k. Отримаемо

$$m_k = T_0(m_0 + 1);\ T_0 = \frac{1}{\lambda};$$

або

$$m_k = \frac{1}{2\lambda} \cdot 2 = \frac{1}{\lambda}$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$. Маємо

$$fc(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = -\left[-2 \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda_0 t}(1 + 2 \cdot \lambda \cdot t) + 2 \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda_0 t}\right]$$

або

$$fc(t) = 4 \cdot \lambda^2 \cdot t \cdot e^{-\lambda_0 t}$$

Визначимо інтенсивність відмов $_c$(t). Отримаємо

$$\lambda c(t) = \frac{fc(t)}{Pc(t)} = \frac{4 \cdot \lambda^2 \cdot t}{1 + 2 \cdot \lambda \cdot t}.$$

Завдання 8.2. Цифрова обчислювальна машина складається з 1024 однотипних осередків і сконструйована так, що є можливість замінити будь–яку з відмовили осередків. У складі ЗІП є 3 осередки, кожна з яких може замінити будь–яку відмовила. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи ЦВМ Pc(t), середній час безвідмовної роботи m_k, частоту відмов f_c(t), інтенсивність відмов $_c$(t). Також потрібно визначити P_c(t) при t = 10000 годину. Відомо, що інтенсивність відмов осередки = 0.1210^6 1/год. Під відмовою розумітимемо подія, коли ЦВМ не може працювати через відсутність ЗІПа, тобто коли весь ЗІП витрачено і відмовила ще один осередок пам'яті ЦВМ.

Рішення. Так як будь–яка осередок зі складу ЗІПа може замінити будь–яку відмовила осередок ЦВМ, то має місце "ковзне" резервування. В нашому випадку число елементів основної системи n=1024, інтенсивність відмов нерезервованої системи $_0$=n=10240.12l0^6 1.2310^4 1/год, число резервних елементів m_0=3. На підставі формули (8.1) маємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^{m_0} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}\left(1 + \lambda_0 t + \frac{\lambda_0^2 \cdot t^2}{2} + \frac{\lambda_0^3 \cdot t^3}{6}\right).$$

Визначемо m_k. Отримаемо

$$m_k = T_0(m_0 + 1);\ T_0 = \frac{1}{\lambda_0}$$

або

$$m_k = \frac{1}{1{,}23 \cdot 10^{-4}}(3 + 1) \approx 32500\ \text{час}.$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$. Маємо

$$\mathrm{fc(t)} = -\frac{\mathrm{dP_c(t)}}{\mathrm{dt}} = \frac{1}{6} \cdot \lambda_0^4 \cdot t^3 \cdot e^{-\lambda_0 t}$$

Визначимо інтенсивність відмов $_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda c(t) = \frac{fc(t)}{Pc(t)} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\lambda_0^4 \cdot t^3}{1 + \lambda_0 t + \frac{\lambda_0^2 \cdot t^2}{2} + \frac{\lambda_0^3 \cdot t^3}{6}}.$$

Визначимо Pc (t) при t = 10000час. Маємо

$$P_c(t) = e^{-1{,}23^{-4} \cdot 10^4} \cdot \left[1 + 1{,}23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 + \frac{\left(1{,}23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4\right)^2}{2} + \frac{\left(1{,}23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4\right)^3}{6}\right] \approx 0{,}96$$

<u>Завдання для самостійного рішення</u>

Завдання 8.3. Машина складається з 1024 стандартних осередків і безлічі інших елементів. У ЗІПе є ще дві однотипні осередки, які можуть замінити будь–яку з відмовили. Всі елементи, крім зазначених осередків, ідеальні в сенсі надійності. Відомо, що інтенсивність відмов осередків є величина постійна, а середній час безвідмовної роботи машини з урахуванням двох запасних осередків m_k=60 годину. Передбачається, що машина допускає коротку перерву в роботі на час відмовили осередків. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи одного осередку $m_t = m_{ti}$, i = 1,1024. Визначити ймовірність безвідмовної роботи резервованої системи $P_c(t)$, частоту відмов $f_c(t)$ інтенсивність відмов $_c(t)$ резервованої системи.

Завдання 8.4. Система складається з n однотипних елементів, кожен з яких має середній час безвідмовної роботи $m_{ti} = m_t = 1 /$, i =1, n. Для підвищення надійності застосовано ковзне резервування, при якому то резервних елементів знаходяться в ненавантаженому режимі. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи резервованої системи т, с. Визначити ймовірність безвідмовної роботи резервованої системи Рс (t), якщо m_0= 2, а також частоту відмов fc (t), інтенсивність відмов $_c$(t) резервованої системи.

Завдання 8.5. Бортова апаратура супутника включає в себе апаратуру зв'язку, командну і телеметрічекую системи, систему харчування та систему орієнтації. Апаратура зв'язку складається з двох працюючих ретрансляторів і одного ретранслятора в ненавантаженому резерві. Перемикаючий пристрій передбачається абсолютно надійним. Командна система має постійне резервування. Системи харчування, орієнтації і телеметрії резерву не мають. Задані інтенсивності відмови: кожного комплекту ретранслятора – , командної системи – системи телеметрії – 3, системи харчування – 4 і системи орієнтації – 5. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи Рс (t) бортової апаратури супутника. Логічна схема для розрахунку надійності бортової апаратури супутника представлена на рис. 8.2. Тут I – апаратура ретранслятора, II – командна система, III –інші системи.

Завдання 8.6. Блок підсилювачів промислової частоти включає в себе n = 4 послідовно з'єднаних підсилювача і один підсилювач в ненавантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного працюючого підсилювача = 610^{-4} 1/год. Визначити ймовірність безвідмовної роботи Рс (t) Резервованої системи, середній час безвідмовної роботи m_k системи, частоту відмов f(t), інтенсивність відмов $_c$(t). Визначити також Рс (t) при t = 100 годину.

Завдання 8.7. Блок телеметрії включає в себе два однакових приймача Інтенсивність відмов кожного приймача становить = 410^{-4} 1/год. Є один приймач в ненавантаженому ковзному резерві. Визначити ймовірність безвідмовної роботи Рс (t) резервованої системи середнє час безвідмовної роботи m_{tc} системи, частоту відмов f(t), інтенсивність відмов, $_c$(t). Визначити Рс (t) при t = 250 годину. Визначити Рс (t) коли резерв відсутній.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТІЕ №9

Розрахунок показників надійності резервованих пристроїв з урахуванням відновлення

Теоретичні відомості

Резервування, при якому можливе відновлення відмовили елементів, є ефективним засобом підвищення надійності. Відмова резервованої групи з відновленням відбудеться, якщо всі елементи, що складають групу, ремонтуються.

При резервуванні з відновленням резерв як би весь час поповнюється відновлюваними блоками.

Показники надійності, як правило, визначаються за умови, що в момент включення все елементи працездатні.

Найбільш часто використовуються два методи розрахунку надійності відновлюваних систем, які умовно називаються: метод інтегральних рівнянь і метод диференціальних рівнянь.

Будемо розглядати в подальшому 2–ий метод. У методі диференціальних рівнянь використано припущення про показові розподілах часу між відмовами і часу відновлення.

Спочатку перераховуються можливі стану системи і складається її математична (логічна) модель у вигляді схеми станів, на якій прямокутниками або кружками зображуються можливі стани і стрілками – можливі напрямки переходів з одного стану в інший. За схемою станів складають систему диференціальних рівнянь для ймовірностей станів.

Для цього доцільно використовувати такі правила:

– ліві частини рівнянь містять похідні за часом ймовірностей відповідних станів Pj (t), а кожен член правої частини рівняння виходить шляхом множення інтенсивності переходу, що стоїть над стрілкою, пов'язаної станом, на відповідну ймовірність стану;

– знак залежить від напрямку стрілки (плюс, якщо стрілка спрямована вістрям до стану, в іншому випадку);

– число рівнянь дорівнює числу станів, система диференціальних рівнянь має бути доповнена нормувальний умовою, що складається в тому, що сума ймовірностей всіх станів дорівнює одиниці.

Рішення системи диференціальних рівнянь за допомогою перетворень Лапласа або будь–яким іншим методом дозволяє визначити необхідні показники надійності.

Коли перерви в роботі системи допустимі, в якості показників надійності використовують функцію готовності $К_Г(t)$ і функцію простою $К_П(t)$ або коефіцієнт готовності $К_Г$ і простою $К_П$ визначаються у вигляді

$$К_Г = \lim_{t\to\infty} К_{Г(t)},$$
$$К_П = \lim_{t\to\infty} К_{П(t)}. \quad (9.1)$$

Функція готовності дорівнює за визначенням ймовірності того, що в момент часу t система справна. Функція простою дорівнює ймовірності того, що в момент часу t система несправна.$К_Г К_П$

Мають місце співвідношення

$$К_Г(t) + К_П(t) = 1$$
$$К_Г + К_П = 1. \quad (9.2)$$

Часто розглядають сталий режим експлуатації при $t \to \infty$.Тогда Pj(t) = 0і система диференціальних рівнянь переходить в систему алгебраїчних рівнянь.

Коли перерви в роботі системи неприпустимі, в якості показників надійності використовується умовні ймовірності неперервної безвідмовної роботи протягом заданого часу всі елементи системи працездатні. В даному випадку повну систему диференціальні рівнянь при відповідних початкових умовах.

При декількох працездатних станах

$$К_{Г}(t) = \sum_{j=1}^{n} Pj(t), \qquad (9.3)$$

де n – число працездатних станів;

$Pj(t)$ – ймовірність j–го працездатного стану.

Часто число непрацездатних станів значно менше числа працездатних. При цьому зручніше обчислити коефіцієнт простою

$$К_{П}(t) = \sum_{j=1}^{m+1-n} Pj(t), \qquad (9.4)$$

де $Pj(t)$ – ймовірність j–го працездатного стану;

$m + 1$ – загальне число станів.

<u>Особливості розрахунку резервованих систем.</u>

Система, що складається з равнодежнних одного основного і k резервних елементів, може знаходиться у будь-якому з (k + 2) станів:

0 – всі елементи працездатні; 1 – елемент непрацездатному стані; j – коли елемент в непрацездатному стані; k + 1 – коли (k + 1) елементи в непрацездатному стані.

Передбачається, що при заміні працюючого елемента на резервний перерви в роботі системи не відбувається, тому відмова системи настає при одночасній непрацездатності основного і всіх резервних елементів (стан (k + 1)).

Розглянемо випадок ненагруженного резерву з абсолютно надійним перемикачем і з однієї ремонтною бригадою яка обслуговує систему (обмежене відновлення). За пропозицією, елементи в ненавантаженому резерві мають інтенсивність відмов $\delta = \alpha$. Якщо число непрацездатності елементів виявляється більше одного, то існує черга на ремонт.

Схема станів системи представлена на рис.9.1. Сістема диференціальних рівнянь має наступний вигляд:

$$\begin{gathered} \mathrm{Po(t)} = -\lambda \mathrm{P_U(t)} + \mu \mathrm{P_1(t)}; \\ \mathrm{P_j(t)} = \lambda \mathrm{P_{j-1}(t)} - (\lambda + \mu)\mathrm{P_j(t)} + \mu \mathrm{P_{j+1}(t)};\, \mathrm{j} = \overline{1, \mathrm{k}} \\ \mathrm{P_{K+1}(t)} = \lambda \mathrm{P_{K+1}(t)} - \mu \mathrm{P_{K+1}(t)} \end{gathered} \tag{9.5}$$

При $t \to \infty$ система (9.5) переходить в систему алгебраїчних рівнянь;

$$\begin{gathered} \lambda \mathrm{P_o} + \mu \mathrm{P_1} = 0; \\ \lambda \mathrm{P_{j-1}} - (\lambda + \mu)\mathrm{P_j} + \mu \mathrm{P_{j+1}} = 0;\, \mathrm{j} = \overline{1, \mathrm{k}}; \\ \lambda \mathrm{P_k(t)} - \mu \mathrm{P_{k+1}(t)} = 0. \end{gathered} \tag{9.6}$$

Для рішення системи (9.6) необхідно додати рівняння

$$\sum_{j=0}^{к+1} \mathrm{P_j} = 1$$

В результаті рішення системи (9.6) спільно з рівнянням (9.7) отримаємо встановилися значення коефіцієнтів простою і готовності

$$\mathrm{K_П} = 1 - \mathrm{P_{k+1}} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{к+1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j};$$

$$\mathrm{K_П} = \mathrm{P_{k+1}} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{к+1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j}.$$

Якщо та ж система, що складається з k + 1 елементів, обслуговується (k + 1) ремонтними бригадами (необмежену відновлення), то чергу на ремонт відсутня. Схема станів для ненавантаженого резерву і необмеженого відновлення представлена на рис. 9.2 .У результаті рішення системи рівнянь при $P_j(t) = 0$ отримаємо:

$$К_П = P_{k+1} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{к+1} \frac{(k+1)!}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{k+1-j}};$$

$$К_г = 1 - P_{k+1}$$

Схеми станів системи, що складається з одного основного і k–елементів в наруженном резерв представлені на рис. 9.3 для обмеженого відновлення і на рис. 9.4 для необмеженого.

Міркуючи аналогічно отримаємо:

Для обмеженого відновлення

$$К_П = \frac{1}{\sum_{j=0}^{к+1} \frac{1}{j!} \cdot \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j};\ К_г = 1 - К_П$$

Для необмеженого відновлення

$$К_п = \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda}\right)^{k+1};$$

$$К_п = 1 - \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda}\right)^{k+1} = \sum_{j=0}^{k} C_{k+1}^{k+1-j} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda}\right)^{k+1-j} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda}\right)^j.$$

Розглянемо резервовані системи, для яких відмови неприпустимі, але ремонт елемента, що відмовив проводиться під час виконання завдання. Якщо система складається з основного елемента і до елементів в навантаженому резерві, то для випадку обмеженого відновлення схема станів представлена на рис.9.5.Прі попаданні системи в стан (k+1) відбувається відмова системи, який недопустимий і призводить до невиконання поставленого завдання.

Імовірність безвідмовної системи роботи

$$P(ti) = \sum_{j=0}^{k} P_j\,(t_i)$$

знайдена в реченні, що при t = 0 в системі немає невикористаних елементів, тобто

$$P_0(0) = 1;\;\; P_1(0) = \cdots = P_{k+1}(0) = 0.$$

Ймовірність відмови системи протягом часу виконання завдання також є умовною ймовірністю і дорівнює

$$\tilde{q}(t_i) = P_{k+1}(t_i).$$

Важливим показником є середній час безвідмовної роботи

$$m_t = \int_0^{\infty} \widetilde{P}\,(t)dt = \int_0^{\infty} \sum_{f=0}^{k} P_j\,(t)dt$$

При рішенні системи рівнянь, складених за схемою станів рисунок 9.5, з допомогою перетворень Лапласа, доцільно використовувати правило, яке полегшує розрахунок.

Для визначення середнього часу безвідмовної роботи достатньо знайти перетворення Лапласа ймовірності безвідмовної роботи P(s) і підставити в нього S = 0.

Рішення типових задач

Задача 9.1. Для живлення радіостанції використовується електроагрегат з двома генераторами, кожен з яких володіє продуктивністю, достатньою для нормальної роботи: ці генератори працюють по черзі. При відмові працюючого генератора у роботу включається резервний генератор, а відмовив відключається і ремонтується. Відмова електроагрегата полягає в припиненні живлення радіостанції.

Конструкція електроагрегата припускає одночасний ремонт обох генераторів, є потрібне число ремонтників. Інтенсивність відмов одного генератора дорівнює Я, а інтенсивність відновлення одного генератора дорівнює μ.

Обчислити коефіцієнт готовності електроагрегата, якщо$\mu = 5$. Передбачається показовий розподіл часу безвідмовної роботи і часу відновлення.

Рішення. Електроагрегат може перебувати в одному з трьох станів, які позначені цифрами:

0 – електроагрегат працездатний, обидва генератора працездатні.

1 – електроагрегат працездатний, але один з генераторів відмовив і знаходиться в ремонті.

2 – електроагрегат не працездатний, обидва генератора ремонтуються.

Позначимо ці ймовірності зазначених станів у момент часуt через $P_0(t), P_1(t), P_2(t)$. Ці ймовірності при $t \to \infty$ мають межіP_0, P_1, P_2.

Оскільки для розглянутого електроагрегата перехід зі стану 0 в стан 1 не порушує його працездатність, тоді

$$К_Г = P_0 + P_1.$$

Складемо схему станів (рисунок 9.6) і відповідну цій схемі систему рівнянь

$$\dot{P}_0(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t);$$
$$\dot{P}_1(t) = \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t);$$
$$\dot{P}_2(t) = \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t).$$

Для визначення сталих значеньP_0та P_1 покладемо всі похідні рівними нулю. Враховуючи, що$P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1$, одержуємо:

$$-\lambda P_0 + \mu P_1 = 0;$$
$$\lambda P_0 - (\lambda + \mu)P_1 + 2\mu P_2 = 0;$$
$$P_0 + P_1 + P_2 = 1.$$

Для отримання величинP_0, P_1, P_2 використовуємо правило Крамера:

$$P_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

де Δ – визначник, елементами якого є коефіцієнтиP_0, P_1, P_2;

Δ_i – визначник, який утворюється шляхом заміни i–го стовпця коефіцієнтами правій частині системи рівнянь. ВизначимоΔ, Δ_0, Δ_1. Маємо

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\lambda & \mu & 0 \\ \lambda & -(\lambda + \mu) & 2\mu \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \lambda + (\lambda + \mu) + 2\mu^2 + 2\mu\lambda - \mu\lambda = \lambda^2 + 2\mu(\lambda + \mu);$$

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} 0 & \mu & 0 \\ 0 & -(\lambda + \mu) & 2\mu \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2\mu^2; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 2\mu \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2\lambda\mu.$$

Визначимо P_0, P_1. Отримаємо

$$P_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta} = \frac{2\mu^2}{\lambda^2 + 2\mu(\lambda + \mu)};$$
$$P_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{2\lambda\mu}{\lambda^2 + 2\mu(\lambda + \mu)};$$

Позначивши

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu},$$

в результаті отримаємо

$$P_0 = \frac{2}{1 + (1+\rho)^2}; \quad P_1 = \frac{2\rho}{1 + (1+\rho)^2}.$$

Відповідно

$$К_Г = P_0 + P_1 = \frac{2(1+\rho)}{1 + (1+\rho)^2}$$

При $\rho = 0{,}2$ отримаємо $К_Г = 0{,}98$.

Задача 9.2. Зв'язкова радіостанція включає в себе приймальний і передавальний блоки, інтенсивності відмов яких однакові і рівні $\lambda = 10^2 1/\text{год}$. Інтенсивність відновлення $\mu = 2\ 1/\text{год}$. Станцію обслуговує одна ремонтна бригада. При непрацездатності будь–якого з блоків радіостанція непрацездатна. При цьому працездатний блок не вмикається і в ньому можуть відбуватися відмови.

Потрібно визначити значення коефіцієнтів готовності й простою радіостанції.

Рішення. Зв'язкова радіостанція у будь-який момент часу може знаходитися в одному з трьох станів:

0 – обидва блоки працездатні;

1 – один блок працездатний;

2 – обидва блоки непрацездатні.

Радіостанція працездатна тільки в стані 0 і непрацездатна у станах 1 і 2. Схема станів з відповідними інтенсивностями переходів представлена на рисунку 9.7. Цій схемі відповідає система диференціальних рівнянь:

$$\dot{P}_0(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t);$$
$$\dot{P}_1(t) = \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t);$$
$$\dot{P}_2(t) = \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t).$$

При $t \to \infty$ $\dot{P}_1(t) = 0$ і переходимо до системи алгебраїчних рівнянь

$$-2\lambda P_0 + \mu P_1 = 0;$$

$$2\lambda P_0 - (\lambda + \mu)P_1 + \mu P_2 = 0;$$
$$\lambda P_1 - \mu P_2 = 1$$

При вирішенні цієї системи використовуємо нормувальну умову

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1$$

яке може замінити будь–яке з рівнянь системи. В результаті рішення системи рівнянь або підстановкою, або за правилом Крамера отримаємо

$$P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}; \quad P_1 = \frac{2\mu\lambda}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}$$
$$P_2 = \frac{2\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}$$

Коефіцієнт готовності радіостанції дорівнює

$$К_П = P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}$$

Представляючи числові значення, отримуємо

$$К_П \approx 10^{-2};\ К_Г = 1 - К_П \approx 0{,}99$$

Задача 9.3. Спеціалізована бортова ЕВА складається з трьох блоків (1,2 і 3), два з яких (1 і 2) включені послідовно в основний ланцюг, а блок 3 знаходиться в стані ненавантаженого резерву (рисунок 9.8). Відомо також, що інтенсивність відмов λ_2 блоку 2 зневажливо мала в порівнянні з інтенсивностями відмов λ_1 та λ_3 блоків 1 і 3 (тобто $\lambda_1 = \lambda_3 \gg \lambda_2$) та пристрій експлуатується в умовах обмеженого відновлення. Потрібно визначити коефіцієнти готовності $К_Г$ і простою $К_П$.

Інтенсивність відмов і відновлень пристрою дорівнюють відповідно λ і μ причому $\lambda = \mu$.

Рішення. Якщо припустити, що наявність в системі блоку 2 не погіршує її надійність, то можна виділити наступні три стани, в яких може перебувати пристрій:

0 – блоки 1 і 3 справні і ЕВА працездатна;

1 – один з блоків (1 або 3) ушкоджений й ремонтується, а система як і раніше зберігає працездатність;

2 – обидва блоки (1 і 3), а отже, і система в цілому непрацездатна.

Схема перерахованих станів приведена на рисунку 9.9.

Позначимо ймовірність зазначених станів у деякий момент часу/відповідно $P_0(t), P_1(t), P_2(t)$.

Вочевидь, що $\lim\limits_{t\to\infty} P_0(t) = P_0$, $\lim\limits_{t\to\infty} P_1(t) = P_1$, $\lim\limits_{t\to\infty} P_2(t) = P_2$.

Ясно, що $K_Г = P_1 + P_2$, оскільки перехід системи зі стану 0 в стан $1(0 \to 1)$ не позначається на її працездатності, а $K_П = P_2$ чи $K_П = 1 - K_Г$, так як $P_0 + P_1 + P_2 = 1$.

Запишемо рівняння, що відповідають схемі станів пристрою. У відповідності з (9.5) і малюнком 9.9 отримаємо

$$\dot{P}_0(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t);$$
$$\dot{P}_1(t) = \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t);$$
$$\dot{P}_2(t) = \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t).$$

Доповнивши систему рівнянь нормувальною умовою (9.7), при$t \to \infty$ маємо

$$-\lambda P_0 + \mu P_1 = 0;$$
$$\lambda P_0 - (\lambda + \mu) P_1 + \mu P_2 = 0;$$
$$\lambda P_1 - \mu P_2 = 1$$
$$P_0 + P_1 + P_2 = 1$$

Спільне рішення 1–го, 2–го і 4–го рівнянь системи дає наступний результат

$$P_0 = \frac{\rho^2}{\rho(1+\rho)+1}; \quad P_1 = \frac{\rho}{\rho(1+\rho)+1}$$

$$P_1 = \frac{1}{\rho(1+\rho)+1}$$

де $\rho = \frac{\mu}{\lambda}$,

Оскільки $\rho = \frac{\mu}{\lambda} = 1$ за умовами задачі, то, підставивши це значення у формули ймовірностей станів системи, отримаємо$P_0 = P_1 = P_2 = 0{,}3333$, тому$K_Г = P_0 + P_1 = 0{,}6666$, $K_П = P_2 = 1 - K_Г = 0{,}3333$.

Задача 9.4. Перетворювач "параметр–код" складається з робочого блоку і блоку в ненавантаженому резерві. Розподілу часів між відмовами і відновлення показові з параметрами $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}\ 1/\text{год}, \mu = 0{,}8\ 1/\text{год}$. Потрібно визначити значення коефіцієнтів простою перетворювача при застосуванні необмеженого відновлення, порівняно з обмеженим.

Рішення. Для визначення значень коефіцієнтів простою для випадків обмеженого і необмеженого відновлення скористаємосявідповідно виразами (9.8) і (9.9). Число можливих станів дорівнює трьом.

Для обмеженого відновлення

$$K_{П.О.} = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\lambda} + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2} = \frac{\lambda^2}{\mu^2 + \mu\lambda + \lambda^2}$$

Для необмеженого відновлення

$$K_{П.Н.} = \frac{1}{2\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 + 2\left(\frac{\mu}{\lambda}\right) + 1} = \frac{\lambda^2}{2\mu^2 + 2\mu\lambda + \lambda^2}$$

Для розглянутої задачі справедливо співвідношення$\mu \gg \lambda$, і отримані вирази можуть бути з достатньою для практики точністю визначені наближено

$$К_{П.О.} \approx \frac{\lambda^2}{\mu^2}; \quad К_{П.Н.} \approx \frac{\lambda^2}{2\mu^2}$$

Таким чином, при застосуванні необмеженого відновлення, порівняно з обмеженим величина коефіцієнта простою зменшилася в два рази. Значення цих коефіцієнтів дорівнюють:

$$К_{П.О.} \approx 10^{-4}; \quad К_{П.Н.} \approx 0{,}5 \cdot 10^{-4}.$$

Задача 9.5. Радіоприймальний пристрій, що складається з робочого блоку і блоку в навантаженому резерві, розраховане на безперервну цілодобову роботу. Через три години після включення цей пристрій може отримати команду на перебудову режиму роботи. Інтенсивність відмов і відновлення кожного блоку рівні$\lambda = 8 \cdot 10^{-3}\ 1/\text{год}, \mu = 0{,}2\ 1/\text{год}$. Є дві чергові ремонтні бригади. Визначити ймовірність застати радіоприймальний пристрій в непрацездатному стані через три години після включення (значення функції простою) і значення коефіцієнта простою.$\lambda = 8 \cdot 10^{-3} \mu = 0{,}2$

Рішення. Радіоприймальний пристрій к будь-який момент часу може знаходитися в одному з наступних станів:

0 – обидва блоки працездатні;

1 – один блок непрацездатний;

2 – обидва блоки непрацездатні.

При знаходженні в станах 0 і 1 пристрій працездатний, в стані 2 – пристрій непрацездатною. Комбінації пристрої з відповідними інтенсивностями переходів представлена на рис. 9.10. Система диференціальних рівнянь, складена за цією схемою, має такий вигляд:

$$\dot{P}_0(t) = -2\lambda P_0 + \mu P_1(t);$$
$$\dot{P}_1(t) = 2\lambda P_0 - (\lambda + \mu) P_i(t) + 2\mu P_2(t);$$
$$\dot{P}_2(t) = \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t).$$

Для визначення функції простою вирішимо цю систему при початкових умовах. Переходячи до зображень, отримуємо систему алгебраїчних рівнянь:$P_0(t) = 1P_1(t) = P_2(t) = 0$

$$\left(s + \lambda P_0(s)\right) - \mu P_1(s) = 1;$$
$$-2\lambda P_0(s) + (s + \lambda + \mu)P_1(s) - 2\mu P_2(s) = 0;$$
$$-\lambda P_1(s) + (s + 2\mu)P_2(s) = 0.$$

Для отримання величин використовуємо правило Крамера:$P_i(s)$

$$P_i(s) = \frac{\Delta_i}{\Delta},$$

де – визначник, елементами якого є коефіцієнти при,,;$\Delta P_0(s) P_1(s) P_2(s)$

Δ_i – Визначник, який утворюється з шляхом заміни і–го стовпця коефіцієнтами правій частині системи.Δ

В даному випадку потрібно визначити функцію простою, рівну. Для цього запишемо визначники і:$P_2(t)\Delta\Delta_2$

$$\Delta = \begin{vmatrix} (s + 2\lambda) & -\mu & 0 \\ -2\lambda & (s + \lambda + \mu) & 2\mu \\ 1 & -\lambda & (s + 2\mu) \end{vmatrix};$$

отже

$$P_2(s) = \frac{2\lambda^2}{s \cdot [s^2 + 3(\lambda + \mu)s + 4\lambda\mu + 2\mu^2 + 2\lambda^2]}.$$

Знайдемо корені рівняння

$$s^2 + 3(\lambda + \mu)s + 4\lambda\mu + 2\mu^2 + 2\lambda^2 = 0.$$

маємо

$$s_{1,2} = 0{,}5\left[-3(\lambda + \mu) \pm \sqrt{9(\mu + \lambda)^2 - 8(\mu + \lambda)^2}\right] = 0{,}5[-3(\mu + \lambda) \pm (\mu + \lambda)]$$

Отже,.$s_1 = -2(\mu + \lambda); s_2 = -(\mu + \lambda)$

Запишемо у вигляді$P_2(s)$

$$P_2(s) = \frac{2\lambda^2}{s(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s - s_1} + \frac{C}{s - s_2}.$$

Визначимо A, B, C. Маємо

$$A = \lim_{s \to 0} s\, P_2(s) = \frac{2\lambda^2}{s_1 s_2};$$

$$B = \lim_{s \to s_1} (s - s_1)\, P_2(s) = \frac{2\lambda^2 s_2}{s_1 s_2 (s_1 - s_2)};$$

$$B = \lim_{s \to s_2} (s - s_2)\, P_2(s) = \frac{-2\lambda^2 s_2}{s_1 s_2 (s_1 - s_2)}.$$

Виробляємо зворотне перетворення Лапласа,$P_2(t) = t^{-1}\{P_2(s)\}$

$$P_2(t) = A \cdot I(s) + Be^{s_1 t} + Ce^{s_2 t} = \frac{2\lambda^2}{s_1 s_2}\left(1 + \frac{s_2 e^{s_1 t} - s_1 e^{s_2 t}}{s_1 - s_2}\right).$$

Так як

$$\frac{2\lambda^2}{s_1 s_2} = \frac{\lambda^2}{(\mu + \lambda)^2};\ s_1 - s_2 = -(\mu + \lambda)$$

то

$$K_{\Pi}(t) = P_2(t) = \frac{\lambda^2}{(\mu+\lambda)^2}\left[1 + e^{-2(\mu+\lambda)t} - 2e^{(\mu+\lambda)t}\right].$$

Використовуючи цей вираз, визначаємо коефіцієнт простою при $t \to \infty$

$$K_{\Pi} = \frac{\lambda^2}{(\mu+\lambda)^2}.$$

Підставляючи числові значення, отримуємо

$$K_{\Pi}(3) = 2 \cdot 10^{-4};\ K_{\Pi} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}.$$

Завдання 9.6. Обчислювальний пристрій складається з робочого блоку і блоку в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов і відновлень кожного блоку рівні 1 / год, 1 / год.$\lambda = 2 \cdot 10^{-2} \mu = 2$

При однаковій несправності обох блоків пристрій непрацездатною. Визначте час безвідмовної роботи пристрою.m_1

Рішення. Обчислювальний пристрій у будь-який момент часу може знаходитися в одному з наступних станів:

0 – обидва блоки працездатні;

1 – один блок непрацездатний;

2 – обидва блоки непрацездатні.

Схема станів пристрою представлена на рис. 9.11. Для визначення спочатку необхідно визначити ймовірність безперервної безвідмовної роботи протягом часу $t.m_1$

Система диференційованих рівнянь, отримана за схемою станів, має такий вигляд:

$$\dot{P}_0(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(1);$$
$$\dot{P}_1(t) = -\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(1);$$
$$\dot{P}_2(t) = \lambda P_1(t).$$

Початкові умови:

$$P_0(0) = 1;\ P_1(0) = P_2(0) = 0.$$

За допомогою перетворення Лапласа отримуємо систему алгебраїчних рівнянь щодо зображень:

$$(s + \lambda) P_0(s) - \mu P_1(s) = 1;$$
$$-\lambda P_1(s) + s P_2(s) = 0.$$

Шляхом вирішення цієї системи або підстановкою, або за правилом Крамера отримаємо

$$P_2(s) = \frac{\lambda^2}{s(s - s_1)(s - s_2)}.$$

Розкладаючи на елементарні дроби і виробляючи зворотне перетворення Лапласа, визначаємо ймовірність попадання за час (0, t) в стану $2 P_2(s) P_2(t)$

$$P_2(t) = 1 - \frac{s_1 \cdot \exp[s_2 t] - s_2 \cdot \exp[s_1 t]}{s_1 - s_2},$$

де позначено

$$s_{1,2} = 0{,}5 \left[-2(\lambda + \mu) \pm \sqrt{(2\lambda + \mu)^2 - 4\lambda^2}\right].$$

Отже, час безвідмовної роботи дорівнюєm_1

$$m_1 = \int_0^\infty \widetilde{P}(t)dt = -\frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} = \frac{1}{\lambda}\left(2 + \frac{\mu}{\lambda}\right).$$

Завдання 9.7. Радіолокаційна станція супроводу містить робочий блок і блок в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов і відновлень кожного блоку рівні відповідно і. Час супроводу в середньому становить величину. При одночасній непрацездатності обох блоків супроводжувана мета втрачається і відбувається відмова станції. При переході на резервний блок втрати мети не відбувається.$\lambda \mu t_c$

Потрібно визначити ймовірність безперервної безвідмовної роботи протягом часу (0,), або, інакше, ймовірність непотрапляння в стані 2 на цьому інтервалі і середній час безвідмовної роботи станції.$t_c m_1$

Рішення. Радіолокаційна станція супроводжується і в будь–який момент часу може знаходитися в одному з наступних станів:

0 – обидва блоки працездатні;

1 – один блок непрацездатний;

2 – обидва блоки непрацездатні.

Схема станів пристрою представлена на рис. 9.12.

Працездатними є стану 0 і 1, непрацездатними – 2. Отже, ймовірність непотрапляння в стан 2 за час визначається якt_c

$$\widetilde{P}(t_c) = P_0(t_c) + P_1(t_c) = 1 - P_2(t_c).$$

Для визначення ймовірності за схемою станів складемо систему диференціальних рівнянь:$\widetilde{P}(t_c)$

$$\dot{P}_0(t) = -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(1);$$
$$\dot{P}_1(t) = 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(1);$$
$$\dot{P}_2(t) = \lambda P_1(t).$$

За допомогою перетворення Лапласа отримуємо систему алгебраїчних рівнянь щодо зображень при

$$P_0(0) = 1;\ P_1(0) = P_2(0) = 0.$$
$$(s + 2\lambda)P_0(s) - \mu P_1(s) = 1;$$
$$-2\lambda P_0(s) + (s + \lambda + \mu)P_1(s) = 0;$$
$$-\lambda P_1(s) + sP_2(s) = 0.$$

Шляхом вирішення цієї системи або підстановкою, або за правилом Крамера отримаємо:

$$P_2(s) = \frac{\lambda^2}{s(s - s_1)(s - s_2)}.$$

Розкладаючи на елементарні дроби і виробляючи зворотне перетворення Лапласа, визначаємо ймовірність попадання в стан 2 за час (0,):$P_2(s)t_c$

$$P_2(t_c) = 1 - \frac{s_1 \cdot \exp[s_2 t_c] - s_2 \cdot \exp[s_1 t_c]}{s_1 - s_2},$$

де позначено

$$s_{1,2} = 0{,}5\left[-3\lambda - \mu \pm \sqrt{(\mu + 3\lambda)^2 - 8\lambda^2}\right].$$

Отже, ймовірність безперервної безвідмовної роботи радіолокаційної станції за час дорівнює: t_c

$$\widetilde{P}(t_c) = \frac{s_1 \cdot \exp[s_2 t_c] - s_2 \cdot \exp[s_1 t_c]}{s_1 - s_2}.$$

Для визначення середнього часу безвідмовної роботи станції запишемо перетворення Лапласа для ймовірності безвідмовної роботи і підставимо в нього:$m_1 P(s)s = 0$

$$P(s) = P_0(t_c) + P_1(t_c) = \frac{s + 3\lambda + \mu}{s^2 + (3\lambda + \mu)s + 2\lambda^2};$$

$$m_1 = P(s)|_{s=0} = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2}.$$

Завдання 9.8. Станція радіорелейного зв'язку включає для працюючих приймально–передавальних блоку і один блок в навантаженому резерві. Напрацювання на відмову кожного працюючого блоку годину; середній час відновлення одного блоку годину. Станцію обслуговує одна ремонтна бригада. При непрацездатності двох блоків станції третій блок почне працювати, а в ньому не можуть відбуватися відмови. Потрібно визначити коефіцієнти простою станції.$m_t = 200 m_t = 2$

Рішення. Можливі наступні стани радіорелейного зв'язку:

0 – обидва блоки працездатні;

1 – один блок непрацездатний;

2 – обидва блоки непрацездатні.

При непрацездатності одного блоку блок з навантаженого резерву переводиться в робочий стан. Працездатними є стану 0 і 1, непрацездатними – 2.

Позначимо ймовірності зазначених станів у момент часу t через $P_0(t)$, $P_1(t)$, $K_П = P_2$, тому що стан 2 є непрацездатним.

Складемо схему станів (рис. 9.13) і відповідну цій схемі систему рівнянь:

$$\dot{P}_0(t) = -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(1);$$

$$\dot{P}_1(t) = -(\mu + 2\lambda)P_1(t) + 2\lambda P_1(t) + \mu P_2(t);$$

$$\dot{P}_2(t) = 2\lambda P_1(t) - \mu P_2(t).$$

Для визначення сталого значення покладемо всі похідні рівними нулю. З огляду на, $P_2 P_0(t) + P_1(1) = 1$ що, отримуємо

$$-2\lambda P_0(t) + \mu P_1(1) = 0;$$
$$2\lambda P_1 - (\mu + 2\lambda) P_1 + \mu P_2;$$
$$P_0 + P_1 + P_2 = 1.$$

Для отримання використовуємо правило Крамера:P_2

$$P_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta},$$

де

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2\lambda & \mu & 0 \\ 2\lambda & -(\mu + 2\lambda) & \mu \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \mu^2 + 2\mu\lambda + 4\lambda^2;$$
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -2\lambda & \mu & 0 \\ 2\lambda & -(\mu + 2\lambda) & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4\lambda^2;$$

отже

$$K_\Pi = P_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{4\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 4\lambda^2}$$

при $\mu \gg \lambda$

$$K_\Pi \approx \frac{4\lambda^2}{\mu^2}.$$

Так як під час показового розподілі часу безвідмовної роботи і часу відновлення

$$\lambda = \frac{1}{m_1} = 5 \cdot 10^{-3}\frac{1}{\text{час}};\ \mu = \frac{1}{m_1} = 0{,}5\ \frac{1}{\text{час}},$$

$$К_П \approx \frac{4 \cdot 0{,}5^2}{0{,}5^2} \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4}.$$

Завдання для самостійного рішення

Завдання 9.9. Радіорелейний станція містить два приймача, один з яких використовується за призначенням, а другий знаходиться в ненавантаженому резерві. Визначити середній час безвідмовної роботи станції за умови, що кожного приймача 1 / год, 1 / год, $m_1\lambda = 8 \cdot 10^{-3}\mu = 0{,}2$.

Завдання 9.10. Реєструючий пристрій містить робочий блок і блок в навантаженому резерві. Імовірність відмови блоку протягом 25 годин $q(t_i) = 0{,}1$. Ремонт проводиться однією бригадою з інтенсивністю $\mu = 0{,}2$ 1 / год. Визначити коефіцієнт простою реєструючого пристрою.

Завдання 9.11. Система зв'язку містить один пристрій, призначене для виконання завдання і один пристрій в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного пристрою λ 1 / год, відновлення – μ 1 / год. Ремонт пристроїв проводиться незалежно один від одного. Визначити функцію готовності.

Завдання 9.12. Система супроводу складається з робочого блоку і блоку в навантаженому резерві. Для кожного блоку задані: $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1 / год, $\mu = 0{,}2$ 1 / год. Визначити час безвідмовної роботи системи.

Завдання 9.13. Перетворювач «параметр–код» складається з робочого блоку і блоку в навантаженому резерві. Розподілу часів меду відмовами і відновленнями показові з параметрами $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1 / год, $\mu = 0{,}8$ 1 / год. Потрібно визначити значення коефіцієнтів простою і у скільки разів зменшуватися величина коефіцієнта простою перетворювача при застосуванні необмеженого відновлення в порівнянні з обмеженими.

Завдання 9.14. Пристрій складається з двох однакових блоків, один з яких використовується за прямим призначенням, а другий знаходиться в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного блоку $\lambda = 6 \cdot 10^{-3}$ 1 / год, інтенсивність відновлення $\mu = 2$ 1 / год. Ремонт проводиться однією ремонтною бригадою. Потрібно визначити коефіцієнт простою пристрою.

Завдання 9.15. Підсилювач складається з двох равнонадежних блоків, для кожного з яких $\lambda = 3 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Є підсилювач в ненавантаженому резерві. Ремонт виробляє одна бригада, середній час ремонту $m_t = 0{,}5$ год. Визначити коефіцієнт простою підсилювача з резервом.

Завдання 9.16. Підсилювач складається з двох равнонадежних блоків, для кожного з яких $\lambda = 3 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Приблизно побічна резервування підсилювача в ненавантаженому режимі. Ремонт виробляє одна бригада, середній час ремонту $m_t = 0{,}5$ годину. Визначити коефіцієнт простою підсилювача з побічним ефектом.

Завдання 9.17. Обчислювач складається з двох однаково робочих блоків і одного блоку в навантаженому ковзному резерві. Для кожного блоку $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1 / год, $\mu = 1$ 1 / год, ремонтних бригад дві. Визначити коефіцієнт простою обчислювача.

Завдання 9.18. Обчислювач складається з двох однакових робочих блоків і одного резервного блоку в ненавантаженому резерві. Для кожного блоку $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1 / год, $\mu = 1$ 1 / год, ремонтних бригад дві. Визначити коефіцієнт простою обчислювача.

Завдання 9.19. Генератор імпульсів містить один робочий блок, один блок в навантаженому резерві і один блок в ненавантаженому резерві. При непрацездатності робочого блоку або блоку в навантаженому резерві блок з ненавантаженого резерву переводиться в навантажений. Визнач для кожного блоку $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1 / год, $\mu = 0{,}5$ 1 / год, ремонтна бригада одна. Визначити коефіцієнт простою генератора.

Завдання 9.20. Передавач містить робочий блок ($\lambda = 9 \cdot 10^{-3} 1$ / год) і блок в полегшеному резерві ($v. = 10^{-3}$). Визначити коефіцієнт простою передавача за умови, що ремонт проводиться однією бригадою з інтенсивністю 1 / год$\mu = 0{,}3$.

Завдання 9.21. Перетворювач частоти містить один робочий блок і один блок в навантаженому резерві. Ремонт проводиться однією бригадою, що забезпечує середній час відновлення 0,5 годину. Визначити граничнодопустимі інтенсивність відмов перетворювача, щоб задовольнити умову.$K_{\Pi} \leq 2 \cdot 10^{-4}$

Завдання 9.22. Перетворювач частоти містить один робочий блок і один блок в ненавантаженому резерві. Ремонт проводиться однією бригадою, що забезпечує середній час відновлення 0,5 годину. Визначити граничнодопустимі інтенсивність відмов перетворювача, щоб задовольнити умову $K_{\Pi} \leq 2 \cdot 10^{-4}$.

Завдання 9.23. Для нерезервованої вироби, що має інтенсивність відмов $\lambda = 2 \cdot 10^{2}$ 1 / год, може бути застосований або навантажений, або ненавантажений резерв. Ремонт проводиться однією ремонтною бригадою з інтенсивністю $\mu = 2$ 1 / год. Визначити, у скільки разів зменшитися значення коефіцієнта простою при застосуванні ненавантаженого резерву замість навантаженого.

ЛІТЕРАТУРА

1. Збірник завдань по теорії надійності / За редакцією А.М. Половко і І.М. Малікова. – М.: Радянське радіо, 1972

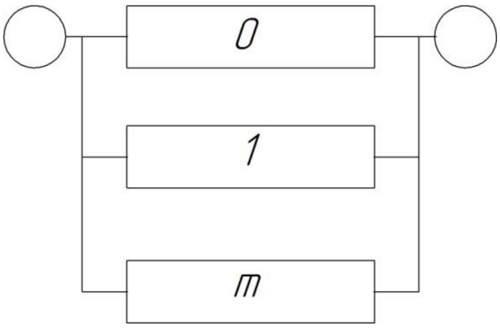

Рисунок 4.1

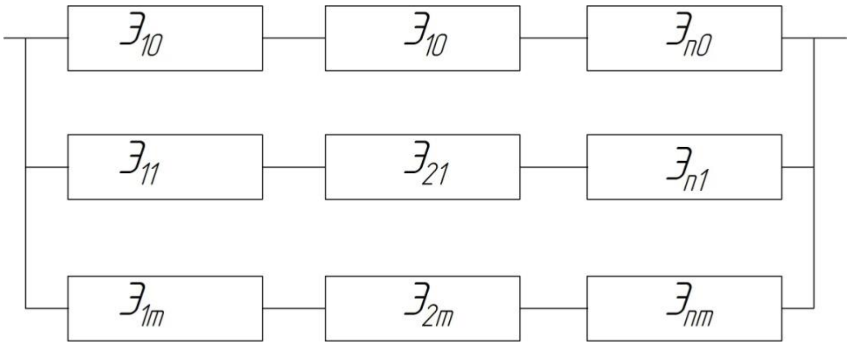

Рисунок 4.2

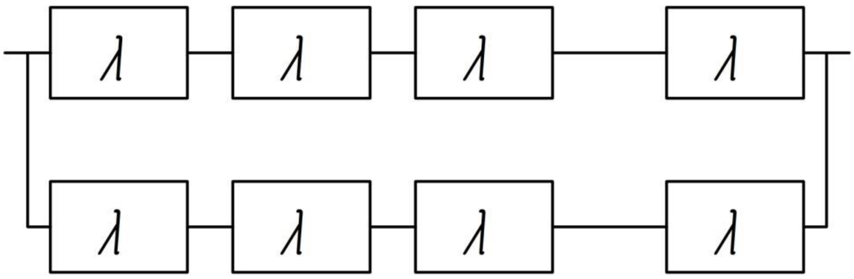

Рисунок 4.3

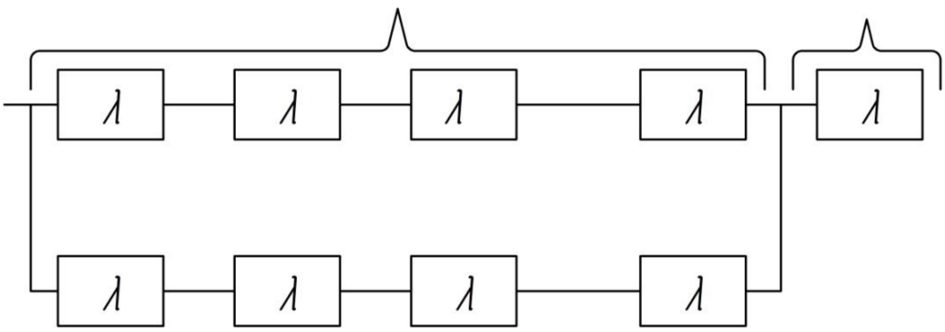

Рисунок 4.4

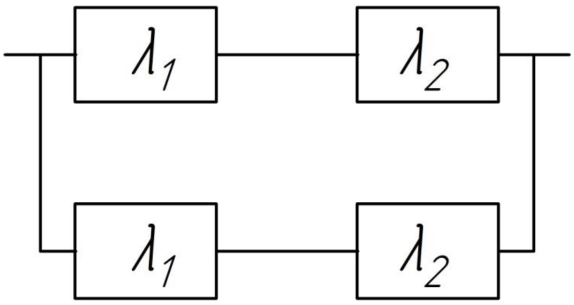

Рисунок 4.5

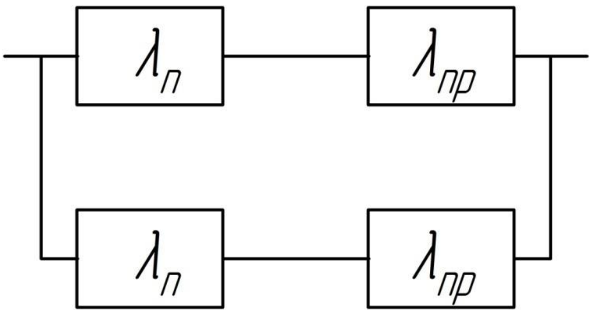

Рисунок 4.6

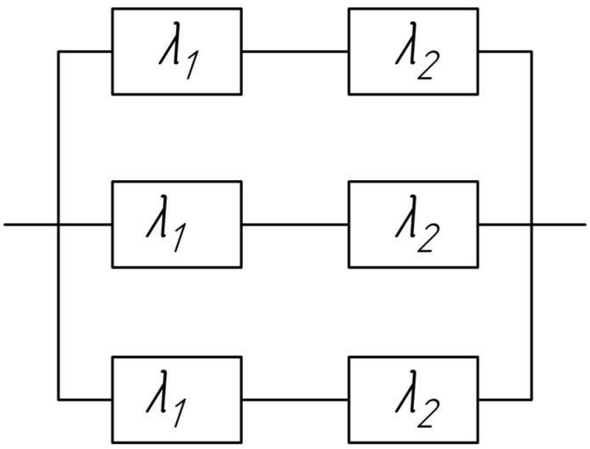

Рисунок 4.7

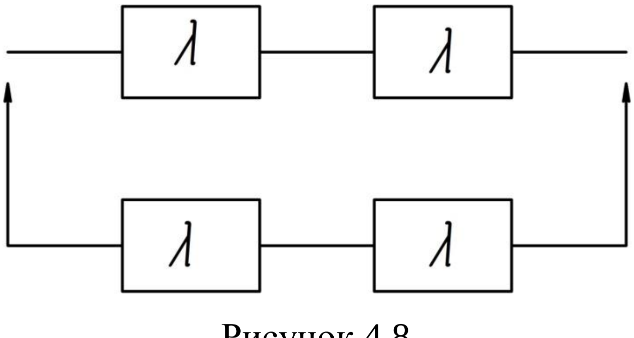

Рисунок 4.8

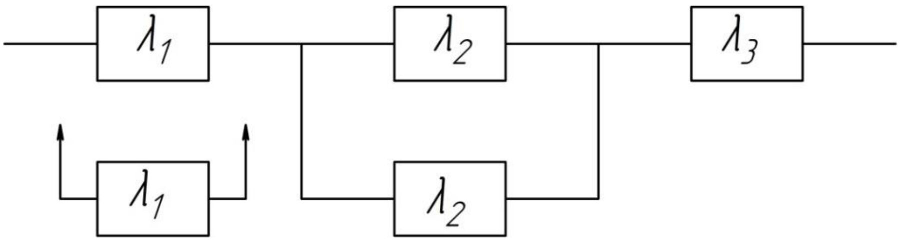

Рисунок 4.9

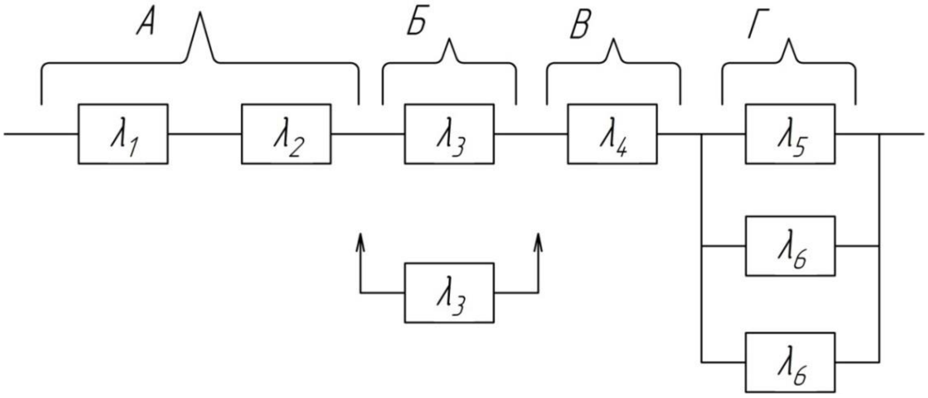

Рисунок 4.10

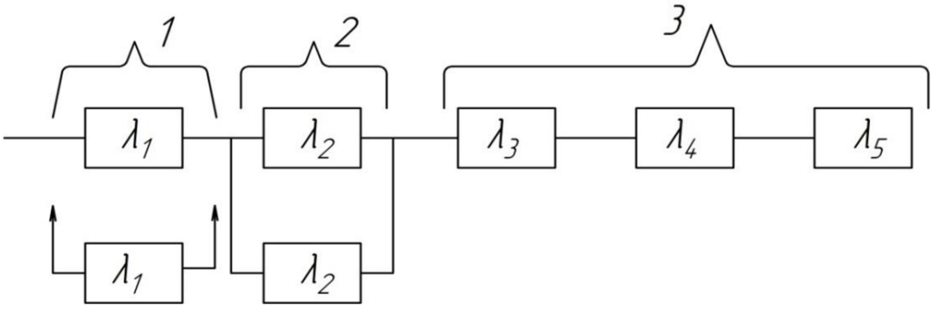

Рисунок 4.11

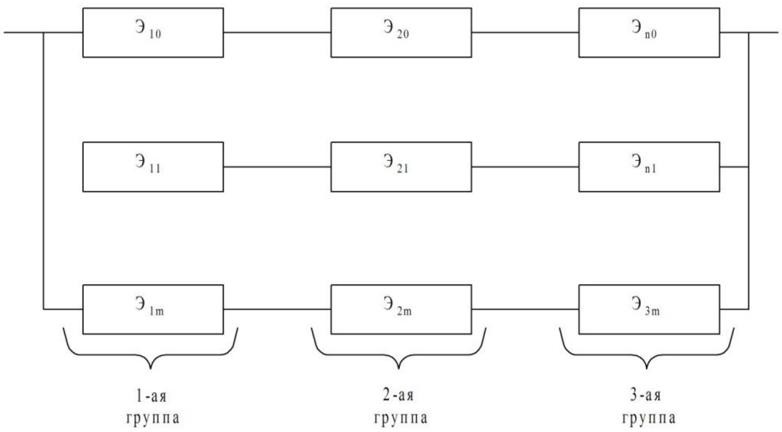

Рисунок 6.1

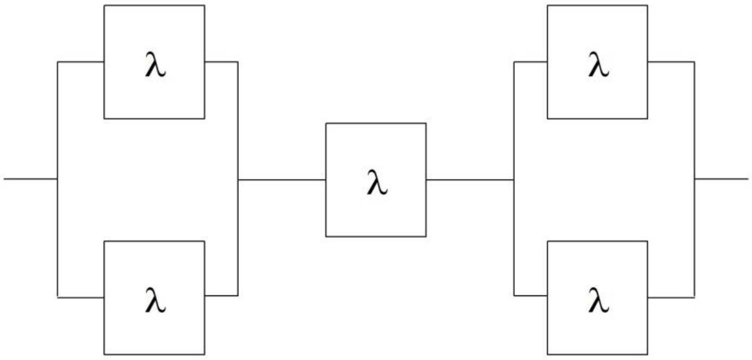

Рисунок 6.2

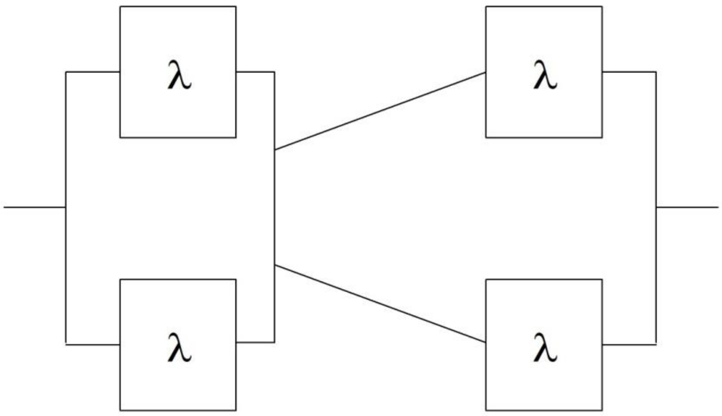

Рисунок 6.3

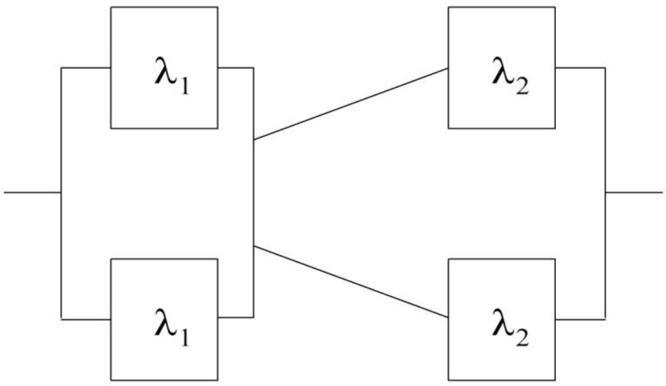

Рисунок 6.4

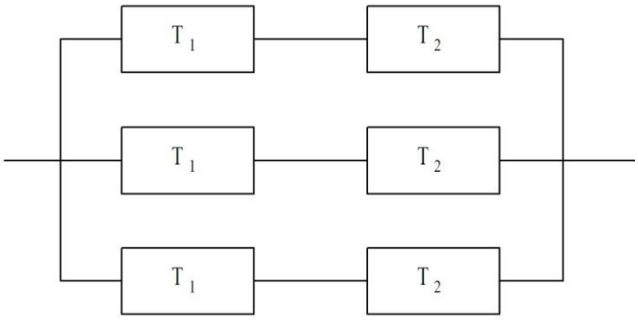

Рисунок 6.5

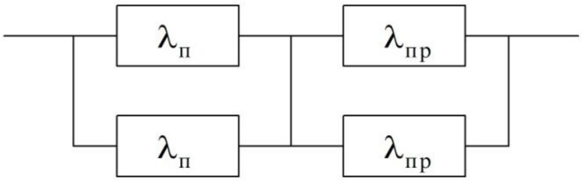

Рисунок 6.6

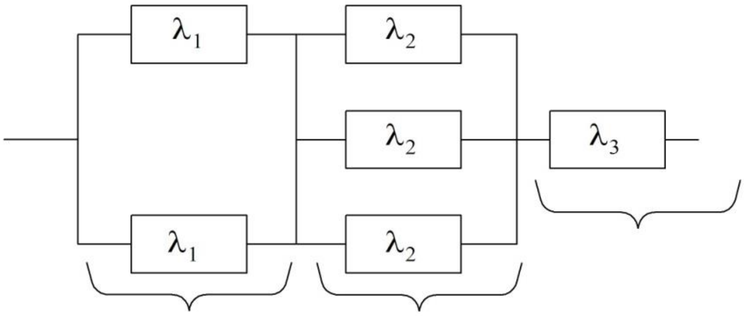

Рисунок 6.7

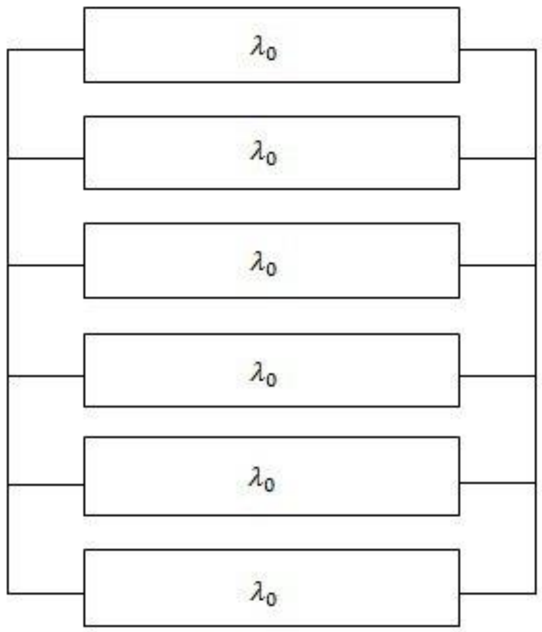

Рисунок 7.1

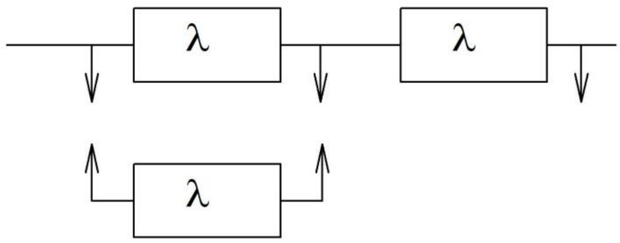

Рисунок 8.1

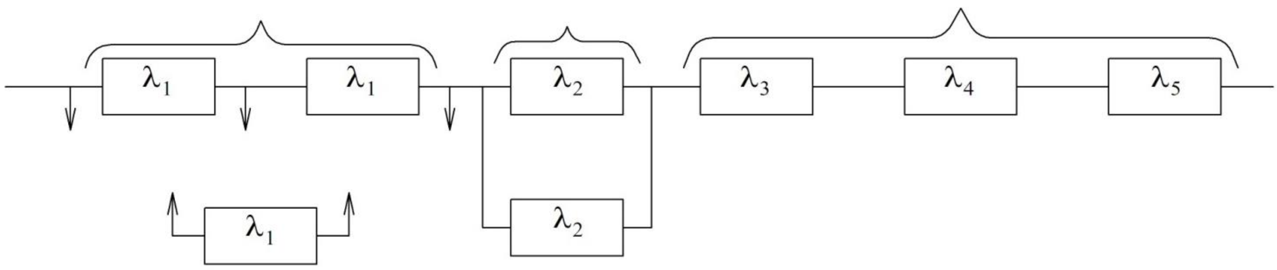

Рисунок 8.2

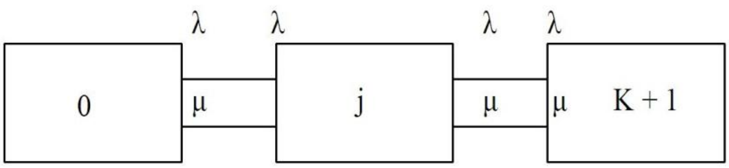

Рисунок 9.1

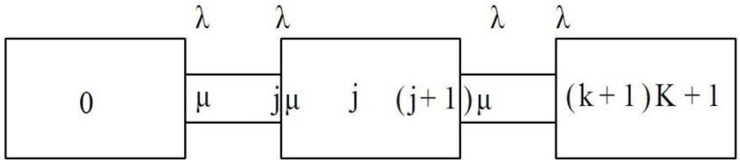

Рисунок 9.2

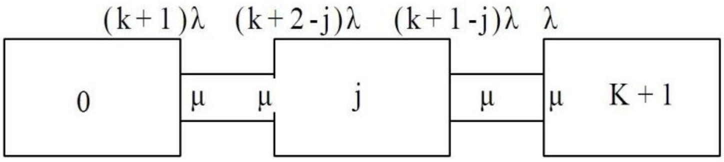

Рисунок 9.3

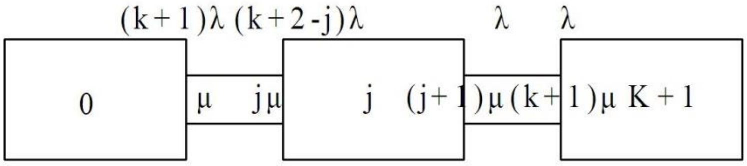

Рисунок 9.4

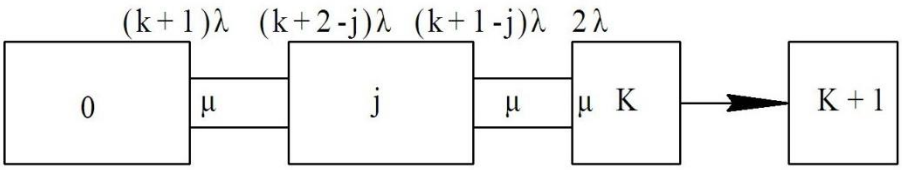

Рисунок 9.5

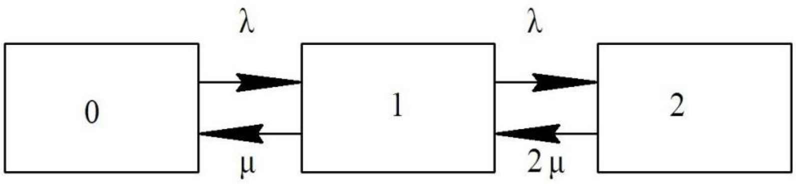

Рисунок 9.6

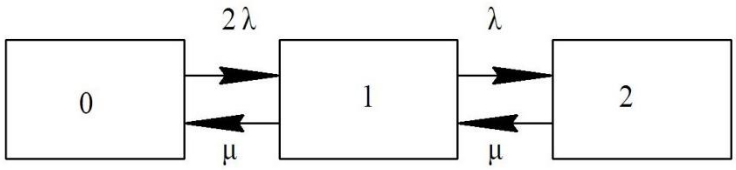

Рисунок 9.7

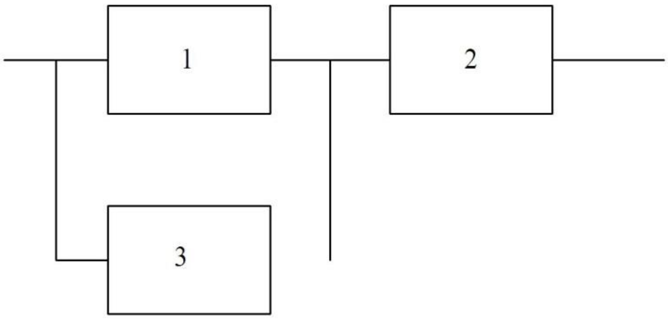

Рисунок 9.8

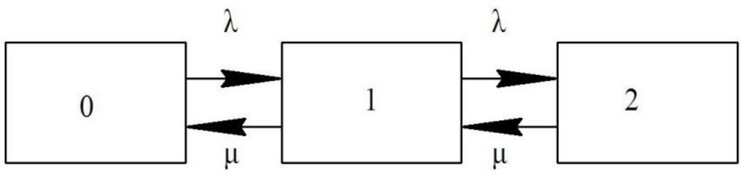

Рисунок 9.9

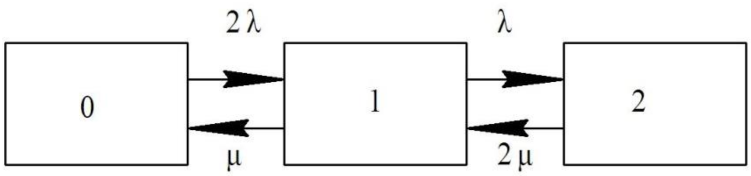

Рисунок 9.10

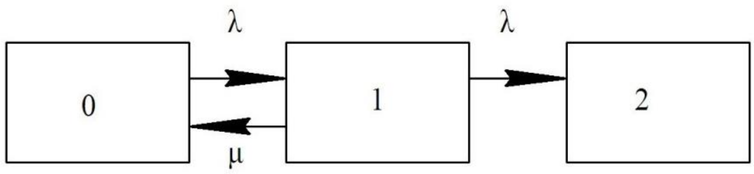

Рисунок 9.11

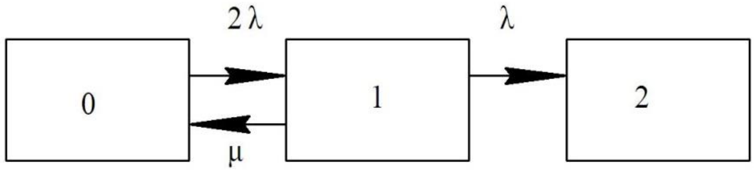

Рисунок 9.12

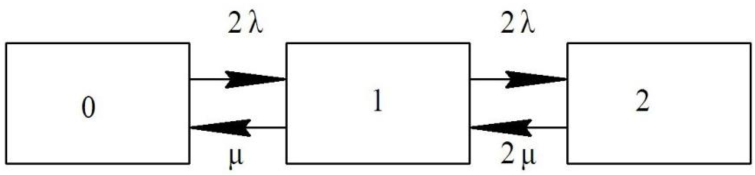

Рисунок 9.13