

Министерство образования и науки Украины
Донбасская государственная машиностроительная академия (ДГМА)

**В. Г. Федорченко,
А. Ю. Деньщиков,
С. В. Подлесный**

**МОДЕЛИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ
ПЕРЕДАЧ С ПОВЫШЕНИЕМ
ИХ РЕСУРСОЕМКОСТИ**

Монография

Утверждено
на заседании Учёного совета
Протокол № от

Краматорск
ДГМА
2014

УДК 62-233.3/.9

ББК 34.445

Ф 33

Рецензенты:

Федорченко, В. Г.

Ф 33 Модели проектирования элементов передач с повышением их ресурсоемкости/ В. Г. Федорченко, А. Ю. Деньщиков, С. В. Подлесный. – Краматорск: ДГМА, 2014. – 135 с.

ISBN

Изложены вопросы теории и технологии процесса проектирования зубчатых, волновых передач и передач с относительно подвижным зацеплением (цепочных передач). Представлены основные технические характеристики различных типов передач. Приведены реальные конструкции, защищенные патентами.

Монография предназначена для научных и инженерно-технических работников машиностроительной отрасли, студентов и аспирантов машиностроительных специальностей вузов.

УДК 62-233.3/.9

ББК 34.445

© В. Г. Федорченко, А. Ю. Деньщиков,
С. В. Подлесный, 2014

© ДГМА, 2014

ISBN

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. РАЗРАБОТКА МАШИН И МЕХАНИЗМОВ С ПОВЫШЕНИЕМ ИХ РЕСУРСОЕМКОСТИ	7
1.1 Необходимость и основные принципы разработки и проектирования машин и механизмов с повышением их ресурсоемкости.....	7
1.2 Основные критерии работоспособности машин и механизмов.	10
1.3 Механизмы с увеличенной степенью распределения нагрузки между деталями.....	12
Выводы к разделу 1	16
2. МЕХАНИЗМЫ И УСТРОЙСТВА, ВЫПОЛНЕННЫЕ НА ОСНОВЕ ВОЛНОВЫХ ПЕРЕДАЧ	17
2.1 Тяговый механизм на основе волновой передачи	17
2.2 Выбор схемы волновой передачи и определение основных кинематических параметров.....	20
2.3 Эскизный проектный расчет волновой зубчатой передачи	22
2.5. Определение массовых характеристик устройства.....	24
2.6 Кинематика тягового механизма и силовой расчет	26
2.7 Сравнение областей применения волновых передач и передач с планетарным механизмом	28
Выводы к разделу 2	29
3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЧ С ВНУТРЕННИМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ	30
3.1 Кинематика и технологические особенности изготовления зубчатых передач с внутренним зацеплением.....	30
3.2 Влияние конструкции и кинематики механизмов на массу машин.....	32
3.2.1 Ручная таль с приводом от тяговой цепи	33
3.2.2 Ручная таль с приводом от рычага	37
3.2.3 Сравнительный анализ конструкции ручной тали с приводом от тяговой цепи и приводом от рычага по массовым характеристикам.....	40
3.3 Планетарный привод вращательного движения вальцовочной (обкатной) машины	41
3.4 Внешние силы деформации развальцовочного участка трубчатых заготовок.....	45

Выводы к разделу 3	57
4. ПЕРЕДАЧА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.....	58
С ОТНОСИТЕЛЬНО ПОДВИЖНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ	58
ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗАЦЕПЛЕНИЯ.....	58
4.1 Геометрические и кинематические параметры вращательного движения с относительно подвижными цилиндрическими телами и передач жесткого зацепления	62
4.2 Статические и динамические параметры вращательного движения передач с относительно подвижными цилиндрическими телами и передач эвольвентного зацепления	67
4.3 Конструктивные особенности передач с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления и рекомендации по их расчетам на прочность	74
Выводы к разделу 4	80
5. МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ	81
5.1 Особенности колебательных процессов в зубчатых передачах.....	82
5.3 Составление уравнений колебаний	90
5.3.1 Уравнения колебаний входного вала	92
5.3.2 Уравнения колебаний промежуточного вала	94
5.3.3 Уравнения колебаний выходного вала.....	95
5.3.4 Колебательные процессы в первой ступени редуктора.....	96
5.3.5 Колебательные процессы во второй ступени редуктора	98
5.3.6 Квадратичная форма диссипативных сил всей системы	99
5.3.7 Составление уравнений колебаний	99
5.4 Нахождение собственных частот.....	101
5.4.1 Поперечные колебания	101
5.4.2 Крутильные колебания.....	104
5.5 Решение системы дифференциальных уравнений	108
5.6 Расчет динамики редуктора	113
5.7 Параметрический анализ	118
Выводы к разделу 5	120
6. СОЕДИНИТЕЛЬНЫЕ МУФТЫ	121
6.1. Муфта фрикционная.....	121
6.2.Муфта-редуктор планетарная.....	124
Выводы к разделу 6	127
ЛИТЕРАТУРА.....	128

ВВЕДЕНИЕ

Развитие различных отраслей промышленности требует постоянного совершенствования существующих средств механизации, с одной стороны, и разработку новых машин, механизмов и технологических процессов, обеспечивающих повышенную ресурсоемкость, – с другой.

Следует отметить, что сложившаяся в настоящий момент экономическая ситуация требует повышенного внимания к вопросам экономии сырьевых и энергетических ресурсов. Одним из путей решения данной задачи является разработка механического и технологического оборудования с повышением их ресурсоемкости и эффективным отношением выполняемой работы в единицу времени к его массе, что необходимо учитывать на каждом этапе расчетного обоснования, разработки, проектирования, изготовления, испытания, обслуживания и последующих ремонтов.

Одним из направлений развития ресурсосберегающих технологий является совершенствование и внедрение новых типов преобразователей механического движения (передаточ). В современных машинах передача энергии может осуществляться механическими, гидравлическими, пневматическими и другими устройствами. Передача обычно осуществляется от вала источника энергии – двигателя к валам потребителей энергии – рабочим органам машин, таких, например, как ведущие колёса гусеничного движителя или автомобиля.

Как правило, угловые скорости валов большинства используемых в настоящее время в технике двигателей (поршневых двигателей внутреннего сгорания, газотурбинных, электрических, гидравлических и пневматических) значительно превышают угловые скорости валов исполнительных или рабочих органов машин, порой на 2–3 порядка. Поэтому доставка (передача) энергии двигателя с помощью передачи любого типа, в том числе и механической, происходит, как правило, совместно с одновременным преобразованием моментов и угловых скоростей (в сторону повышения первых и понижения последних).

Механические передачи известны со времен зарождения техники, прошли вместе с ней длительный путь развития и совершенствования и имеют сейчас очень широкое распространение. Грамотная эксплуатация механических передач требует знания основ и особенностей их проектирования и методов расчетов.

При проектировании к механическим передачам предъявляются следующие требования [1-7]:

- высокие нагрузочные способности при ограниченных габаритных размерах, весе, стоимости;
- постоянство передаточного отношения или закона его изменения;
- обеспечение определенного взаимного расположения осей ведущего и ведомого валов;

- малые потери при передаче мощности (высокий КПД) и, как следствие, ограниченный нагрев и износ;
- плавная и бесшумная работа;
- прочность, долговечность, надёжность.

Иногда передача механической энергии двигателя сопровождается также преобразованием вида движения (например, поступательного движения во вращательное или наоборот) или законов движения (например, равномерного движения в неравномерное).

Разработка методов определения фактического закона движения колес позволяет не только правильно учитывать нагрузку на зубьях и находить, когда это необходимо, кинематическую точность передачи, но и обоснованно выбирать надлежащую точность зубчатых колес, т. е. оптимальный технологический процесс их изготовления.

Изыскание новых видов зацепления, новых материалов и более совершенных технологических процессов изготовления зубчатых колес имеет своей целью повышение долговечности, нагрузочной способности и снижение трудоемкости производства. Наряду с этими работами важны также исследования происходящих в передачах процессов: выявляя фактические нагрузки, возникающие в машинах, они позволяют вскрывать внутренние резервы, неучтенные при проектировании зубчатых передач, и намечают пути улучшения их работы.

РАЗДЕЛ 1

РАЗРАБОТКА МАШИН И МЕХАНИЗМОВ С ПОВЫШЕНИЕМ ИХ РЕСУРСООЕМКОСТИ

1.1 Необходимость и основные принципы разработки и проектирования машин и механизмов с повышением их ресурсоемкости

Постоянное возрастание человеческих потребностей приводит к увеличению разнообразия и объемов выпускаемой продукции, что вызывает необходимость разработки все более усложняющихся технологических процессов и оборудования, обеспечивающего выполнение и соблюдение последовательности и качества различных технологических операций.

Кроме того, это требует увеличения объемов потребления и переработки сырьевых ресурсов, а также способствует увеличению экологической нагрузки на окружающую среду.

Сложившаяся ситуация требует повышенного внимания к вопросам экономии сырьевых и энергетических ресурсов на стадии разработки и проектирования машин и механизмов.

В данной монографии под понятием ресурсоемкость машин и механизмов подразумевается отношение выполняемой механическим оборудованием работы в единицу времени к его массе.

Как показывают теоретические и экспериментальные исследования, в основу разработки и проектирования такого оборудования могут быть положены следующие основные принципы:

- многофункциональность отдельных элементов (деталей) или узлов;
- малогабаритность конструкции при удовлетворении ее условиям прочности и надежности;
- исключение возможности нагружения элементов конструкции или ее узлов сосредоточенными силами и замена их распределенными нагрузками;
- использование в рабочих процессах энергии удара и колебаний;
- наиболее широкое использование в конструкциях деталей общего назначения.

Разработка и проектирование без расчетного обоснования может привести к различного вида конструкторским ошибкам [1]:

- неправильному выбору конструктивных и технологических параметров отдельных деталей, узлов и механизмов, который может быть причиной некачественного выполнения функций основного технологического процесса (технологическая неработоспособность);
- недостаточной прочности отдельных деталей, приводящей к их поломкам, аварии, выходу из строя базовых деталей (неработоспособность из-за непрочности конструкции), снижение ресурса;
- недостаточной жесткости отдельных деталей и узлов в целом, приводящей к их повышенной деформации, появлению зазоров, заклиниванию, вибрации (неработоспособность из-за нежесткости конструкции);

- несоразмерности величины движущих сил привода и сил сопротивления исполнительных механизмов (силовая неработоспособность);
- геометрическому несоответствию величины звеньев механизмов требованиям кинематической схемы (кинематическая неработоспособность);
- чрезмерным динамическим нагрузкам, появляющимся вследствие больших ускорений ведомых звеньев (динамическая неработоспособность);
- повышенному износу, вызванному тем, что давления и контактные напряжения материала в зоне трущихся поверхностей оказывается выше допустимых значений (неработоспособность из-за низкой долговечности);
- увеличению времени срабатывания отдельных механизмов по сравнению с временем, регламентируемым циклограммой работы (неработоспособность из-за недостаточной производительности).

Расчеты деталей общего назначения приводятся в различных учебниках по деталям машин для машиностроительных и механических специальностей [2–4] и др.

В различных отраслях промышленности имеются разработки по проектированию и расчетам машин и механизмов, которые отражают специфику той или иной отрасли промышленности.

Так, например, в подъемно-транспортном машиностроении следует отметить известные работы [5–12] и ряд других.

Расчеты машин и механизмов литейного производства представлены в ряде работ, из которых наиболее представительными являются [1; 13–18].

В соответствии с требованиями ЕСКД расчеты, подтверждающие работоспособность проектируемого оборудования, входят в состав технической документации в виде пояснительной записки.

При выполнении расчетов целесообразно придерживаться порядка [1], определяемого следующими обязательными этапами:

- определение задачи расчета;
- выявление исходных данных;
- составление расчетной схемы;
- собственно расчет;
- заключение.

В зависимости от стадии разработки расчеты подразделяются на проектировочные и проверочные. Они отличаются задачей расчета.

Задача проектировочного расчета состоит в определении конструктивных, технологических и других параметров, обеспечивающих правильное функционирование и необходимую работоспособность изделия с заданной ресурсоемкостью и в соответствии с требованиями, установленными в технической документации.

Проектировочные расчеты выполняются как на стадии разработки технического задания, так и на всех последующих стадиях проектирования нового изделия.

Задача проверочного расчета состоит в определении параметров спроектированных изделий в целом или их элементов – узлов и деталей и сравнение параметров с допускаемыми значениями. Проверочные расчеты

проводятся на стадии окончания технического проекта машины, при рабочем проектировании, а также в случаях, когда при испытании или в условиях эксплуатации произошла поломка детали или возникли другие отказы функционирования и требуется путем проведения расчетного анализа установить их причину.

Исходными данными являются геометрические размеры рассчитываемых элементов и узлов машин и механизмов, массовые характеристики деталей, а также заданные значения действующих усилий, давлений и других нагрузок, которые не вычисляются в процессе проведения расчета. Исходные данные принимают на основании технической документации (технического задания на проектирование, паспортных материалов и т. п.), чертежей машины или литературных данных. Числовые значения коэффициентов, экспериментальные данные и другие используемые для расчета материалы вводят в расчет с обязательными ссылками на источники.

Все остальные промежуточные и окончательные значения расчетных параметров получают как результат расчета, основанного на указанных выше исходных и дополнительно вводимых данных. Для выполнения расчетов составляют расчетную схему.

Расчетной схемой является упрощенное изображение объекта расчета (детали, механизма, машины), у которого отброшены несущественные для расчета особенности. Однако расчетная схема по своей геометрии, условиям закрепления и схеме нагружения должна достаточно полно отображать реальную конструкцию и в то же время состоять из элементов, для определения параметров которых разработаны расчетные методы.

Чем полнее принятая расчетная схема отображает фактическую конструкцию объекта расчета и условия его работы, тем точнее и надежнее результаты расчета. Однако неоправданное усложнение расчетной схемы приводит к увеличению объема вычислительных работ и вызывает в большинстве случаев значительные математические трудности. Поэтому выбор рациональной расчетной схемы является одним из самых важных этапов расчета.

При назначении расчетной схемы следует также иметь в виду, что точность результатов расчета не может быть выше точности исходных данных. Поэтому, если проводится ответственный расчет, исходные данные определяются и задаются с высокой степенью точности. В этих случаях приходится не останавливаться перед выбором сложных расчетных схем, применяя те из них, которые наиболее полно учитывают специфику работы детали. Обычно расчет по таким схемам проводят с использованием вычислительных машин.

Во многих случаях необходимость в проведении такого рода ответственных расчетов не возникает. Кроме того, исходные данные чаще всего известны только приближенно, и поэтому стремиться к поискам сложных расчетных схем, наиболее полно учитывающих все особенности рассчитываемой конструкции, не всегда целесообразно.

1.2 Основные критерии работоспособности машин и механизмов

Совершенство конструкции детали и механизма или машины оценивается по работоспособности и экономичности детали и машины в целом [2–5].

Работоспособность деталей оценивается по прочности, износостойкости, жесткости, теплостойкости, вибрационной устойчивости.

Значение того или иного критерия для конкретной детали определяется условиями ее работы. Например, для крепежных винтов основным критерием является прочность, а для ходовых винтов – износостойкость.

При конструировании деталей их работоспособность обеспечивается главным образом выбором соответствующего материала и расчетом размеров изделия по основному критерию работоспособности.

Прочность является главным критерием работоспособности для большинства деталей. Непрочные детали не являются работоспособными, что выражается в их разрушении.

Различают статические и усталостные разрушения деталей. Статические разрушения происходят тогда, когда величина рабочих напряжений превышает предел статической прочности материала σ_B или предел текучести σ_T . Это связано обычно со случайными перегрузками, не учтенными при расчетах, или со скрытыми дефектами деталей (раковины, трещины и т. п.).

Усталостная прочность деталей значительно понижается при наличии концентраторов напряжений, связанных с конструктивной формой детали (галтели, канавки, резьбы и т. п.).

В инженерных расчетах большое внимание уделяется выбору расчетных схем и величин допускаемых напряжений (запасов прочности).

Неправильное назначение запаса прочности может привести к разрушению детали или завышению веса конструкции и к перерасходу материала. В условиях больших масштабов производства машин перерасход материала приобретает весьма важное значение. Например, необоснованное увеличение веса таких машин, как транспортные, существенно понижает их эксплуатационные характеристики.

Факторы, влияющие на величину необходимого запаса прочности конкретной детали, весьма многочисленны и разнообразны: степень ответственности детали, однородность материала и надежность его испытаний, точность расчетных формул и определения действующих сил, влияние технологии изготовления детали, сборки узлов и т. д. Кроме того, если учесть все разнообразие условий работы современных машин и деталей, а также методов их производства, то становятся очевидными большие трудности в отдельной количественной оценке влияния перечисленных факторов на величину запасов прочности.

Поэтому каждая отрасль машиностроения, основываясь на своем опыте, вырабатывает свои нормы запасов прочности для конкретных деталей.

Кроме обычных видов разрушения (поломок) деталей, в практике наблюдаются также случаи разрушения их поверхности. Последние связаны с большими контактными напряжениями, возникающими в месте соприкосновения двух деталей в тех случаях, когда размеры площадки касания малы по сравнению с размерами деталей (сжатие двух шаров, шара и плоскости, двух цилиндров и т. д.).

Если величина контактных напряжений будет больше допускаемых, то на поверхности деталей появляются вмятины, борозды, трещины или мелкие раковины.

Подобные повреждения наблюдаются, например, у фрикционных, зубчатых и цепных передач, а также в подшипниках качения.

При расчете величины контактных напряжений различают два характерных случая:

- первоначальный контакт в точке (два шара, шар и плоскость и т. д.);
- первоначальный контакт по линии (два цилиндра с параллельными осями, цилиндр и плоскость и др.).

Результатом действия контактных напряжений или давлений при скольжении является износ.

Интенсивность износа, а следовательно, и срок службы детали на износ зависит от величины этих напряжений и скорости скольжения, а также от величины коэффициента трения и износостойкости материала.

Износ деталей не должен превышать некоторой допустимой для данной машины величины. Детали, изношенные больше нормы, бракуются и заменяются при ремонте.

При расчетах деталей, подверженных износу, уменьшают величину допускаемых давлений [3]. Так, например, на поверхности резьбы ходового винта токарного станка по условиям износа допускают давление не более $0,8...1 \text{ МПа}$, в то время как в условиях простого нагружения без скольжения материал винта может выдерживать значительно большие давления, например до 200 МПа .

Износ выводит из строя большое число деталей машин. Он значительно увеличивает стоимость эксплуатации, вызывая необходимость проведения периодических ремонтов и замены деталей.

Во многих случаях окончательные размеры деталей определяются по условиям жесткости [4].

Расчет на жесткость предусматривает ограничение упругих деформаций деталей в пределах, допустимых для конкретных условий работы.

Так, например, правильность зацепления зубчатых колес нарушается при больших прогибах валов.

Наиболее важным критерием оценки механизмов и машин является их надежность [19].

Изделия, долговечность которых меньше заданного срока службы, не являются надежными.

Одним из простейших и эффективных мероприятий по повышению надежности является уменьшение напряженности деталей, что связано с повышением запасов прочности. Однако это требование надежности вступает в противоречие с требованиями уменьшения габаритов и веса машин и механизмов. Для разрешения этих противоречий рационально использовать высокопрочные материалы и упрочняющие технологии: легированные стали, термическую и химико-термическую обработку и др.

Однако наиболее разумный подход к получению высокой надежности состоит в проектировании простых изделий с меньшим числом деталей.

1.3 Механизмы с увеличенной степенью распределения нагрузки между деталями

Замена сосредоточенных нагрузок на детали механизмов распределенными нагрузками, а также увеличение степени распределения нагружения связано с уменьшением контактных напряжений в деталях, а следовательно с уменьшением их износа и увеличением надежности отдельных деталей и механизмов и машин в целом.

Рассмотрим возможности повышения степени распределения нагрузок в зубчатых передачах с цилиндрическими колесами.

Как известно, основными преимуществами зубчатых передач перед другими, являются:

- высокая нагрузочная способность и как следствие – малые габариты;
- большая долговечность и надежность работы (большинство зубчатых передач имеют практически неограниченный срок службы);
- высокий коэффициент полезного действия (до 0,98 в одноступенчатой передаче);
- постоянство передаточного отношения благодаря отсутствию проскальзывания;
- возможность применения скоростей в широком диапазоне, а также мощностей и передаточных чисел.

Из всех разновидностей зубчатых передач наибольшее распространение имеют передачи с цилиндрическими колесами как наиболее простые в изготовлении и эксплуатации, надежные и малогабаритные.

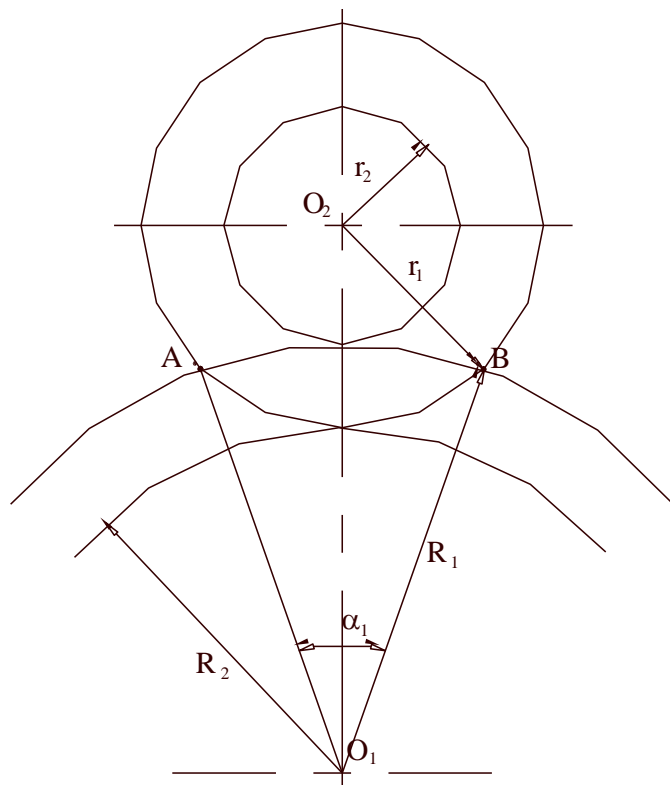
Применяют зубчатые передачи с параллельными осями и с цилиндрическими зубчатыми колесами внешнего или внутреннего зацепления.

С помощью схем внешнего и внутреннего зацепления, представленных на рисунках 1.1 и 1.2, согласно известной теореме косинусов можно записать соответственно следующие уравнения:

$$r_1^2 = R_1^2 + (R_1 + r_2)^2 - 2R_1(R_1 + r_2)\cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right); \quad (1.1)$$

$$r_1^2 = R_2^2 + (R_1 - r_1)^2 - 2R_2(R_1 - r_1)\cos\left(\frac{\alpha_2}{2}\right), \quad (1.2)$$

где R_1 – внешний радиус колеса по головкам зубьев;
 R_2 – внутренний радиус колеса по ножкам зубьев;
 r_1 – внешний радиус шестерни по головкам зубьев;
 r_2 – внутренний радиус шестерни по головкам зубьев;
 α_1 – угол внешнего зацепления;
 α_2 – угол внутреннего зацепления.



O_1, O_2 – межцентровые расстояния между колесом и шестерней;
 AB – дуга зацепления

Рисунок 1.1. – Схема внешнего зубчатого зацепления

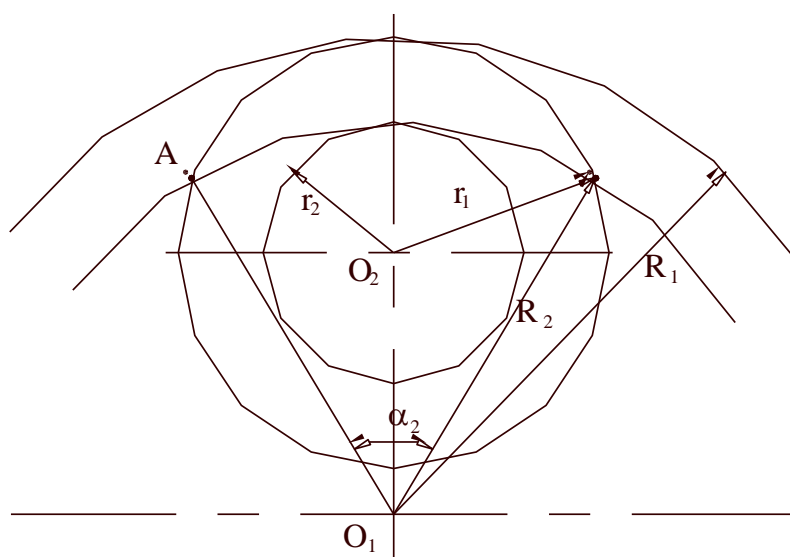


Рисунок 1.2. – Схема внутреннего зубчатого зацепления

Решая уравнения (1.1) и (1.2) относительно α_1 и α_2 , будем иметь

$$\cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{R_1^2 + (R_1 + r_2) - r_1^2}{2R_1(R_1 + r_2)}; \quad (1.3)$$

$$\cos\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) = \frac{R_2^2 + (R_1 - r_1)^2 - r_1^2}{2R_2(R_1 - r_2)}. \quad (1.4)$$

Определим с помощью формул (1.3) и (1.4) отношение углов зацепления α_1 и α_2 , например, при следующих значениях радиусов: $R_1 = 100$, $R_2 = 90$, $r_1 = 50$, $r_2 = 40$.

Произведя необходимые вычисления, получим

$$\alpha_1 = 29,4^\circ; \quad \alpha_2 = 51,7^\circ.$$

Отношение углов составит

$$\alpha_2 / \alpha_1 = 2,42.$$

Таким образом, при внутреннем зацеплении зубчатых колес по сравнению с внешним зацеплением значительно возрастает угол зацепления, а это означает, что большая часть зубьев находится в одновременном зацеплении, что увеличивает степень распределения нагрузки.

Особенно больших результатов с применением внутреннего зацепления зубчатых пар можно добиться, когда они имеют небольшую разницу в геометрических размерах и все зубья, кроме одного, находятся в зацеплении.

В этом случае степень распределения нагрузки оказывается максимальной.

Вторым достоинством передач с внутренним зацеплением, кроме повышенной нагрузочной способности в результате увеличения угла зацепления и увеличения степени равномерности распределения нагрузки между зубьями, является компактность и малый вес.

На рис. 1.3 и 1.4 показаны схемы планетарных зубчатых передач с внешним и внутренним зацеплением соответственно.

В случае внешнего зацепления зубчатых колес, как видно из рис. 1.3, габаритный размер передачи составляет $2(R + 2r)$, тогда как в случае внутреннего зацепления зубчатых колес (рис. 1.4) габаритный размер передачи составляет $2R$.

Таким образом, разницу в габаритных размерах двух передач можно определить по формуле

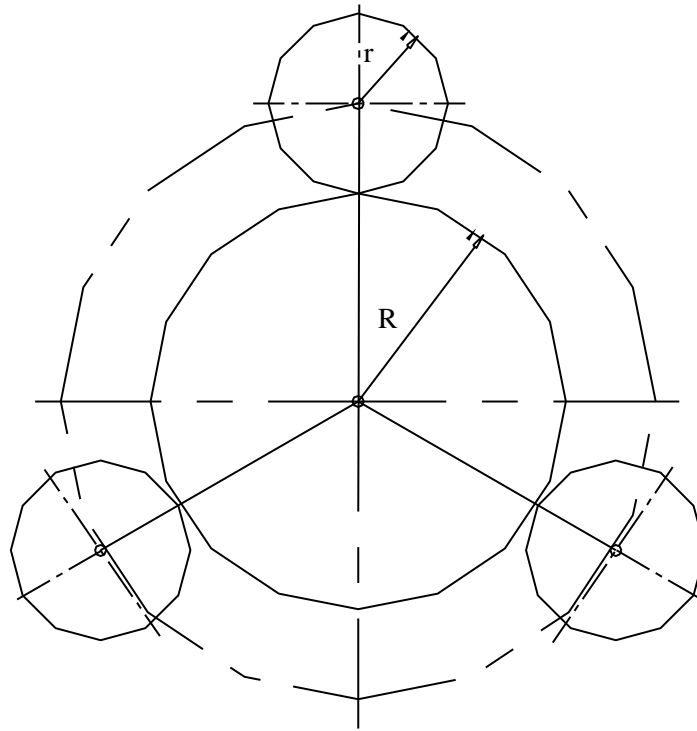
$$\Gamma^\ell - \Gamma^i = 2(R - 2r) - 2R,$$

откуда

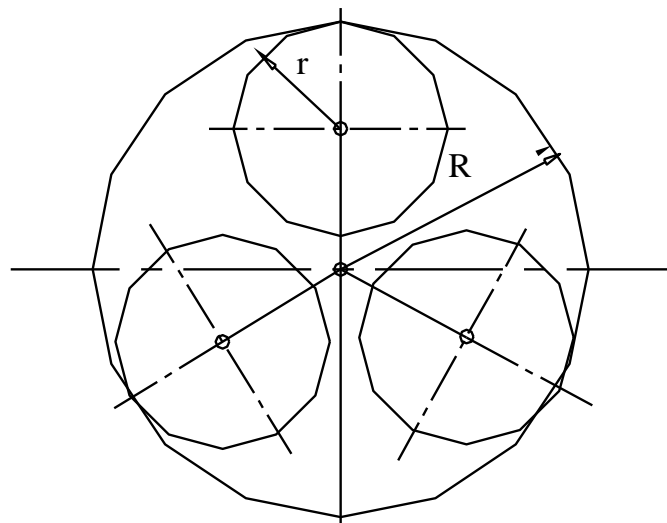
$$\Gamma^{\ell} - \Gamma^i = 4r, \quad (1.5)$$

где Γ^{ℓ} – габаритный размер зубчатой передачи с внешним зацеплением;

Γ^i – габаритный размер зубчатой передачи с внутренним зацеплением.



*R – радиус центрального зубчатого колеса; r – радиус сателлитов
Рисунок 1.3. – Схема внешнего зацепления зубчатых колес*



*R – радиус центрального зубчатого колеса; r – радиус сателлитов
Рисунок 1.4. – Схема внутреннего зацепления зубчатых колес*

Согласно полученному результату (1.5) габаритные передачи с внутренним зацеплением значительно меньше в сравнении с передачей внешнего зацепления, что существенно уменьшает габариты и вес корпуса передачи и всего механизма в целом.

Третьим достоинством внутреннего зацепления является возможность получения больших передаточных отношений (больше тысячи) без применения многоступенчатых передач.

Выводы к разделу 1

В данном разделе рассмотрены различные типы передач и область их применения в технике. Проведено сравнение передач с внутренним и внешним зацеплениями.

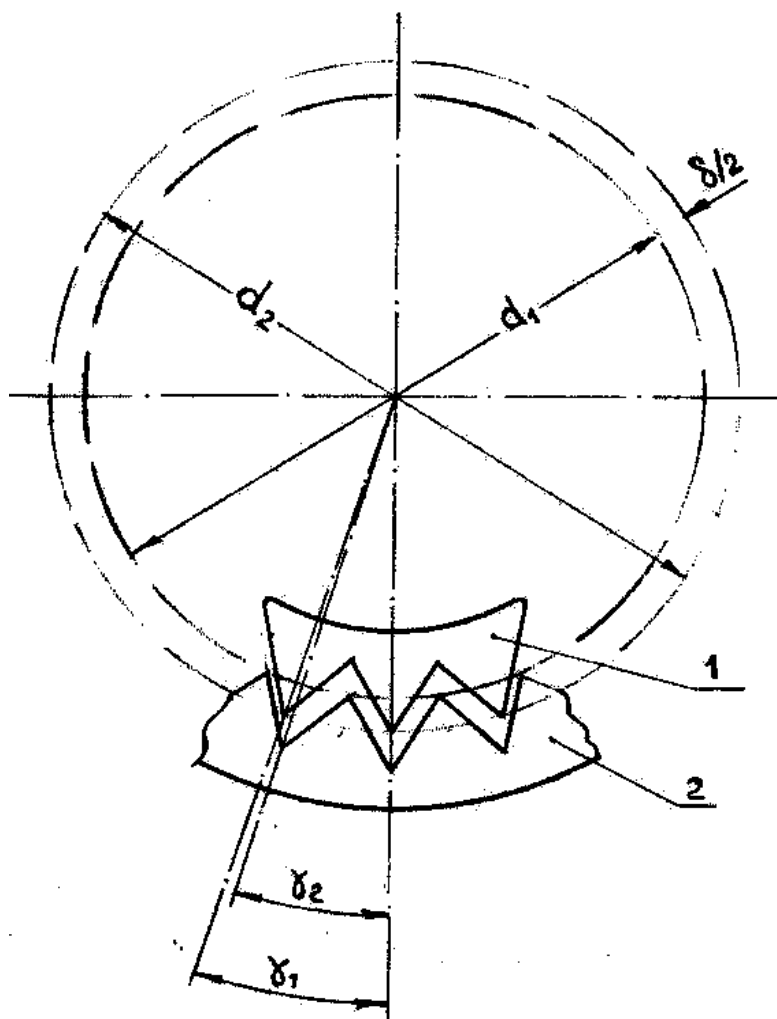
Установлено, что при внутреннем зацеплении зубчатых колес по сравнению с внешним зацеплением значительно возрастает угол зацепления, что увеличивает степень распределения нагрузки. Отмечено, что применение внутреннего зацепления существенно повышает надежность передач с большим передаточным числом за счет сокращения числа элементов при одновременном снижении габаритов и веса.

РАЗДЕЛ 2 МЕХАНИЗМЫ И УСТРОЙСТВА, ВЫПОЛНЕННЫЕ НА ОСНОВЕ ВОЛНОВЫХ ПЕРЕДАЧ

2.1 Тяговый механизм на основе волновой передачи

В волновых передачах вращательное движение передается в результате бегущей волновой деформации одного из зубчатых колес.

На рис. 2.1 изображены два основных элемента волновой передачи, где колесо 1 – с наружными зубьями и жесткое колесо 2 – с внутренними зубьями.



1 – внутреннее упругое колесо; 2 – внешнее жесткое колесо

Рисунок 2.1 – Схема зацепления волновой пары колес

Делительный диаметр внутреннего (упорного) колеса d_1 меньше делительного наружного (жесткого) колеса d_2 на величину δ , откуда

$$d_2 - d_1 = \delta. \quad (2.1)$$

Колеса имеют одинаковый окружной шаг t , но разное число зубьев z . Поэтому выражения значений диаметров d_1 и d_2 можно записать так:

$$d_1 = \frac{tz_1}{\pi} = mz_1, \quad d_2 = \frac{tz_2}{\pi} = mz_2, \quad (2.2)$$

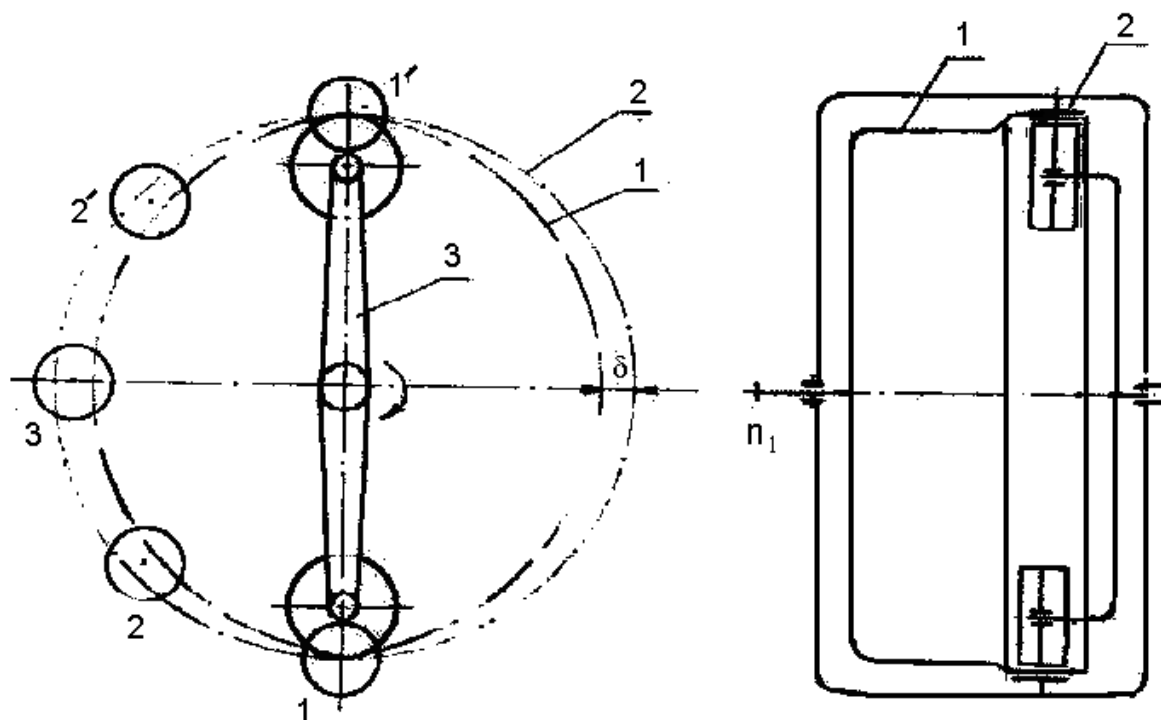
где m – модуль зубчатого зацепления.

При различном числе зубьев колес угловые шаги γ_1 и γ_2 будут иметь различные значения, которые определяются следующими выражениями:

$$\gamma_1 = \frac{360^\circ}{z_1}, \quad \gamma_2 = \frac{360^\circ}{z_2}.$$

Поэтому при высоте зубьев $h = \frac{\delta}{2}$ колеса невозможно собрать без деформации, т. к. зубья будут находить друг на друга.

На рис. 2.2 изображена схема волновой передачи.



1 – упругое колесо; 2 – жесткое колесо; 3 – водило

Рисунок 2.2. – Схема волновой передачи

Колесо 1 выполнено в форме цилиндра с тонкими податливыми стенками.

При вращении водила 3 деформация колеса 1 перемещается по его окружности в виде бегущей волны. Поэтому передачу называют волновой, а водило – волновым генератором. Волновая передача запатентована в США в 1958 г.

Форма профиля зуба связана с формой деформации гибкого колеса и выбирается по условию одновременного зацепления наибольшего числа зубьев.

Зубья изготавливаются или с треугольным или с эвольвентным профилем при $\alpha = 20^\circ \dots 30^\circ$ (рис. 2.3).

В разных точках окружности зубья находятся в различных фазах зацепления. Если принять высоту зубьев равной b , то в точках 1 будет в зацеплении половина высоты зубьев, а в точках 3 зацепления не будет.

В каждой четверти окружности должно быть одинаковое взаимное расположение зубьев. При переходе через точки 3 меняются только стороны зацепления зубьев.

Главным относительным движением зубьев в полной передаче является поступательное движение. Та часть зубьев, на которые набегают ролики генератора, будет входить в зацепление, т. е. совершать рабочее движение. На рис. 2.3 такими зубьями являются зубья нижней левой и верхней правой четвертей окружности зубья других двух четвертей, от которых убегают ролики генератора, выходят из зацепления, т. е. совершают холостое движение.

Таким образом, в точке 1 вершина зуба колеса 1 располагается во впадине зубьев.

Колеса 2, а в точке 3 – зубья, встречаются вершинами, т. е. взаимное расположение зубьев изменяется на полшага в каждой четверти окружности. При условии зацепления всех зубьев между точками 1 и 3 этот результат можно получить только в том случае, если число зубьев у колеса 2 будет больше на 2 зуба, чем у колеса 1 (больше на ползуба в каждой четверти окружности). Учитывая, что колесо 1 имеет две волны деформации, можно сказать, что разность чисел зубьев должна быть равна числу волн.

При повороте генератора на 4...5 зубьев в точке 2 (рис. 2.3) колеса должны войти в полное зацепление. При этом одно из колес 1 или 2 должно переместиться относительно другого на четверть шага ($t/4$).

При полном обороте генератора это составит поворот колеса 1 на $2t$ или на два зуба.

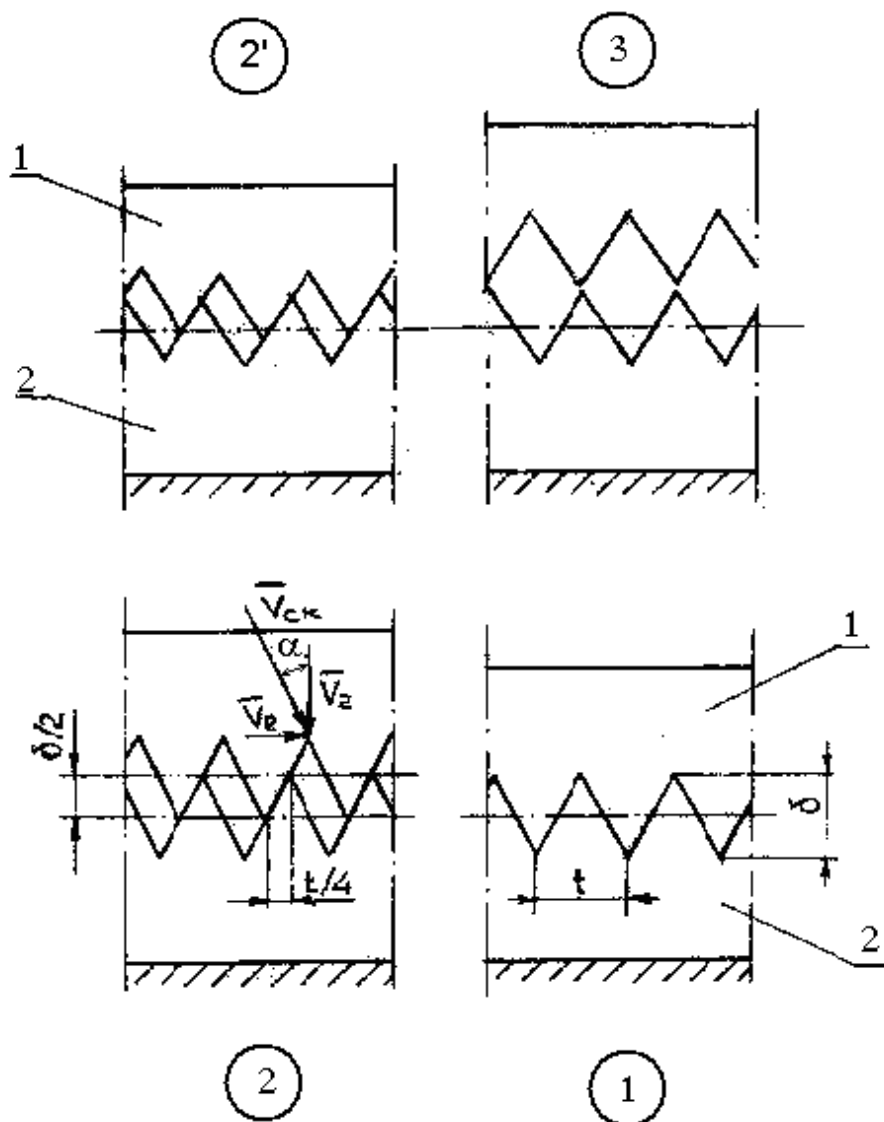
Если подвижно колесо 2, поворачивается колесо 1 в сторону, обратную вращению генератора 3.

При неподвижном колесе 1 поворачивается колесо 2 в ту же сторону, что и генератор 3. Принципиально любой из трех элементов волновой передачи может быть ведущим или ведомым.

В волновой передаче в рабочем зацеплении одновременно может находиться большое количество зубьев (20...25 % от общего числа). Большое количество одновременно зацепляющихся зубьев позволяет передавать большие нагрузки при малых габаритах.

Волновое зацепление относится к безззорным и обладает высокой кинематической точностью.

КПД передачи зависит от передаточного числа j и уменьшается с его увеличением.



1 – упругое колесо; 2 – жесткое колесо
 Рисунок 2.3 – Фазы зацепления волновой передачи

Для средних передаточных чисел (от 50 до 150) КПД находится в пределах от 0,95 до 0,90.

2.2 Выбор схемы волновой передачи и определение основных кинематических параметров

Как следует и предыдущего описания принципа работы волновых передач, они являются обратимыми, в чем и заключается одно из основных их отличий, например, от глобоидных передач, анализ которых был выполнен в работе [37]. Обратимые передачи могут быть использованы в механизмах для развальцовки труб, устройствах для сборки и разборки резьбовых соединений, но не могут быть использованы, например, в грузоподъемных средствах без дополнительных конструктивных дополнений.

Кроме двухволновых, применяются также трехволновые генераторы. Возможно также применение генераторов и с большим числом волн, но всегда остается справедливым условие, при котором разность зубьев колес должна быть равна числу волн u , т. е.

$$z_2 - z_1 = u, \quad (2.4)$$

где z_1 – число зубьев первого колеса;

z_2 – число зубьев второго колеса;

u – число волн.

При неподвижном колесе 1 за один оборот генератора 3 колесо 2 повернется на u зубьев. Другими словами, согласно уравнению (2.4) одному обороту колеса 2 соответствует z_2/u оборотов генератора.

Наибольшее распространение получили две основные схемы волновых передач, для которых передаточные отношения будут иметь следующие выражения.

При неподвижном колесе 1

$$i_{3 \rightarrow 2} = \frac{n_3}{n_2} = \frac{z_2}{u} = \frac{z_2}{z_2 - z_1} = \frac{d_2}{d_2 - d_1} = \frac{d_2}{\delta}, \quad (2.5)$$

где $i_{3 \rightarrow 2}$ – передаточное отношение при передаче движения от генератора 3 на колесо 2;

n_3 – число оборотов водила (генератора) 3;

n_2 – число оборотов колеса 2;

d_1 – диаметр делительной окружности колеса 1;

d_2 – диаметр делительной окружности колеса 2.

Все остальные параметры, входящие в формулу (2.5), описаны ранее и указаны на рис. 2.1, 2.2, 2.3.

При неподвижном колесе 2

$$i_{3 \rightarrow 1} = -\frac{n_3}{n_1} = -\frac{z_1}{u} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1} = -\frac{d_1}{d_2 - d_1} = -\frac{d_1}{\delta}, \quad (2.6)$$

Формулы (2.5) и (2.6) дают возможность сделать вывод о том, что основным параметром, определяющим передаточное число при заданном d_2 является не число зубьев, а величина δ . Поэтому числа зубьев могут иметь любые значения в пределах условия (2.4).

Таким образом, передаточное число волновой передачи равно отношению диаметра одного из колес пары (ведомого колеса) к разности диаметров этих колес. Это основной закон кинематики волновых передач.

В этом состоит отличие кинематики волновых передач от кинематики всех других передач (зубчатых, фрикционных, ременных, цепных и пр.), у которых передаточное число равно отношению диаметров пары колес.

При малых δ можно получить очень большие передаточные числа (до 1000 в одной ступени), что является одним из основных преимуществ волновой передачи.

Это свойство передачи особенно ценно в тех случаях, когда при использовании скоростных пневматических двигателей небольшой мощности необходимо получать большие крутящие моменты.

Поэтому такие передачи должны найти применение для поставленной в работе цели.

При разработке, например, тягового механизма тали целесообразнее вал барабана, передающий рабочий крутящий момент связывать не с гибким колесом 1, а с жестким колесом 2, т. е. принять его в качестве ведомого, и, следовательно, подвижного. Передаточное отношение волновой передачи с такой схемой определяется формулой (2.1).

Как показали исследования при эскизной проработке глобоидной передачи [37], наиболее целесообразными передаточными отношениями с точки зрения технических условий по скорости перемещения груза и усилия на рукоятке являются передаточные отношения в довольно жестких пределах 50...55.

Что касается передаточных отношений волновых передач в используемых, например, для развальцовки труб или сборки и разборки резьбовых соединений, передаточные отношения могут находиться в более широких пределах в зависимости от величины создаваемого рабочего момента.

2.3 Эскизный проектный расчет волновой зубчатой передачи

Волновые зубчатые передачи выходят из строя в результате износа поверхностных слоев зубьев, усталостного разрушения гибкого колеса. В передачах с кулачковым генератором и гибким подшипником выход из строя может быть вследствие усталостного разрушения колец сепаратора или усталостного выкрашивания поверхностных слоев беговых дорожек колец и тел качения.

В передачах с роликовыми и дисковыми генераторами следует проверять долговечность подшипников качения (роликов или дисков).

Ориентировочно диаметр стального гибкого колеса простой волновой передачи, при котором обеспечиваются контактная прочность рабочих поверхностей зубьев и прочность цилиндрической оболочки, можно определить согласно работе [4]:

$$d_1 \geq 1,66 \cdot \sqrt[3]{T_2} , \quad (2.7)$$

где d_1 – предварительное значение делительного диаметра гибкого колеса;

T_2 – вращающий момент на ведомом валу, Н·мм.

В настоящей работе $T_2 = 67,5 \cdot 10^4$ Н·мм.

Подставив значение T_2 в формулу (2.7) и произведя вычисления, получим

$$d_1 = 145,58 \text{ мм.}$$

Принимаем $d_1 = 150$ мм.

Число зубьев зубчатых колес определим из соотношений (2.4) и (2.5), рассматривая их как систему уравнений, принимая $u = 2$ и $i_{3 \rightarrow 2} = 50$.

Тогда $z_2 - z_1 = 2$.

$$\frac{z_2}{z_2 - z_1} = 50. \quad (2.8)$$

Из уравнения (2.8) вытекает, что

$$z_1 = 98 \quad \text{и} \quad z_2 = 100.$$

С помощью формулы (2.2) определим окружной шаг, модуль и диаметр делительной окружности жесткого колеса d_2 :

$$m = \frac{d_1}{z_1} = \frac{150}{98}, \quad m = 1,531 \text{ мм.}$$

Согласно СТ СЭВ 310-76 принимаем $m = 1,5$ мм.

Окружной шаг $t = \pi m = 3,15 \cdot 1,5$ мм = 7,71 мм.

Окончательный диаметр $d_1 = 147$ мм и $d_2 = 150$ мм.

Таким образом, разность между делительными диаметрами колес δ будет равна

$$\begin{aligned} \delta &= d_2 - d_1 = 150 - 147, \\ \delta &= 3,0 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Диаметр вершин зубьев гибкого колеса определяется формулой

$$d_{B1} = d_1 + 2(x_2 + h_2^*) m, \quad (2.9)$$

где d_{B1} – диаметр вершин зубьев гибкого колеса;

d_1 – делительный диаметр гибкого колеса;

x_2 – коэффициент смещения исходного контура гибкого колеса.

Для устранения интерференции зубьев гибкого и жесткого колес зубья нарезаются со смещением инструмента.

При нарезании зубьев стандартным инструментом с углом $\alpha^o = 30$, $x_2 = 0$; h_2^* выбирают равным 0,4 при глубине захвата $h_3 = 1,4m$.

Подставив параметры инструмента в уравнение (2.9), получим полную геометрию зацепления колес:

$$d_{B1} = 147 + 2 \cdot 1,5 \cdot 0,4; \quad d_{B1} = 148,2 \text{ мм.}$$

Диаметр впадин гибкого колеса

$$d_{H1} = d_{B1} - \delta = 148,2 - 3,0 = 145,2 \text{ мм.}$$

Толщина гибкого колеса под зубьями из условий изгибной прочности $h_1 = 0,01d_1 = 0,01 \cdot 147 = 1,5 \text{ мм.}$

Ширина зубчатого венца гибкого колеса $b_1 = d_1 \psi_{Bd}$, где коэффициент ψ_{Bd} выбирается в пределах 0,15...0,25.

Тогда $b_1 = 147 \cdot 0,2 \approx 30 \text{ мм.}$

Толщина стенки гибкого колеса

$$h_1^o = 0,7h_1 = 0,7 \cdot 1,5 \approx 1,1 \text{ мм.}$$

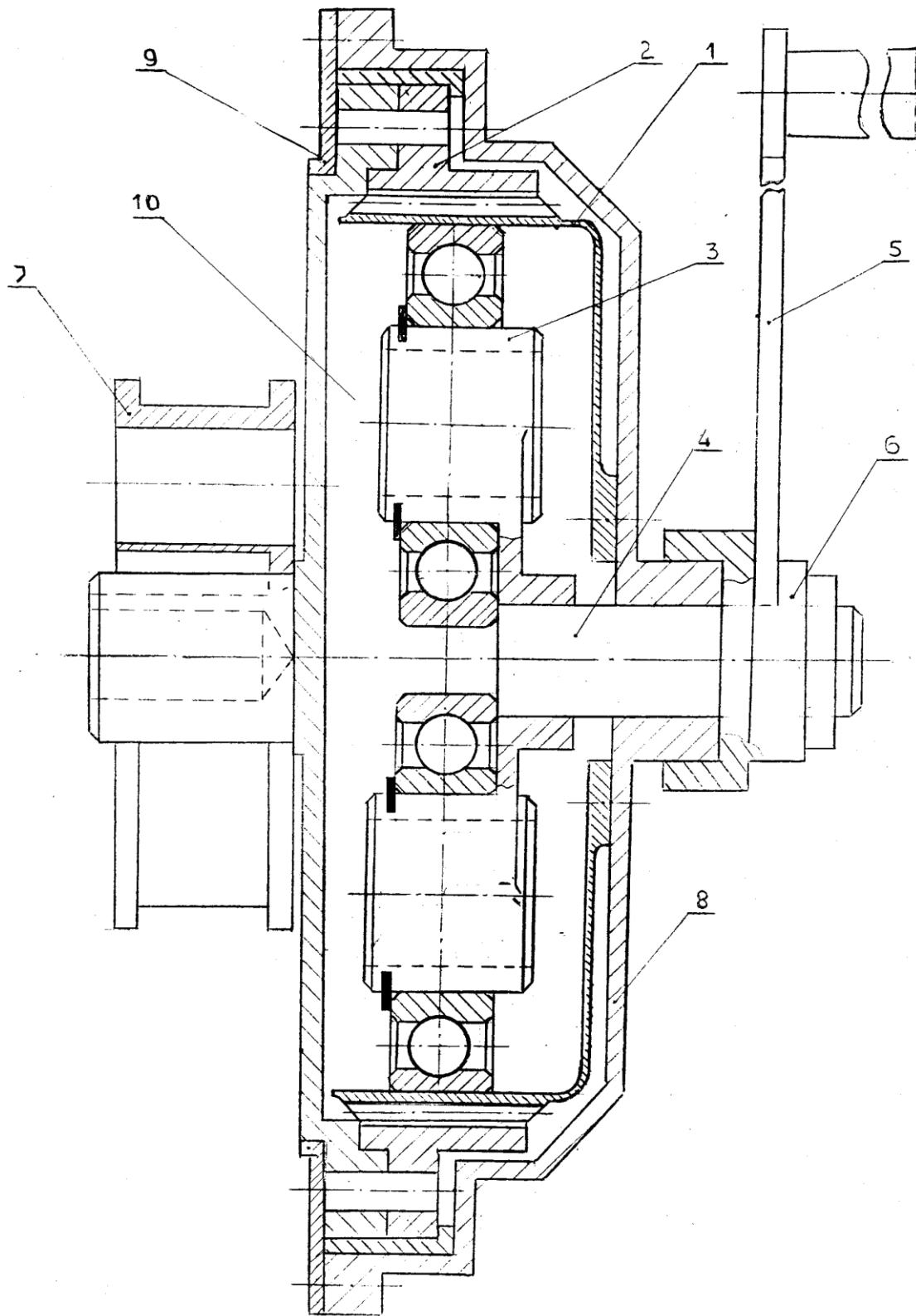
Вышеприведенные геометрические параметры волновой передачи определены с передаточным отношением 50 и крутящим моментом на рабочем органе 675 Н·м.

2.5. Определение массовых характеристик устройства

С помощью общего вида устройства, изображенного на рис. 2.4, была выполнена подетальная чертежная документация в масштабе 1:1.

Практически все тела тягового механизма представляют собой тела вращения, которые можно разделить на цилиндрические и конические части простейшей геометрической формы.

Поэтому массы тел могут определяться путем умножения соответствующих объемов на плотность. Объемы конических тел определялись по их средним диаметрам по формулам цилиндрических тел.



1 – гибкое колесо; 2 – жесткое колесо; 3 – генератор; 4 – вал генератора;
 5 – рукоятка привода; 6 – храповое устройство; 7 – барабан; 8 – корпус
 механизма; 9 – крышка; 10 – подшипник генератора

Рисунок 2.4. – Общий вид устройства

Таким образом, вычисление объемов тел и их частей производилось по одной общей формуле

$$V_i = \pi(R_i^2 - r_i^2)h_i, \quad (2.10)$$

где V_i – объем рассматриваемой части тела;

h_i – высота рассматриваемой части тела;

R_i – внешний радиус части тела;

r_i – внутренний радиус части тела.

Для корпуса механизма 8, например (рис. 2.4), состоящего из семи элементарных частей, общая формула для определения массы будет иметь следующий вид:

$$M_B = \rho \pi \left[(R_1^2 - r_1^2)h_1 + (R_2^2 - r_2^2)h_2 + (R_3^2 - r_3^2)h_3 + (R_4^2 - r_4^2)h_4 + \right. \\ \left. + (R_5^2 - r_5^2)h_5 + (R_6^2 - r_6^2)h_6 + (R_7^2 - r_7^2)h_7 \right] \quad (2.11)$$

где ρ – объемная плотность стали.

С помощью формул (2.10) и (2.11) был получен следующий общий массовый баланс:

- 1) гибкое колесо – 0,66;
 - 2) жесткое колесо – 2,96;
 - 3) генератор – 0,26;
 - 4) вал генератора – 0,16;
 - 5) рукоятка привода – 0,32;
 - 6) храповое устройство – 0,14;
 - 7) барабан – 0,63;
 - 8) корпус механизма – 1,98;
 - 9) крышка – 0,52;
 - 10) подшипники генератора – 0,58;
 - 11) подшипниковый вкладыш жесткого колеса – 0,40;
- Общая масса – 8,6 кг.

2.6 Кинематика тягового механизма и силовой расчет

Известно, что передаточное отношение передачи

$$i = \frac{d_2}{\delta} = \frac{150}{3} = 50. \quad (2.12)$$

что дает $\omega = \frac{3 \dots 9}{50}$ или $\omega = 0,06 \dots 0,18 \text{ c}^{-1}$.

Скорость перемещения груза составит

$$v = \omega \frac{D}{2} = (0,06 \div 0,018) \cdot 0,045$$

$$\text{или } v = (0,27 \div 0,81) \cdot 10^{-2} = 0,16 \div 0,49 \text{ м/мин.}$$

Максимальная мощность привода составит

$$N = M\omega_{\max} \eta = 67,5 \cdot 0,18 \cdot 0,95 = 11,5 \text{ Вт,}$$

где η – коэффициент полезного действия передачи.

Усилие на рукоятке определится формулой

$$P = \frac{M}{l \cdot i} = 9,3 \text{ кГ,} \quad (2.13)$$

где l – длина рукоятки привода.

Основные технические данные тали на основе волновой передачи сведены в таблицу 2.1.

Таблица 2.1

Основные технические характеристики	Тяговое усилие, кГ	Мощность привода, Вт	Скорость перемещения груза, м/мин	Усилие на рукоятке привода, об/мин	Число оборотов рукоятки привода, об/мин	Масса, кг
1	2	3	4	5	6	7
Числовые значения	1,500	3,8...11,5	0,16...0,45	9,3	30...90	8,6

Диаметр гибкого подшипника из условия долговечности [38]

$$D \geq 2,26 \left(T_2 \cdot 10^{-3} \right)^{0,357} \left(L_1 (n_1 - n_2) \right)^{0,119}, \quad (2.14)$$

где T_2 – вращающий момент на гибком колесе, Н·мм;

L_1 – долговечность, ч;

n_1 – число оборотов волновода, об/мин;

n_2 – число оборотов ведомого колеса, об/мин.

Вращающий момент, исходя из величины тягового усилия и диаметра тягового барабана, $T_2 = 67,5 \text{ кГм}$, число оборотов $n_1 = 90 \text{ мин}^{-1}$ и $n_2 = 90/50 \text{ мин}^{-1}$.

Принимая $L_1 = 200$ ч, подставим все числовые значения в формулу (2.14):

$$D = 2,26 \cdot 675^{0,357} \cdot (0,2 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot (1 - 0,02))^{0,119}.$$

После упрощения

$$D = 2,26 \cdot 675^{0,357} \cdot (18 \cdot 10^3)^{0,119}.$$

После вычислений

$$D = 74,23 \text{ мм.}$$

Согласно ГОСТу ближайший размер $D = 72$ мм.

Выбор подшипника с $D = 80$ мм обеспечивает долговечность L_1 гибкого колеса до 500 ч.

При выборе подшипника с $D = 90$ мм долговечность L_1 возрастает до 1000 ч.

2.7 Сравнение областей применения волновых передач и передач с планетарным механизмом

Следует учитывать, что рассматриваемый тип передач может применяться только для ограниченного класса конструкций. Например, технические требования на вальцовочную гидравлическую машину, представленные организацией «Омскнефтеоргсинтез», следующие.

Назначение: привод роликовых вальцовок при развальцовке труб в двойных трубчатых печах в условии монтажа и ремонта. Высокомоментный реверсивный привод различных устройств.

Техническая характеристика

- 1) диаметр вальцуемых труб, мм – 89...152;
- 2) толщина стенки вальцуемых труб, мм ≤ 14 ;
- 3) максимальная степень развальцовки, % – 5;
- 4) номинальная мощность гидродвигателя, кВт – 6;
- 5) номинальный крутящий момент, кНм – 3;
- 6) номинальное давление масла в гидросистеме, МПа – 3;
- 7) пиковый крутящий момент, кНм – 4;
- 8) пиковое давление масла гидросистеме при ПВ = 2 5%, МПа – 8;
- 9) скорость вращения выходного вала, об/мин – 16,5.

Габариты, мм:

- 1) длина – 495;
- 2) диаметр корпуса – 146;
- 3) масса, кг – 32.

Исследования показывают, что для удовлетворения указанных технических условий развальцовочной машины на основе механизма волновой передачи необходимо применение многоступенчатого устройства с несколькими волновыми механизмами.

В случае применения волновой пары колес для подъемных средств требуется дополнительное устройство (храповой механизм) т.к. волновая передача сама по себе является обратимой, что является необходимым условием для развальцовки труб или в случаях сборки и разборки резьбовых соединений и не допустимым в подъемных средствах, каковыми являются, например, тали (лебедки).

В последнем случае оказалось целесообразным применение планетарной передачи с внутренним зацеплением зубьев и с минимальной их количественной разницей в колесной паре.

Такая передача близка к волновой передаче. У нее сохраняются свойства волновой передачи, но приобретает другое свойство, а именно ее необратимость.

Кроме того, планетарная передача способствует возможности многофункциональности некоторых элементов устройства, что значительно сокращает массу его и упрощает саму конструкцию.

Выводы к разделу 2

1. Рассмотрены вопросы выбора схемы волновой передачи и определение основных кинематических параметров.
2. Выполнен проектный расчет тягового механизма на основе волновой зубчатой передачи, в котором определены массовые характеристики устройства, произведен кинематический и силовой расчеты
3. Проанализированы возможности волновой передачи и представлены рекомендации по ограничениям на область их применения.

РАЗДЕЛ 3 ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЧ С ВНУТРЕННИМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

3.1 Кинематика и технологические особенности изготовления зубчатых передач с внутренним зацеплением

На рис. 3.1 приведена схема внутреннего зацепления зубчатых колес 1 и 2 по делительным окружностям. Зубчатое колесо 2 радиуса r находится во внутреннем зацеплении с колесом 1 и обегает его при своем движении.

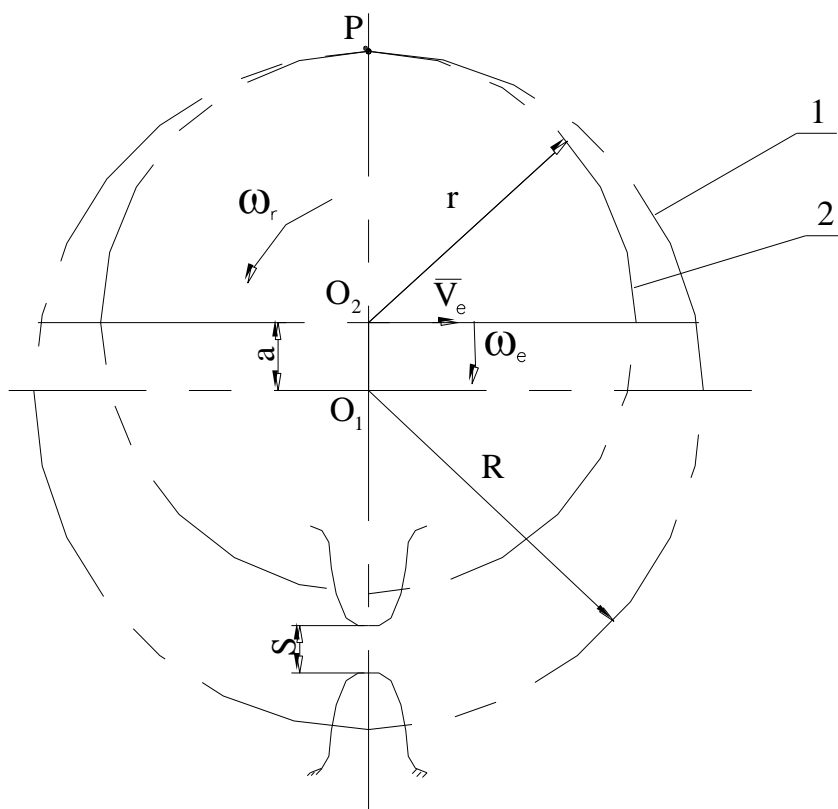


Рисунок 3.1. – Внутреннее зацепление зубчатых колес по делительным окружностям

В классической механике такое движение называется плоским. Плоское движение состоит из двух движений – переносного вместе с центром (точка O_2 на рис. 3.1) и относительного вокруг или относительно центра. Согласно этому на рис. 3.1 приняты следующие обозначения:

ω_ℓ – угловая скорость переносного движения (в планетарных передачах принято называть угловой скоростью водила);

V_ℓ – линейная переносная скорость центра подвижного зубчатого колеса 2, которая определяется формулой:

$$V_\ell = \omega_\ell \cdot l,$$

где $\ell = R - r$ и называется эксцентриситетом зубчатых колес. Тогда окончательно:

$$V_\ell = \omega_\ell(R - r);$$

ω_2 – угловая скорость относительного движения зубчатого колеса 2.

Воспользовавшись известным в теоретической механике понятием мгновенного центра скоростей (на рис. 3.1 – точка P), можно записать следующее уравнение:

$$\omega_\ell(R - r) = \omega_r \cdot r,$$

откуда

$$\frac{\omega_\ell}{\omega_r} = \frac{r}{R - r}, \quad (3.1)$$

где отношение

$$\frac{\omega_\ell}{\omega_r} = i \quad (3.2)$$

представляет собой передаточное отношение.

Учитывая выражения (3.1) и (3.2), а также переходя от радиусов к числам зубьев, окончательно получим передаточное отношение одноступенчатой планетарной зубчатой передачи с внутренним зацеплением:

$$i = \frac{z_2}{z_1 - z_2}, \quad (3.3)$$

где z_1 – число зубьев внешнего неподвижного колеса 1;

z_2 – число зубьев внутреннего подвижного колеса 2.

Из формулы (3.3) следует, что наибольшее передаточное отношение с одной парой зубчатых колес можно получить при небольших разностях их чисел зубьев. Причем с уменьшением указанной разности даже на один зуб передаточное отношение значительно возрастает.

Рассмотрим примеры следующих зубчатых пар:

1-я пара	$z_1 = 51, z_2 = 48, z_1 - z_2 = 3;$
2-я пара	$z_1 = 52, z_2 = 50, z_1 - z_2 = 2;$
3-я пара	$z_1 = 51, z_2 = 50, z_1 - z_2 = 1.$

Согласно формуле (3.3) получим соответственно передаточные отношения:

$$i_1 = 16, i_2 = 25, i_3 = 50.$$

При этом для зубчатой пары с количеством зубьев $z_1 = 51$ и $z_2 = 48$ $z_1 - z_2 = 3$ с модулем $m = 2$ эксцентриситет $\ell = 3$ мм и наибольшее расстояние между зубьям колес $S = 2$ мм.

Для зубчатой пары $z_1 = 52$ и $z_2 = 50$ ($z_1 - z_2 = 2$) с модулем $m = 2$ эксцентриситет $\ell = 2$ мм и расстояние между зубьями $S = 0$.

Таким образом, в случаях, когда разница в количестве зубьев передачи составляет менее трех зубьев, сборка передачи оказывается невозможной в связи с тем, что подвижное зубчатое колесо 2 геометрически не сможет войти в неподвижное зубчатое колесо 2.

Поэтому для образования пространства (зазора) S между зубьями в таких случаях необходимо изменять диаметры заготовок.

Так, увеличивая диаметр заготовки внешнего колеса на Δ_1 и уменьшая диаметр заготовки внутреннего колеса на Δ_2 , общий зазор S после нарезания зубьев будет составлять

$$S = \Delta_1 + \Delta_2. \quad (3.4)$$

3.2 Влияние конструкции и кинематики механизмов на массу машин

Сравнительную оценку конструкций механизмов с точки зрения влияния на массу и габариты машин рассмотрим на примерах небольших грузоподъемных устройств, называемых в литературных источниках ручными таями.

Ручные тали [6] выпускают подвесными с приводом от тяговых цепей.

Шестеренные тали имеют грузоподъемность 0,25...8 т.

Червячные тали без механизма передвижения имеют грузоподъемность 1...12,5 т, а с механизмом передвижения 1...8 т.

Поставляются тали с цепью, рассчитанной на высоту подъема от 3 до 12 м. Масса талей составляет 3...4 % массы груза. Скорости подъема практически от 0,02 до 0,001 м/с соответственно для талей грузоподъемностью от 0,25 до 12,5 т.

Рассмотрим кинематику и конструкцию ручной тали [20], разработанной на основе работы [6].

3.2.1 Ручная таль с приводом от тяговой цепи

На рис. 3.2 изображен продольный разрез ручной тали; на рис. 3.3 – разрез тали по сечению А-А; на рис. 3.4 – принципиальная схема работы приводного устройства тали.

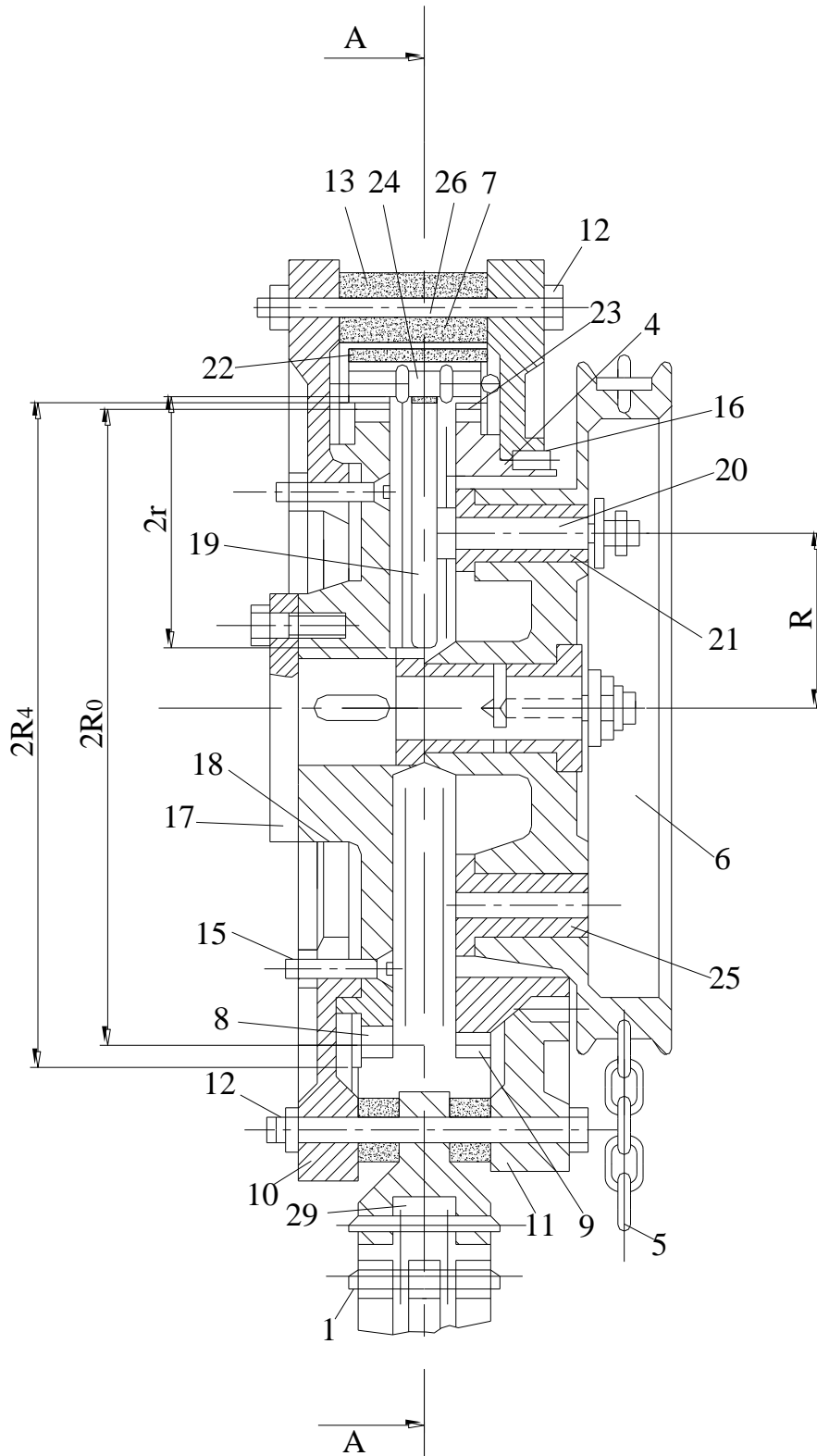


Рисунок 3.2 – Продольный разрез тали

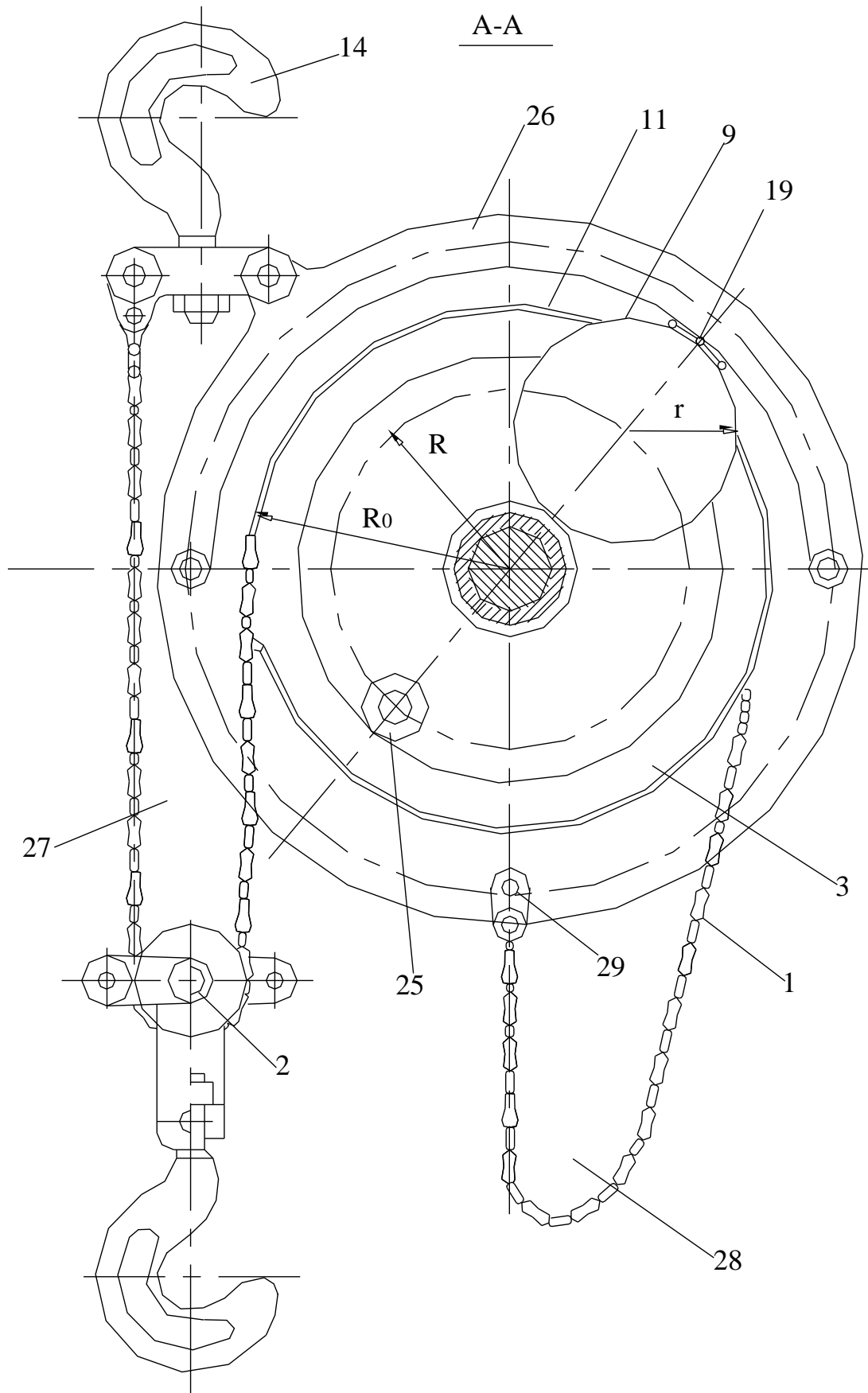


Рисунок 3.3 – Разрез тали по сечению А-А

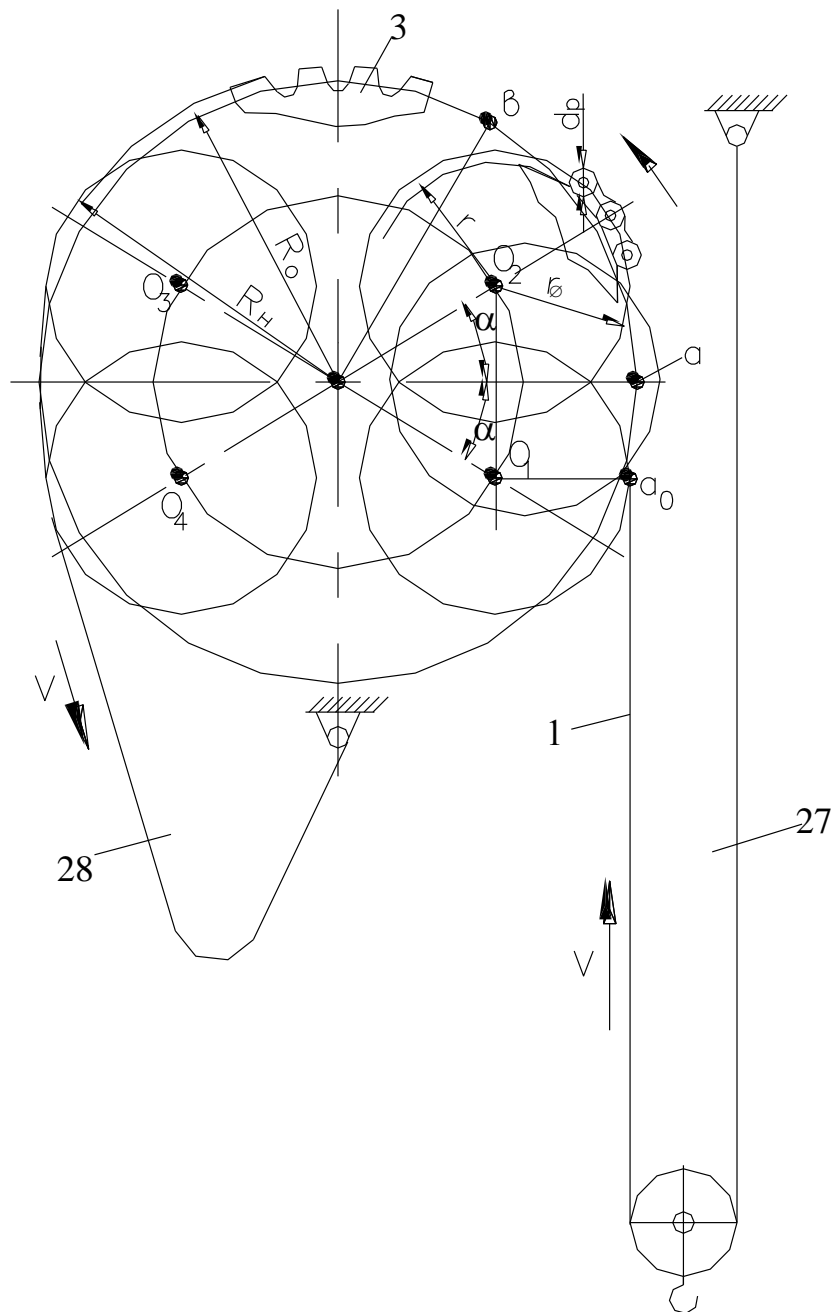


Рисунок 3.4 – Схема работы приводного устройства тали

Таль содержит втулочно-роликовую грузовую цепь 1 с крюковой обоймой 2, огибающую ведущую звездочку 3, приводное устройство 4, бесконечную круглозвенную цепь 5, связанную с несущим приводным колесом 6, объединённые неподвижным корпусом 7. Ведущая звездочка 3 образована зубчатыми венцами 8 и 9 с фланцами 10 и 11, которые зафиксированы стяжными болтами 12 и поперечными распорными втулками 13, образуя корпус 7, снабженный крюком 14 для подвески тали. Зубчатый венец 8 соединен с фланцем 10 стяжными болтами 15, а венец 9 – с фланцем 11 винтами 16.

Приводное колесо 6 свободно установлено на оси 17, жестко закрепленной в ступице 18 зубчатого венца 8 звездочки 3.

Колесо 6 несет бесконечную круглозвенную цепь 5. Приводное устройство 4 представляет собой ролик 19, ось 20 которого размещена эксцентрично во вкладыше 21 расточки колеса 6. Грузовая цепь 1 имеет стандартную втулочно-роликовую конструкцию и содержит, например, 3 ряда: два крайних 22, 23 и средний 24. Крайние ряды 22 и 23 находятся во взаимодействии с зубчатыми венцами 8 и 9, а средний ряд – с рабочим роликом 19. Колесо 6 имеет дополнительное гнездо с вкладышем 25 для возможной установки второго рабочего ролика для увеличения средней скорости подъема груза. Таль снабжена также скобой 26, предотвращающей возможное нарушение контакта грузовой цепи 1 с рабочим роликом 19. Грузовая цепь имеет «петлеобразную» форму из двух петель 27 и 28, причем цепь 1 крепится к корпусу 7 посредством специального звена 29.

Ведущая звездочка 3 (т. е. её венцы 8 и 9) имеет наружный диаметр зубьев $D = 2R_n$ и начальный диаметр $D_o = 2R_o$ (R_n и R_o – соответствующие диаметрам радиусы). Рабочий ролик 19 имеет радиус r наружной поверхности, контактирующей с роликами грузовой цепи 1.

Кинематическое взаимодействие роликов с цепью осуществляется по фиктивному радиусу r_ϕ , определяемому по формуле

$$r_\phi = r + \frac{d_p}{2}, \quad (3.5)$$

где d_p – диаметр ролика втулочно-роликовой цепи 1, имеющей шаг t .

Радиус окружностей центра рабочего ролика 19 составляет R . Условием нормального взаимодействия ролика 19 с цепью 1 является такое соотношение геометрических параметров, при котором обеспечивается вывод ролика цепи в зону некасания его вершин зубьев неподвижной звездочки 3 (её венцов 8 и 9) согласно выражению

$$R + r_\phi - \frac{d_p}{2} \geq R_n \quad (3.6)$$

Кроме того, число шагов цепи Z_1 в кривой acb (см. рис. 3.4) должно быть больше числа шагов Z_o в отрезке дуги ab радиуса R_o на целое число ΔZ , причем

$$\Delta Z = Z_1 - Z_o \quad (3.7)$$

Работа тали заключается в следующем.

За счет ручного перемещения бесконечной цепи 5 приводится во вращение против хода часовой стрелки приводное колесо 6 с угловой частотой W (см. рис. 3.4). При этом рабочий ролик 19 с центром вращения O_1 приходит в соприкосновение с грузовой цепью 1 (по фиктивному

радиусу r_{ϕ}). В пределах угла поворота 2α ролик 19 переходит из положения O_1 в положение O_2 . При этом образуется «гофр» цепи acb . За этот период ветвь петли 27 цепи 1 перемещается вверх на величину, по сравнению с которой груз перемещается на $\frac{1}{2}$ этой величины ввиду наличия крюковой обоймы – полюс – паста.

$$\Delta S = acb - ab, \quad (3.8)$$

где ac – длина дуги радиуса R_0 , которая вписывается в «гофр» acb . Эта разность соответствует ΔZ шагов согласно уравнению (3.7). Величина угла α находится из выражения

$$\alpha = \arccos \frac{R_0 - r_{\phi}}{R}. \quad (3.9)$$

В течение дальнейшего вращения колеса 6 рабочий ролик 19 вхолостую перегоняет «гофр» цепи acb в петлю 28 цепи 1, которая соответственно удлиняется. Ролик 19 при этом проходит положения O_2 – O_3 – O_4 . Затем ролик 19 выходит из контакта с цепью, перемещается вместе с колесом 6 вне контакта с цепью и приходит в исходное положение (точка O_1). Опускание грузовой цепи и груза производится аналогично, но при вращении тягового колеса по часовой стрелке.

Эксцентричная установка оси 20 рабочего ролика 19 позволяет регулировать длину «гофра» acb .

В любом положении при переходе рабочего ролика 19 из положения O_1 в O_4 имеет место дуга покоя цепи, определяемая выражением

$$\alpha_o = \pi - 2\alpha. \quad (3.10)$$

Этим обеспечивается условие самоторможения передачи, т.е. при исчезновении крутящего момента на приводном колесе 6 падение груза исключается из-за наличия дуги покоя – дуги сцепления грузовой цепи 1 с венцами 8 и 9 неподвижной звездочки 3, что исключает необходимость применения грузоупорного тормоза.

3.2.2 Ручная таль с приводом от рычага

На рис. 3.5 и 3.6 изображена схема тали. На рис. 3.5 показан продольный разрез тали, а на рис. 3.6 – ее вид сбоку [21].

Ручная таль состоит из следующих деталей:

внешнее неподвижное колесо – 1;

внутренне подвижное колесо (шестерня) – 2;

вал – 3;
ступица – 4;
тяговый барабан – 5;
ролик – 6;
ось – 7;
блок – 8;
тяговый крюк – 9;
щека – 10;
траверса – 11;
крюк подвески – 12;
рукоятка переключения холостого и рабочего движений тягового барабана – 13.

Работа ручной тали заключается в следующем:

Неподвижное зубчатое колесо 1 с внутренним зацеплением охватывает подвижное зубчатое колесо (шестерню) 2. Шестерня 2 получает два вращательных движения с помощью эксцентричного вала 3, который вращается от рычага (на рис. 3.5 и 3.6 не показан), одетого на шестигранную поверхность конца вала 3 и имеющего трещётное устройство для его возвратно-поступательного вращения.

Относительное вращательное движение шестерни 3 передается на ступицу 4 с помощью кулачков (на рис. 3.5 и 3.6 номером не обозначены), выполненных совместно с шестерней 3 для компенсации эксцентриситета осей неподвижного и подвижного зубчатых колес.

Ступица 4 с одной стороны свободно размещена на эксцентрическом валу 3, а с другой соединена с помощью шлицов с тяговым барабаном 5.

В свою очередь тяговый барабан 5 охватывает ступицу 4 по внутреннему диаметру и за счет этого ступица 4 передает свое вращение тяговому барабану 5.

Соединенный с тяговым барабаном канат получает намотку или смотку в зависимости от направления движения груза.

Вертикальное равновесие тали и распределение каната на барабане достигается с помощью роликов 6, которые свободно (по скользящей посадке) размещены на оси 7.

Кроме тягового барабана 5 и роликов 6, канат огибает также блок 8, с обоймой которого соединен тяговый крюк 9.

Вал 3, ось 7, а также щеки 10 и траверса 11 обеспечивают общую жесткость конструкции тали.

В рабочем положении таль подвешивается с помощью крюка подвески 12.

Переключение ручной тали на холостой или рабочий вращательные движения тягового барабана обеспечиваются рукояткой 13 с помощью соответствующего механизма (на рис. 3.5 номер не присвоен) рассоединения или соединения кулачков шестерни 2 и ступицы 8.

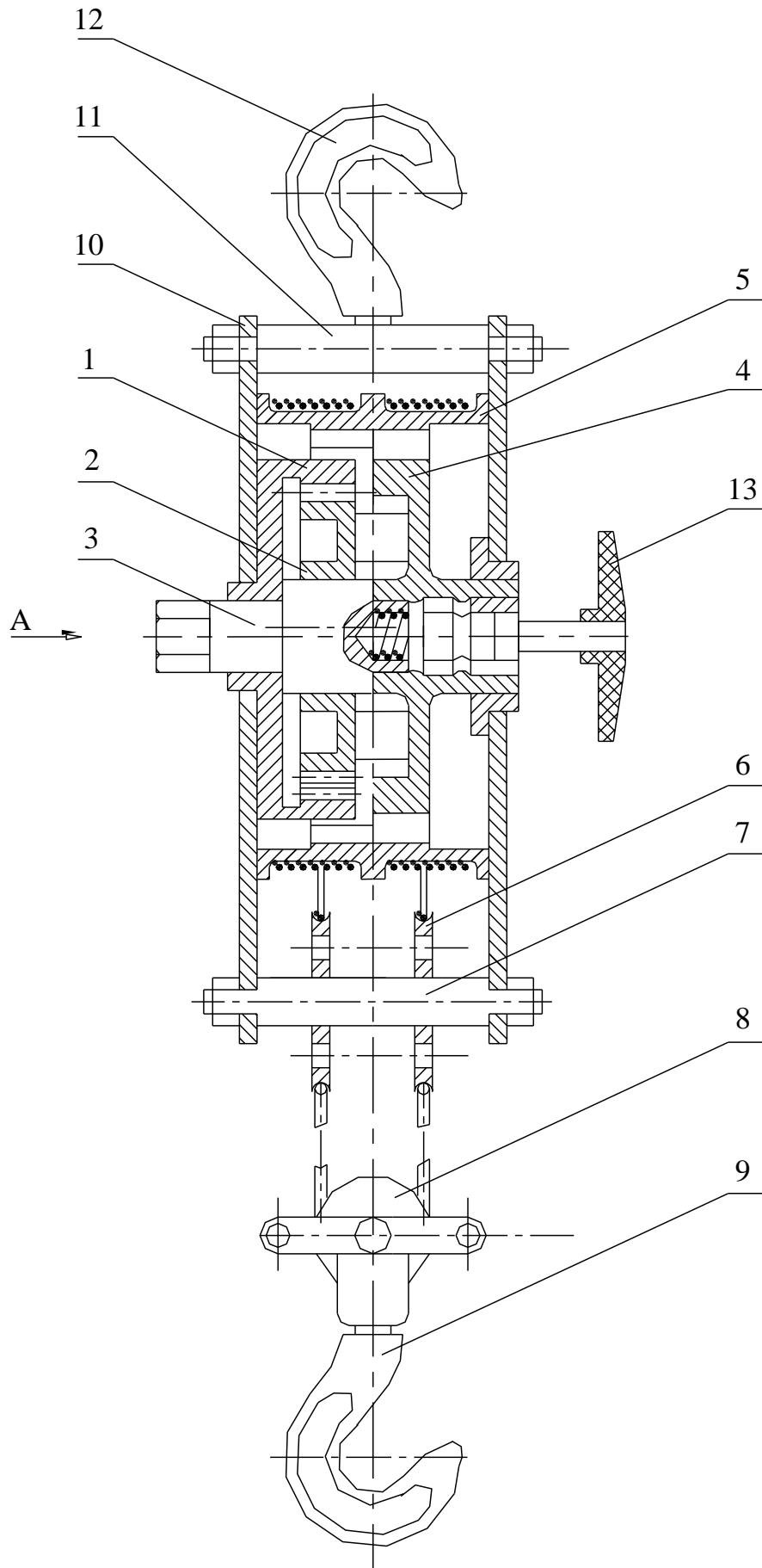


Рисунок 3.5 – Схема тали в разрезе

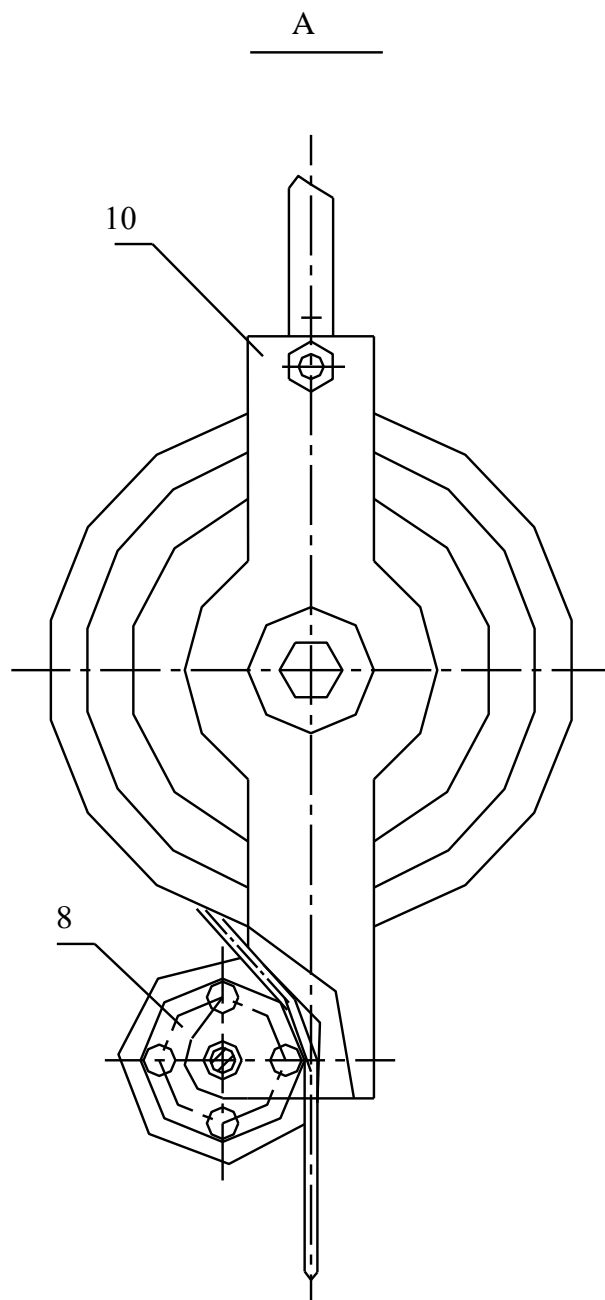


Рисунок 3.6 – Вид тали сбоку

3.2.3 Сравнительный анализ конструкции ручной тали с приводом от тяговой цепи и приводом от рычага по массовым характеристикам

Сравнивая конструкции тали на основе привода от тяговой цепи и привода от рычага, можно прийти к выводу, что конструкция того или иного механического устройства, с точки зрения массовых характеристик, зависит от его принципиального способа передачи движения от привода машины, созданного на основе механизма, к её рабочему органу.

Ранее сформулированы основные принципы разработки механических устройств, обладающих повышенной энергоемкостью.

Для грузоподъемных средств в качестве меры энергоемкости используют, например, отношение массы грузоподъемного устройства к массе поднимаемого груза [15].

В конструкции ручной тали с приводом от рычага с точки зрения уменьшения энергоемкости можно обнаружить следующие основные сравнительные признаки:

1) тяговый барабан, который обладает значительной массой, одновременно выполняет функцию корпуса механизма, что удовлетворяет условию многофункциональности элементов;

2) планетарная передача с внутренним зацеплением обеспечивает необходимые прочностные характеристики при значительной компактности устройства, что способствует уменьшению его габаритов и массы;

3) конструкция тали не предусматривает использование грузовых и приводных цепей, обладающих большой массой;

4) количество деталей, из которых состоит ручная таль с рычажным приводом в два раза меньше, чем у ручной тали с приводом от тяговой цепи.

3.3 Планетарный привод вращательного движения вальцовочной (обкатной) машины

Для соединения труб в машиностроительной, нефтедобывающей, нефтеперерабатывающей, газодобывающей и энергетической отраслях промышленности применяется предварительная развальцовка (обкатка) концов труб.

Так для химических предприятий нефтеоргсинтеза требуются высокомоментные реверсивные приводы роликовых вальцовок на базе гидравлических или пневматических двигателей при развальцовке труб двойных трубчатых печей в условиях монтажа и ремонта со следующей технической характеристикой:

- диаметр вальцуемых труб, мм – от 89 до 152;
- толщина стенки вальцуемых труб, мм. – не более 14;
- максимальная степень развальцовки, % – 5;
- номинальная мощность гидро- или пневмодвигателя, кВт – 6;
- номинальный крутящий момент, кН·м – 3;
- номинальное давление масла в гидросистеме, МПа – 3;
- пиковый крутящий момент, кН·м – 4;
- пиковое давление масла в гидросистеме при ПВ = 25%, МПа – 8;
- скорость вращения выходного вала, об/мин – 16,5.
- габариты, мм:
 - длина – 495;
 - диаметр корпуса – 146;
- масса, кг – 32.

Известна конструкция привода вращательного вальцовочной машины, которая содержит электродвигатель и редуктор на основе механизма червячной передачи [22].

Вращательное движение на рабочий инструмент-вальцовку в этом случае передается от вала электродвигателя через червячный редуктор, который уменьшает обороты вала электродвигателя и увеличивает вращательный момент на выходном валу.

Конструкция такого привода предполагает использование электродвигателей и имеет значительные размеры и массу. Кроме этого, червячные передачи, как известно, имеют небольшой коэффициент полезного действия, а также усложняют конструкцию привода, потому, что оси червяка и червячного колеса перпендикулярны относительно друг друга. Червячные передачи также не используют в качестве ступенчатых передач для получения необходимых значительных передаточных отношений.

В литературном источнике [23] описана конструкция привода вращательного движения вальцовочной машины, которая содержит электродвигатель и редуктор с двумя парами цилиндрических зубчатых колес внешнего зацепления.

Вращательное движение на рабочий инструмент-вальцовку, в этом случае, передается от вала электродвигателя через редуктор с двумя парами зубчатых колес внешнего зацепления, который уменьшает обороты вала электродвигателя и увеличивает вращательный момент на выходном валу редуктора.

Конструкция такого привода предусматривает применение только электродвигателей, имеет значительные габариты и массу, в результате значительной массы электродвигателей и значительных габаритов зубчатых передач внешнего зацепления.

Для получения достаточно больших передаточных отношений такой редуктор требует наличия нескольких ступеней, что усложняет конструкцию и увеличивает габариты и массу редуктора.

Таким образом, конструкции известных приводов вращательного движения вальцовочных машин предполагают в качестве энергоносителей использование электрической энергии и отличаются типом редукторов. Они имеют значительные габариты и массу и потому монтируются в цехах или мастерских стационарно на специализированных станках со станиной значительного веса [22].

Современные условия производства требуют размещения машин для развальцовки труб непосредственно на рабочих местах монтажа или ремонта соответствующего оборудования, что требует их мобильности. Так, например, в нефтеперерабатывающей промышленности на предприятиях нефтеоргсинтеза есть необходимость в приводах роликовых вальцовок для развальцовки труб в трубчатых печах в условиях монтажа и ремонта оборудования.

Для решения такой задачи необходимо расширить перечень используемых энергоносителей и использовать не только электроэнергию, а и энергию сжатого воздуха или жидкости (масла) соответственно возможностям того или иного предприятия или конкретных условий энергоснабжения рабочих мест в условиях монтажа или ремонта оборудования.

Такую возможность может обеспечить совместимость электродвигателей и малогабаритных высокомоментных реверсивных пневматических или гидравлических двигателей с малогабаритными редукторами значительных передаточных отношений.

Современные пневматические двигатели, при небольшой их массе, имеют следующие технические характеристики:

- угловая скорость вращения вала, об/мин – 6000;
- мощность, кВт – 0,746;
- крутящий момент на валу, Н·м – 8 2000;
- точность регулирования крутящего момента – 90 % ± 5 %;
- уровень шума, дБ/м – 81;
- расход сжатого воздуха, л/сек – 19.

Большая частота вращения пневматических и гидравлических двигателей при использовании их в приводах вальцовок требует применения понижающих редукторов с большим передаточным отношением.

Поставленная задача решается [24] за счет того, что конструкция привода вращательного движения вальцовочной машины состоит из электрического, пневматического или гидравлического двигателя, а также ступенчатого планетарного редуктора не с внешним, а с внутренним зацеплением зубчатых колес и небольшой разницей (не более трех) количества зубьев в зубчатых парах, что обеспечивает необходимое передаточное отношение и достаточно высокую степень равномерности распределения усилий в зацеплении, благодаря чему снижаются габариты и вес редуктора и вальцовочной машины в целом.

На рис. 3.7 изображена схема планетарного привода вращательного движения вальцовочной машины, который включает:

- электро- или пневмо-, или гидродвигатель – 1;
- муфту квадратного соединения валов двигателя и редуктора – 2;
- эксцентричный вал первой ступени планетарной передачи редуктора – 3;
- зубчатое подвижное колесо первой ступени планетарной передачи – 4;
- ролики или ползуны подвижного зубчатого колеса первой ступени планетарной передачи редуктора – 5, 6;
- неподвижное зубчатое колесо первой ступени планетарной передачи редуктора – 7;
- фланцевый цилиндрический корпус первой ступени редуктора – 8;
- муфту с диаметральным пазом первой ступени планетарной передачи редуктора – 9;

- муфту первой ступени планетарной передачи редуктора под квадратный конец эксцентричного вала второй ступени планетарной передачи редуктора – 10;
- эксцентричный вал подвижного зубчатого колеса второй ступени планетарной передачи редуктора – 11.

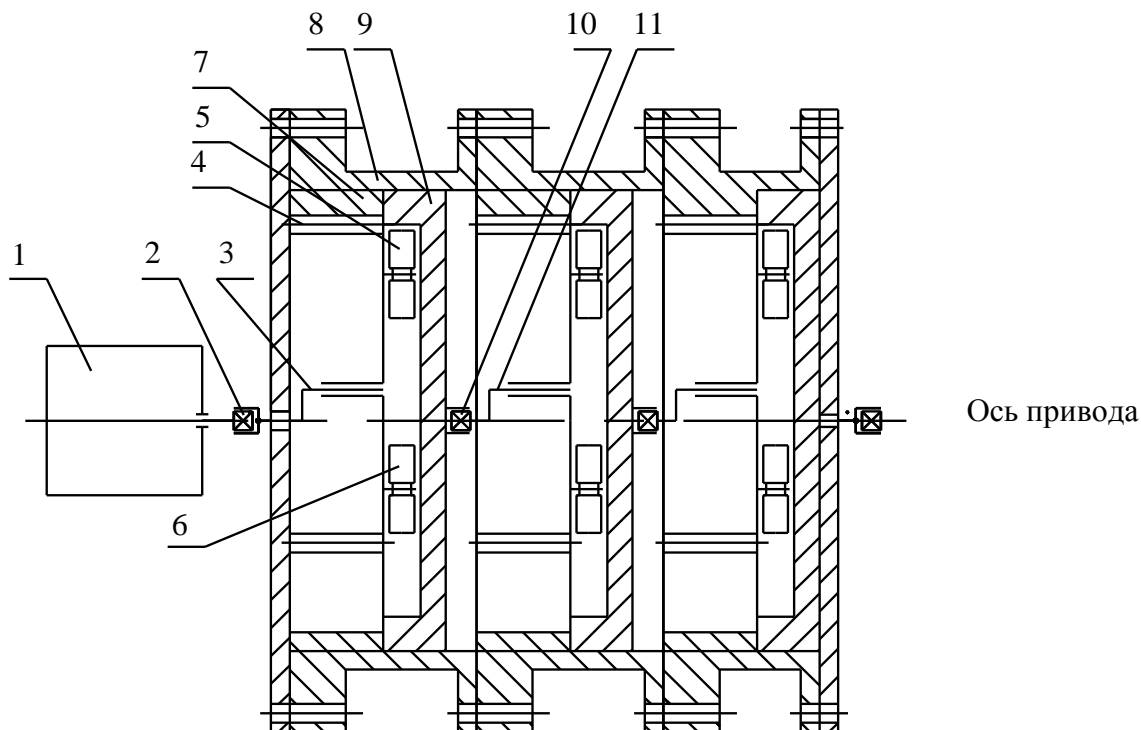


Рисунок 3.7 – Схема планетарного привода вращательного движения вальцовочной машины

Планетарный привод вращательного движения вальцовочной машины работает следующим образом.

Вращательное движение от выходного вала двигателя 1 через муфту квадратного соединения 2 передается на эксцентричный вал 3 первой ступени планетарной передачи редуктора, на котором размещено зубчатое подвижное колесо 4 с роликами или ползунами 5 и 6, размещенными на соответствующих осях (оси на рис. 3.7 номерами не обозначены).

Подвижное зубчатое колесо 4 благодаря эксцентричному валу 3 находится во внутреннем зацеплении с неподвижным колесом 7, которое жестко закреплено или выполнено как одно целое с фланчатым цилиндрическим корпусом 8 первой ступени планетарного редуктора. Таким образом, подвижное колесо 4 обегает зубчатое колесо 7 и получает две угловые скорости, одна из которых переносная относительно оси планетарного привода, а другая относительная вокруг эксцентричной оси эксцентричного вала 3. Относительная угловая скорость подвижного зубчатого колеса 4 с помощью двух роликов или ползунов 5 и 6 через продольный паз муфты 9, в который они входят, передается самой муфте, что обеспечивает

компенсацию эксцентриситета эксцентричного вала 3 с насаженным на него подвижным зубчатым колесом 4 относительно оси муфты 9, которая совпадает с осью планетарного привода. Муфта 9 в свою очередь жестко связана или выполнена как одно целое с муфтой 10 под квадратный конец эксцентричного вала 11 другой ступени планетарного редуктора и, таким образом, относительное вращательное движение зубчатого колеса 4 первой ступени зубчатой передачи планетарного редуктора передается на подвижное зубчатое колесо другой ступени планетарной зубчатой передачи редуктора (на рис. 3.7 подвижное зубчатое колесо другой ступени номером не обозначено).

В связи с тем что работа ступеней планетарного редуктора имеет аналогию, описание работы первой ступени планетарного редуктора и передачи вращательного движения на другую его ступень является вполне достаточным.

Описанный привод вращательного движения вальцовочной машины имеет планетарный ступенчатый редуктор, в котором в каждой его ступени всего одна пара зубчатых колес (подвижное и неподвижное) дает возможность получить большой спектр передаточных отношений благодаря внутреннему зацеплению зубчатой пары колес с небольшой разницей количества зубьев между ними.

Так, например, для зубчатой пары с модулем $m = 2$ при разности количества зубьев 3, 2 и 1 передаточные отношения соответственно составляют: $i_1 = 16$; $i_2 = 25$; $i_3 = 50$.

Таким образом, получать значительные передаточные отношения только с одной ступени планетарного редуктора можно, если уменьшить количество его ступеней, что особенно важно при развальцовке труб большого диаметра, так как развальцовка таких труб требует больших вращательных моментов, для чего необходимо без уменьшения мощности двигателей уменьшать угловую скорость выходных валов редукторов, что требует значительного увеличения передаточного отношения планетарного редуктора.

Уменьшение количества ступеней планетарного редуктора приводит к снижению его габаритов и веса в целом, что особенно важно при создании мобильных приводов вальцовок, способных развальцовывать трубы в условиях монтажа и ремонта соответствующего оборудования.

3.4 Внешние силы деформации развальцовочного участка трубчатых заготовок

Внешние силы деформации развальцовочного участка труб можно определить путем вычисления работы внешних сил, создаваемых инструментом со стороны внутренней поверхности трубы, которая представляет собой цилиндрическую оболочку.

Тонкой цилиндрической оболочкой считают цилиндр, у которого [25]

$$h < r/20,$$

где h – толщина стенки;

r – радиус цилиндра.

Основная часть трубчатых изделий удовлетворяет указанному соотношению, что дает право использовать теорию тонких оболочек. Определению при этом подлежит интенсивность сил, которые необходимы для увеличения диаметра развальцовочной части трубы.

Полную интенсивность сил можно определить как сумму трех ее составляющих

$$q = q_1 + q_2 + q_3, \quad (3.11)$$

где q_1 – интенсивность сил пластического сопротивления;

q_2 – интенсивность сил упругого сопротивления;

q_3 – интенсивность сил от действия сил инерции.

Под интенсивностью сил понимается сила, действующая на единицу площади внутренней поверхности цилиндрической оболочки.

Выводы необходимых закономерностей выполняются с помощью расчетных схем, приведенных на рис. 3.8.

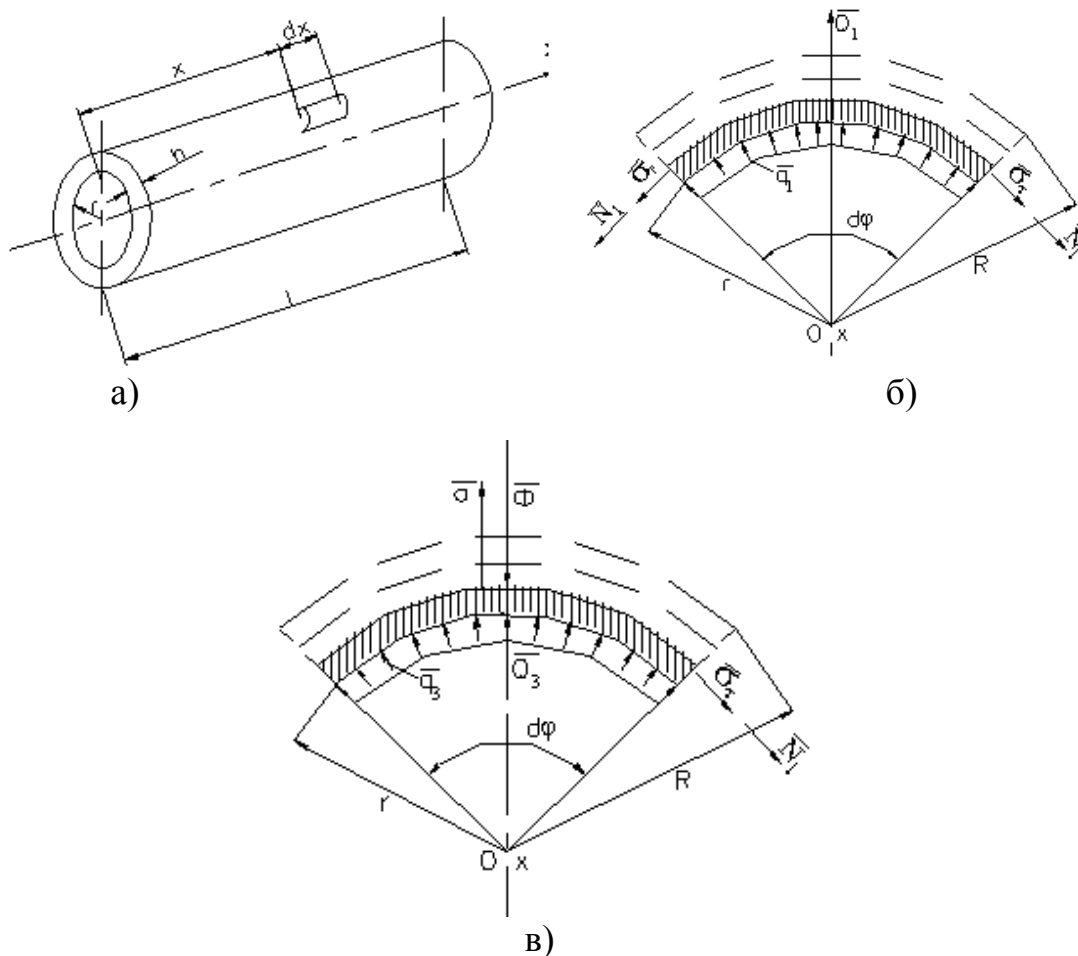


Рисунок 3.8 – Расчетная схема определения внешних сил

Согласно расчетным схемам (рис. 3.8, а, б) можно записать внешнюю силу, действующую на элементарную площадь внутренней поверхности оболочки

$$Q_1 = dF \cdot q_1, \quad (3.12)$$

где dF – элементарная площадь внутренней поверхности оболочки:

$$dF = dx \cdot rd\varphi, \quad (3.13)$$

q_1 – интенсивность сил пластического сопротивления.
Введя (3.13) в (3.12), получим

$$Q_1 = rq_1 dx d\varphi. \quad (3.14)$$

Элементарная работа силы Q_1 на перемещении выделенного элементарного участка оболочки имеет выражение

$$dA_1 = Q_1 (R - r), \quad (3.15)$$

где r – внутренний радиус оболочки до деформации;
 R – внутренний радиус оболочки после деформации.
После введения (3.14) в (3.15) получим

$$dA_1 = (R - r)rq_1 d\varphi dx. \quad (3.16)$$

Откуда полная работа от действия внешней силы Q_1 будет равна

$$A_1 = \int dA_1 = (R - r)rq_1 \int_{\varphi} \int_x d\varphi dx. \quad (3.17)$$

После интегрирования (3.17) получим

$$A_1 = 2\pi l (R - r)rq_1, \quad (3.18)$$

где A_1 – работа внешней силы Q_1 ,
 l – длина цилиндрической оболочки.

Внутренними силами сопротивления от действия внешней силы Q_1 являются силы \bar{N}_1 и \bar{N}_2 (рис. 3.8, а,б). Согласно симметрии сил \bar{N}_1 и \bar{N}_2 можно считать, что

$$|\bar{N}_1| = |\bar{N}_2| = N,$$

где $N = hdx\sigma_T. \quad (3.19)$

Здесь σ_T – предел текучести материала при заданной температуре.

Тогда элементарная работа внутренних сил получает выражение

$$dA_2 = N(R - r)d\varphi. \quad (3.20)$$

Введя (3.19) в (3.20), получим

$$dA_2 = hdx\sigma_T(R - r)d\varphi. \quad (3.21)$$

Согласно (3.26) полная работа внутренних сил определится интегралом

$$A_2 = \int dA_2 = h(R - r)\sigma_T \int_{\varphi} \int_x d\varphi dx. \quad (3.22)$$

Окончательно после интегрирования (3.22) полная работа внутренних сил сопротивления определится выражением

$$A_2 = 2\pi h(R - r)\ell\sigma_T. \quad (3.23)$$

Согласно теориям упругости и пластичности и законам классической механики работа внешних сил, вызывающих ответное действие внутренних сил в механической системе, равна работе внутренних сил. На основании этого можно записать

$$A_1 = A_2. \quad (3.24)$$

Введя в (3.29) выражения (3.23) и (3.28), получим следующее уравнение:

$$2\pi\ell(R - r)r q_1 = 2\pi h(R - r)P\delta_T. \quad (3.25)$$

Из уравнения (3.25) после соответствующих сокращений получена формула для определения интенсивности сил пластического сопротивления:

$$q_1 = \frac{h}{r}\sigma_T. \quad (3.26)$$

Для определения интенсивности внешней нагрузки преодоления упругого сопротивления целесообразно воспользоваться формулой [36] для определения напряжений в осесимметричной тонкой цилиндрической оболочке, которая имеет вид:

$$\sigma = \frac{PR}{h}, \quad (3.27)$$

где σ – напряжение в оболочке;
 P – внутреннее давление на оболочку;
 R – радиус оболочки;
 h – толщина оболочки.

Приближаясь к условию данной задачи, произведем замену параметров $\sigma = \sigma_T$, $R = q_2$, $R = r$ и введем их в формулу (3.27).

Тогда окончательно получим выражение для определения интенсивности сил упругого сопротивления q_2 :

$$\sigma_T = \frac{q_2 r}{h}.$$

откуда

$$q_2 = \frac{h}{r} \sigma_T. \quad (3.28)$$

Для определения интенсивности сил преодоления сил инерции воспользуемся расчетными схемами, представленными на рис. 3.8, а–в.

Внешняя сила Q_3 определяется согласно выражению

$$Q_3 = r d\varphi dx q_3. \quad (3.29)$$

Тогда элементарная работа силы Q_3 на перемещении $(R - r)$ будет равна

$$dA_3 = Q_3 (R - r). \quad (3.30)$$

После подстановки (3.29) в (3.30) получим

$$dA_3 = r(R - r) q_3 d\varphi dx. \quad (3.31)$$

Проинтегрируем (3.31):

$$A_3 = \int dA_3 = r(R - r) q_3 \int \int d\varphi dx. \quad (3.32)$$

После интегрирования (3.32) окончательно работа внешней силы Q_3 принимает выражение:

$$A_3 = 2 \Pi r (R - r) l q_3. \quad (3.33)$$

Для определения работы сил инерции на перемещении $(R - r)$ определим эту силу согласно выражению

$$\Phi = d m a, \quad (3.34)$$

где d – сила инерции, приложенная к выделенному на рис. 3.8, в объему;

m – элементарная масса выделенного объема;

a – ускорение выделенного объема.

Элементарная работа сил инерции, приложенных к выделенному элементарному объему, определяется следующим выражением:

$$dm = \varphi r d\varphi dx h. \quad (3.35)$$

Подставим (3.35) в (3.34). Тогда сила инерции Φ получит выражение

$$\Phi = \varphi r h a d\varphi dx, \quad (3.36)$$

где φ – удельная массовая плотность материала.

Элементарная работа dA_4 силы инерции равна

$$dA_4 = \Phi(R - r). \quad (3.37)$$

Подставим выражение (3.36) в (3.37). Тогда

$$dA_4 = \varphi r (R - r) h a d\varphi dx. \quad (3.38)$$

Для определения полной работы сил инерции A_4 проинтегрируем (3.38) и получим

$$A_4 = \int dA_4 = \varphi r (R - r) h a \int \int_{\varphi x} d\varphi dx. \quad (3.39)$$

Окончательно после интегрирования

$$A_4 = 2\Pi\varphi r (R - r) h l a. \quad (3.40)$$

Работа сил инерции относится к категории внутренних сил, т. к. силы инерции противодействуют внешней силе Q_3 .

Это дает основание воспользоваться равенством работ внешних и внутренних сил и записать уравнение

$$A_3 = A_4.$$

Таким образом, приравняем выражение (3.33) к выражению (3.40):

$$2\Pi r (R - r) l q_3 = 2\Pi\varphi r (R - r) h l a. \quad (3.41)$$

Произведя сокращения, решим (3.41) относительно интенсивности сил от действия сил инерции q_3 . После чего получим

$$q_3 = \varphi a, \quad (3.42)$$

где

$$a = \frac{V_0 - V}{t}, \quad (3.43)$$

здесь V_0 – начальная скорость деформации;

V – конечная скорость деформации.

Т. к. конечная скорость деформации $V = 0$, то формулу (3.42) с учетом (3.43) можно переписать так:

$$q_3 = \varphi \frac{V_0}{t}. \quad (3.44)$$

Полагая, что изменение скорости деформации от V_0 до нуля происходит на довольно малом участке деформации, можно считать указанное изменение скорости линейным.

Тогда формулу (3.44) можно окончательно записать в виде

$$q_3 = \varphi \frac{R - r}{2t^2}, \quad (3.45)$$

где t – время процесса деформации. На основании выражений (3.26), (3.32) и (3.45) согласно формуле (3.11) получим полную интенсивность внешних сил q , необходимую для деформации цилиндрической оболочки толщиной h на величину $(R - r)$

$$q = 2 \frac{h}{r} \sigma_T + \varphi \frac{R - r}{2t^2}. \quad (3.46)$$

Полученная формула (3.46) содержит два слагаемых. Первое слагаемое имеет предел текучести при температурах, которые отвечают наиболее высокой пластичности материала.

Согласно характерным диаграммам растяжения стали [25; 26] при температуре 20 °С предел текучести σ_T равен 230 МПа.

При горячей обработке материалов необходимо определять ее температурные интервалы и соответствующие им пределы текучести.

Согласно, например, [27] для получения цельнокатаных колес и бандажей используют углеродистую сталь с содержанием углерода (С) 0,5...0,8 % с нагревом заготовок до температуры в пределах 1150...1200 °С.

Нагрев заготовок перед обработкой давлением [28], который производится с целью повышения пластичности металла, в результате чего сопротивление деформации значительно уменьшается (в 10...15 раз) по сравнению с обычным холодным состоянием (20 °С).

Каждому сплаву соответствует определенная температура нагрева. Начальную температуру горячей обработки сплава определяют [19] по формуле

$$t_H = at_{пл},$$

где a – коэффициент понижения температуры, равный 0,85...0,95;
 $t_{пл}$ – температура плавления сплава, которая определяется с помощью диаграммы состояния.

Температура концаковки или прокатки углеродистых сталей в зависимости от содержания в них углерода определяется по формуле

$$t_K = 0,7t_{пл}.$$

Обычно сталь прокатывают после нагрева [39] до температуры 1100...1255 °С.

Горячая прокатка листового материала обычно заканчивается при температуре ниже температуры рекристаллизации. Для чистых металлов она составляет

$$T_p = 0,4T_{пл},$$

что приводит к наклепу, для снятия которого возникает необходимость применять отжиг.

Поэтому температура начала прокатки листовой стали в чистовой клети должна быть выше 1000 °С, а конца – не ниже 720 °С.

Согласно данным, приведенным в [29; 30], температура нагрева для обработки изделий обкаткой находится в пределах 1100...1200 °С.

Температурный интервал горячей обработки давлением согласно [42] зависит от содержания углерода в стали. При содержании углерода 0,2...0,7 % он составляет 1280...800 °С, а при содержании углерода в пределах 0,8...1,3 % составляет 1100...760 °С.

Для формообразования деталей из труб [29; 30] могут быть использованы различные технологические процессы: ковка на молотах, ротационная ковка, обжим и раздача на прессах в жестких и эластичных матрицах, электроштамповка, обкатка (спиннингование роликами) или инструментом трения и другие.

Изделия из трубчатых заготовок применяют практически во всех отраслях народного хозяйства.

Технико-экономическим анализом установлено, что при серийном и массовом производстве конкретных деталей машиностроения при длине заготовки 2...3 ее диаметра и значительной суммарной степени деформации наиболее эффективным технологическим процессом является обкатка.

Обкаткой получают изделия из труб диаметром 20...325 мм со стенкой 1...34 мм.

В процессе обкатки с изменением температуры, скорости и степени деформации, предел текучести металла изменяется от 12,5 МПа в начале обкатки до 32 МПа в конце ее.

Исходя из вышеприведенных литературных данных, можно прийти к выводу, что самый широкий температурный диапазон горячей обработки деталей, исключая явление наклепа находится в пределах 1280...720 °С.

При обработке деталей горячей прокаткой указанный диапазон значительно сужается и находится в пределах 1200...1100 °С. Это объясняется тем, что детали, получаемые горячей обкаткой, имеют не столь значительную поверхность отдачи тепла, как, например, при прокатке листового материала. Кроме того, процессы обкатки протекают в более ограниченном времени.

На основании полученных литературных данных произведем определение величины первого слагаемого формулы (3.46) на примере трубчатой заготовки, удовлетворяющей условию тонкостенности, при внутреннем радиусе ее $r = 100$ мм с толщиной стенки $h = 5$ мм при температурах 1200 и 1100 °С соответственно:

$$1) q_1 + q_2 = 2 \frac{h}{r} \sigma_t = \frac{10}{100} 12,5 = 1,25 \text{ МПа}; \quad (3.47)$$

$$2) q_1 + q_2 = 2 \frac{h}{r} \sigma_t = \frac{10}{100} 32 = 32 \text{ МПа}. \quad (3.48)$$

Из полученных результатов (3.47) и (3.48) следует, что с понижением температуры горячей обработки интенсивность внешних сил от первого слагаемого формулы (3.46) возрастает в интервале рабочих температур в 2,56 раза. Поэтому диапазон рабочих температур горячей обработки желательно уменьшать за счет интенсификации процесса обработки или создавать дополнительные условия для поддержания рабочей температуры постоянной.

Для определения второго слагаемого формулы (3.46), которое представляет собой увеличение интенсивности внешних сил за счет сил инерции, необходимы параметры скорости и времени горячей обработки, которые можно получить с помощью соответствующих литературных данных.

Обработка давлением [31] на прессах и ковочных машинах производится при движении рабочих органов со скоростями 0,1...0,5 м/с. На молотах скорость деформирования в момент удара составляет 5...10 м/с. При штамповке на высокоскоростных молотах (20...30 м/с).

В общем случае с увеличением скорости деформации предел текучести возрастает, а пластичность падает.

Количественно это подтверждает [27] с помощью диаграммы изменения истинного сопротивления деформации легированной стали типа X18H9T в зависимости от температуры, степени и скорости деформации.

Величина истинного сопротивления деформации - напряжение определялось на специальных установках пластометрах, позволяющих одновременно измерять степень и скорость деформации.

Истинное сопротивление и скорость деформации σ определялось как отношение усилия растяжения к площади поперечного сечения образца в данный момент деформации.

Испытание образцов проводилось при степени деформации $\varepsilon = 10 - 20 \%$ и при температурах $900 \dots 1000 \dots 1100 \dots 1200 \text{ }^\circ\text{C}$.

Как показывает диаграмма, значительное влияние степени деформации на истинное сопротивление соответствует температуре $900 \text{ }^\circ\text{C}$, а скорости относительной деформации – порядка 100 м^{-1} .

Наблюдается также увеличение влияния скорости деформации на истинное сопротивление при понижении температуры.

В зависимости от материала, формы изделия, относительной толщины стенки к диаметру изделия (h/D) продолжительность обкатки [30] находится в пределах $3 \dots 15 \text{ с}$.

Для цементитного чугуна, у которого отсутствует свободный углерод (белый чугун) при содержании его в пределах $2,5 \dots 3,0 \%$, производились испытания образцов на растяжение [32] с помощью высокотемпературного микроскопа в интервале температур $700 \dots 1150 \text{ }^\circ\text{C}$ при различных скоростях деформации. Результаты испытаний показали следующее изменение предела текучести с изменением температуры: $1150 \text{ }^\circ\text{C} - 9 \text{ МПа}$; $1100 \text{ }^\circ\text{C} - 13 \text{ МПа}$; $1050 \text{ }^\circ\text{C} - 23 \text{ МПа}$; $1000 \text{ }^\circ\text{C} - 37 \text{ МПа}$.

Таким образом, сопротивление растяжению при высоких температурах не содержащего свободный углерод чугуна в $2,5$ раза выше, чем у стали.

Инерционные усилия при малых скоростях штамповки мало влияют на ход процесса [33], однако развитие высокоскоростных методов обработки металлов делает необходимым проведение анализа влияния этих сил.

Представлена диаграмма распределения добавочных инерционных усилий для различных степеней вытяжки (рис. 3.9).

Как можно судить из приведенной диаграммы, инерционные усилия начинают играть существенную роль только при скоростях штамповки порядка сотен метров в секунду.

Согласно техническим характеристикам [23] скоростные характеристики рассматриваемых машин имеют следующие параметры:

1. Линия прокатки-сборки секций мачт электроопор:
частота вращения шпинделя обкатной головки – $5,66 \text{ с}^{-1}$ (54 об/мин);
скорость осевого перемещения блока роликов – 10 мм/с .

2. Обкатная машина с параллельными осями вращения:
частота вращения шпинделя – 800 об/мин;
частота вращения суппорта – 15 об/мин;
продолжительность обкатки – 7 с.

3. Обкатная машина для концов котельных труб:
скорость подачи суппора – 12 мм/с ;
содача суппорта за один оборот шпинделя – $1,5 \text{ мм/об}$;
продолжительность обкатки – 10 с.

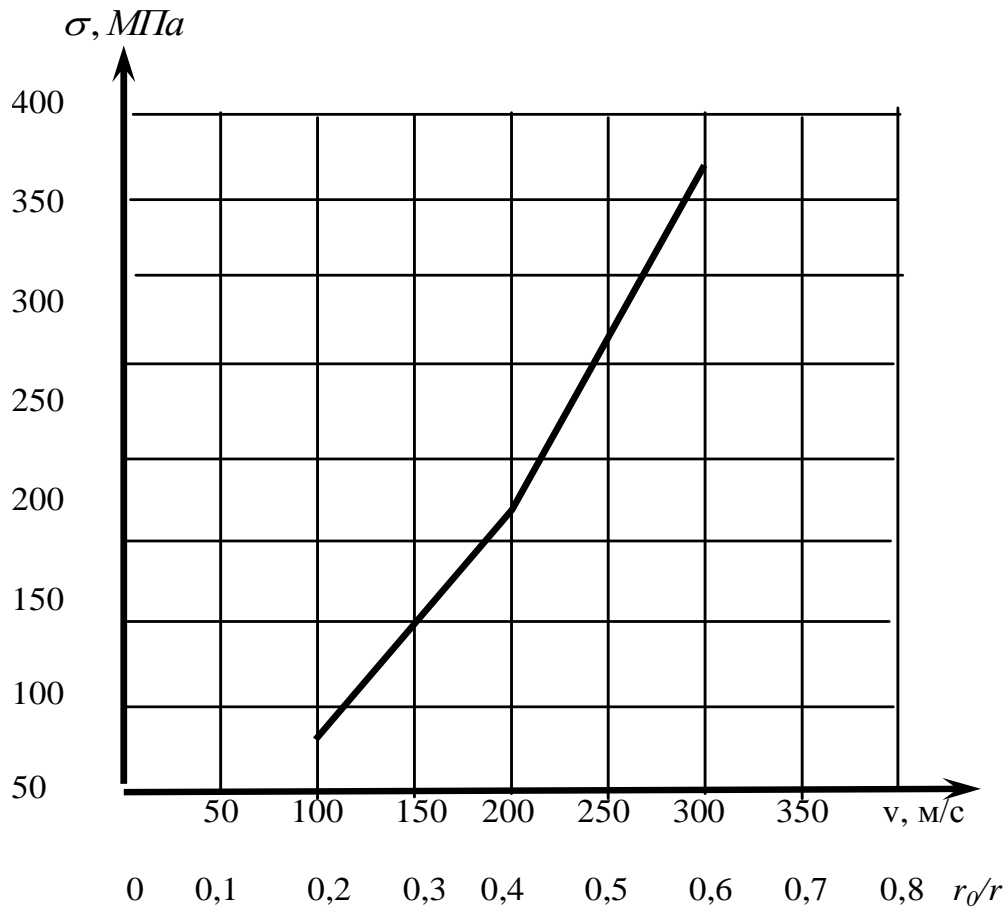


Рисунок 3.9 – Диаграмма напряжений стали от инерционных сил при волочении

Произведем вычисления и анализ второго слагаемого формулы (3.46) с учетом вышеприведенных литературных данных:

$$q_3 = \varphi \frac{R - r}{2t^2} \quad (3.49)$$

В формуле (3.49)

$$\varphi = \frac{\rho}{g},$$

где ρ – весовая удельная плотность материала (для стали $7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$);
 g – ускорение земного тяготения.

Тогда

$$q_3 = \frac{\rho}{g} \cdot \frac{R - r}{2t^2} \quad (3.50)$$

где в системе единиц СИ

$$\rho = 7,8 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}^3 . \quad (3.51)$$

Тогда

$$\varphi = 7,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}^3} \frac{\text{с}^2}{\text{м}} . \quad (3.52)$$

Принимая значения деформации $R - r = 5$ мм и минимального времени процесса деформации $t = 3$ с, произведем вычисление второго множителя формулы:

$$\frac{R - r}{2t^2} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3^2} \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2 . \quad (3.53)$$

Перемножив (3.51) на (3.53), получим

$$7,8 \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} \approx 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}^3 . \quad (3.54)$$

Для определения интенсивности силы q_3 разделим полученную в (3.54) величину на единичную площадь ($F = 1 \text{ мм}^2$).

Тогда

$$q_3 \approx 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ Н/мм}^2 .$$

Окончательно

$$q_3 \approx 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ МПа} . \quad (3.55)$$

Результат (3.55) показывает, что инерционная составляющая формулы (3.46) q_3 является величиной более высокого порядка малости по отношению к первому слагаемому формулы и поэтому ею можно пренебречь.

Это объясняется тем, что скорости современных способов горячей обкатки стали значительно ниже 100 м/с, что согласуется с приведенными выше литературными данными.

В рассмотренном случае скорость достигает всего 2,5 м/с.

Таким образом, окончательное выражение формулы интенсивности внешних сил, необходимых для увеличения диаметра трубчатых заготовок методом горячей обкатки имеет вид:

$$q = 2 \frac{h}{r} \sigma_T . \quad (3.56)$$

Выводы к разделу 3

В данном разделе выполнены оценки конструкций зубчатых механизмов с внешним и внутренним зацеплением с точки зрения влияния на массу и габариты на примере ручных талей и устройств для вальцовки труб.

Установлено, что планетарная передача с внутренним зацеплением обеспечивает необходимые прочностные характеристики при значительной компактности устройства, что способствует уменьшению его габаритов и массы. Таким образом, получая значительные передаточные отношения только с одной ступени планетарного редуктора, можно уменьшить количество его ступеней, что обеспечивает снижение его габаритов и веса в целом. Последнее особенно важно при создании различных мобильных приводов.

РАЗДЕЛ 4

ПЕРЕДАЧА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ОТНОСИТЕЛЬНО ПОДВИЖНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Передача вращательного движения с одного вала на другой в технике может осуществляться с помощью ременных, фрикционных, зубчатых, червячных, цепных передач и передач «винт – гайка».

Все перечисленные передачи имеют свои преимущества и свои недостатки.

Наибольшее техническое применение в настоящее время нашли зубчатые зацепления, в которых передача вращательного движения с одного вала на другой происходит в отличие от фрикционных передач не за счет сил трения, а в результате зацепления зубьев. Благодаря жесткому зацеплению преодолено ограничение по величине передаваемых крутящих моментов и угловых скоростей, характерное для фрикционных передач.

По форме профиля зуба передачи, вращательного движения различают: циклоидные, эвольвентные и круговые [2; 4].

Преимущественное распространение в настоящее время имеет эвольвентное зацепление, предложенное Эйлером в 1760 г., которое обладает целым рядом весьма существенных технологических и эксплуатационных преимуществ.

Круговое зацепление впервые предложено Новиковым в 1954 г. В зацеплении Новикова [2; 4] происходит касание двух цилиндрических поверхностей, что обеспечивает возможность повышения нагрузочной способности зубчатых передач.

Основными недостатками эвольвентных и круговых передач является жесткость зацепления, которая приводит к появлению в зацеплении относительного движения между поверхностями зацепления зубьев, что вызывает их абразивный износ, который является основным видом разрушения зубчатых передач [4].

Кроме того, область контакта на поверхности жестких зубчатых передач в процессе их работы постоянна, что вызывает усталостное выкрашивание от контактных напряжений.

Все перечисленные недостатки связаны с возникновением трения скольжения в контактных поверхностях жестких зубчатых передач, что вызывает их перегрев в контактных зонах и приводит в результате теплопроводности металлов к перегреву зубчатых передач в целом.

В настоящих исследованиях поставлена задача улучшить контактные условия зацепления за счет снижения его жесткости путем ввода в конструкцию колес, передающих вращательные движения, круговых (цилиндрических) элементов, имеющих относительную подвижность вокруг собственных осей.

На рисунках 4.1 и 4.2 показаны два случая зацепления одной передачи вращательного движения с относительно подвижными цилиндрическими поверхностями зацепления.

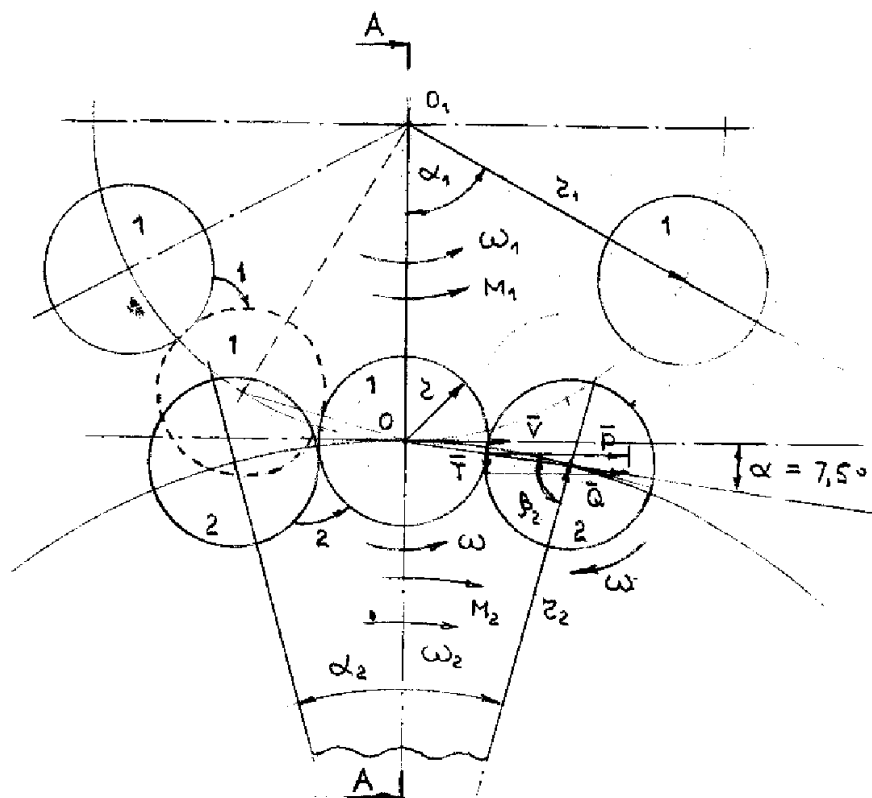


Рисунок 4.1 – Передача с относительно подвижными цилиндрическими поверхностями зацепления (в зацеплении один элемент первого колеса)

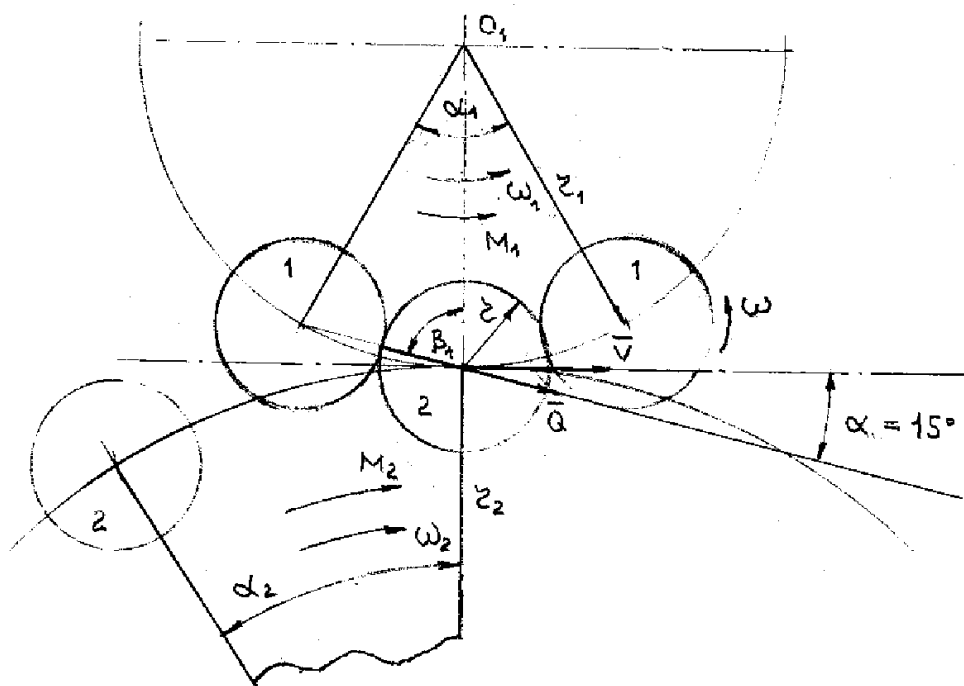


Рисунок 4.2 – Передача с относительно подвижными цилиндрическими поверхностями зацепления (в зацеплении два элемента первого колеса)

Цилиндрические элементы с номером один относятся к первому колесу меньшего диаметра (шестерне). Цилиндрические элементы с номером два относятся ко второму колесу большего диаметра.

Приняты следующие условные обозначения:

Линейные величины:

r_1, r_2 – радиусы делительных окружностей шестерни и колеса;

$d_1 = 2r_1$; $d_2 = 2r_2$ – диаметры делительных окружностей шестерни и колеса;

r – радиус цилиндрического элемента зацепления;

$d = 2r$ – диаметр цилиндрического элемента зацепления;

v – окружная скорость в зацеплении.

Угловые величины:

α_1 – угловые расстояния между осями относительно подвижных цилиндрических элементов зацепления шестерни;

α_2 – угловые расстояния между осями относительно подвижных цилиндрических элементов зацепления колеса;

β_1 – промежуточный расчетный угол (рис. 4.2);

β_2 – промежуточный расчетный угол (рис. 4.1);

α – угол зацепления;

ω_1 – угловая скорость шестерни;

ω_2 – угловая скорость колеса;

ω – угловая скорость относительно подвижного цилиндрического элемента зацепления вокруг собственной оси.

Силовые факторы:

M_1 – крутящий момент на валу шестерни;

M_2 – крутящий момент на валу колеса;

Q – суммарная сила в зацеплении;

P – окружная сила в зацеплении;

T – радиальная сила в зацеплении.

На рисунке 4.1 показан дуговыми стрелками переход относительно подвижных элементов зацепления шестерни и колеса из одной формы зацепления (рис. 4.1) во вторую (рис. 4.2).

Например, у передачи с передаточным отношением $i = 2$ поворот шестерни на угол $\alpha_1/2$ вызывает поворот колеса на угол $\alpha_2/2$.

Углы α_1 и α_2 являются угловыми расстояниями между соседними элементами зацепления шестерни и колеса согласно модулю передачи.

На рисунках 4.1 и 4.2 показан плавный переход от одной формы зацепления к другой без перекрытия, т. е. случай, когда перекрытие одного зацепления другим полностью отсутствует и вся сила, возникающая в зацеплении, приходится на одну пару цилиндрических элементов. Обычно такие зацепления называют однопарными.

На рисунках 4.3 и 4.4 представлен переход от одной формы зацепления к другой с передаточным отношением $i = 2$, т. е. таким же, как и у передачи, представленной на рисунках 4.1 и 4.2.

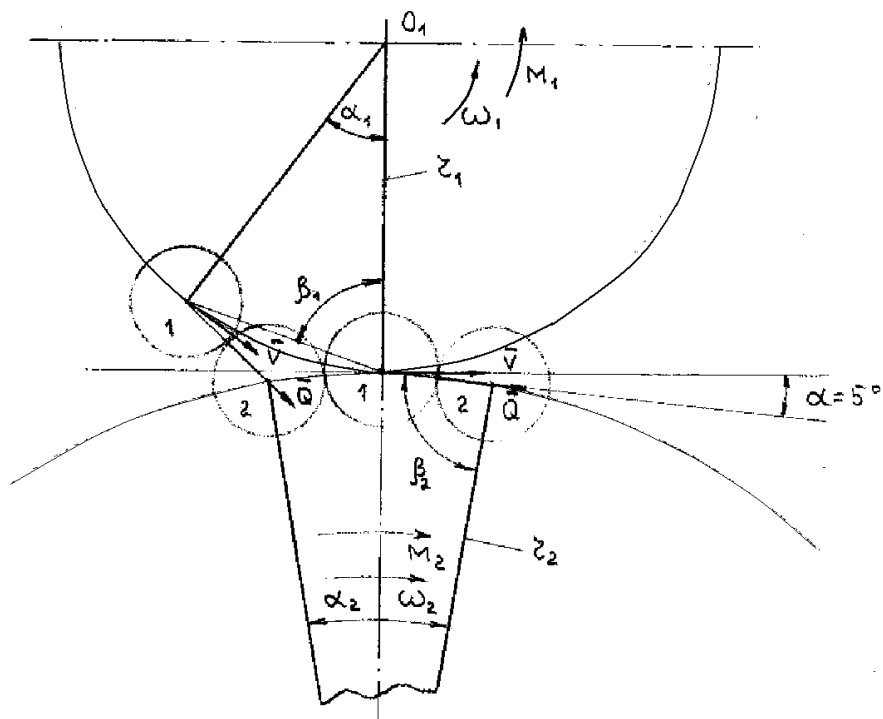


Рисунок 4.3 – Двупарная передача с относительно подвижными цилиндрическими поверхностями зацепления (положение 1)

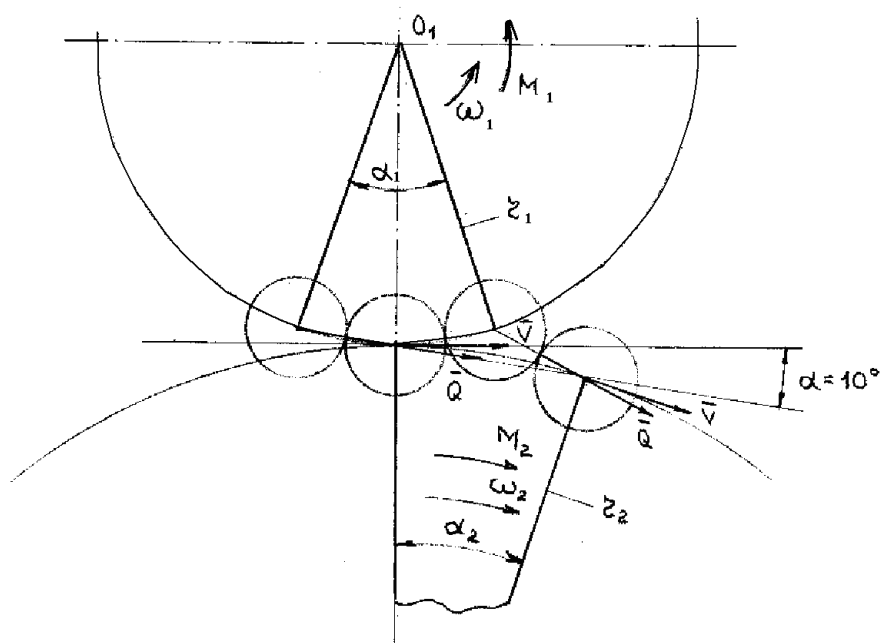


Рисунок 4.4 – Двупарная передача с относительно подвижными цилиндрическими поверхностями зацепления (положение 2)

В данном случае (рис. 4.3–4.4) в зацеплении принимают участие одновременно две пары цилиндрических тел. Таким образом, коэффициент перекрытия удваивается по сравнению с передачей большего модуля (рис. 4.1, 4.2). Такие передачи обычно называют двупарными.

Указанное обстоятельство значительно снижает усилие, возникающее в элементах зацепления.

4.1 Геометрические и кинематические параметры вращательного движения с относительно подвижными цилиндрическими телами и передач жесткого зацепления

Известно, что зацепление колес характеризуется следующими параметрами [2; 4]:

z_1, z_2 – число зубьев шестерни и колеса. В рассматриваемом исследовании жесткие зубья заменены относительно подвижными цилиндрическими телами;

i – передаточное отношение, которое определяется отношениями:

$$i = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{n_1}{n_2}; \quad (4.1)$$

где n_1 – число оборотов шестерни (об/мин);

n_2 – число оборотов колеса (об/мин);

$$m = \frac{t}{\pi}, \quad (4.2)$$

где m – модуль передачи,

t – шаг по основной делительной окружности эвольвентного зацепления.

В рассматриваемом исследовании элементы зацепления не нарезаются на специальных станках специальным инструментом.

В данном случае делительными окружностями являются окружности, на которых расположены центры относительного вращения подвижных цилиндрических элементов шестерни и колеса.

Значения модулей эвольвентных передач стандартизованы в диапазоне от 0,05 до 100 мм.

Наиболее употребительным диапазоном согласно ГОСТ является предпочтительный диапазон первого ряда:

$$1-1,25-1,5-2-2,5-3-4-5-6-8-10-12-16-20-25-32-40. \quad (4.3)$$

Согласно литературным данным, например [4], уменьшение модуля эвольвентных передач снижает прочность зуба на изгиб.

Однако при определенных минимально допустимых величинах модуля из условий прочности получаются зацепления с очень мелкими зубьями, применение которых практически ограничено.

Поэтому обычно величину модуля для жестких эвольвентных передач выбирают, ориентируясь на рекомендации, выработанные практикой и затем проверяют на изгиб.

Выбор величины зуба жестких эвольвентных передач и величины диаметра цилиндра с относительно подвижными элементами зацепления лучше выбирать с точки зрения оптимального значения модуля.

Так, известно [4], что мелко модульные эвольвентные колеса с большим числом зубьев предпочтительны по условиям плавности хода передачи и по экономическим соображениям. При малых модулях уменьшаются потери на трение скольжения, сокращается расход материала и экономится станочное время.

Однако при мелком модуле повышаются требования к точности и жесткости эвольвентных передач, так как увеличивается возможность поломки зубьев вследствие концентрации нагрузки, в особенности – при перегрузках.

Крупномодульные эвольвентные колеса с большим объемом зубьев дольше противостоят износу, могут работать длительное время после начала выкрашивания.

При постоянных диаметрах колес с жесткими зубчатыми зацеплениями, а также относительно подвижными цилиндрическими зацеплениями можно изменять количество элементов зацепления z , сохраняя равенство:

$$mz = const, \quad (4.4)$$

где m – модуль передачи,

z – количество элементов зацепления.

В эвольвентных передачах с жестким зацеплением z обозначает количество зубьев зубчатых колес.

Рассмотрим геометрические особенности относительно подвижных цилиндрических зацеплений согласно схемам, представленным на рис 4.1, 4.2.

$$t = \eta \alpha_1, \quad (4.5)$$

где t – шаг по делительной окружности;

$\eta = 50$ мм;

$\alpha_1 = 60^\circ = 1,047$ рад.

Тогда согласно (4.5)

$$t = 52,36 \text{ мм.} \quad (4.6)$$

Модуль зацепления определяется формулой

$$m = \frac{t}{\pi}, \quad (4.7)$$

где $\pi = 3,14$.

После вычислений согласно (4.7) получим

$$m = 16,68 \text{ мм.} \quad (4.8)$$

Согласно схемам на рис 4.1, 4.2

$$2d = t; \quad d = \frac{t}{2}, \quad (4.9)$$

где d – диаметр относительно подвижных цилиндров.
В соответствии с (4.6) и (4.9) после вычислений

$$d = 26,18 \text{ мм.} \quad (4.10)$$

Углы зацепления по первой и второй их формам определяются через указанные на схемах рис. 4.1, 4.2 углы :

$$\beta_2 = \frac{180^0 - \alpha_2^{\circ}}{2} = 90^0 - \frac{\alpha_2^{\circ}}{4},$$

откуда угол зацепления α равен

$$\alpha = 90^{\circ} - \beta_2.$$

Окончательно

$$\alpha = \frac{\alpha_2^{\circ}}{4} = \frac{\alpha_1^{\circ}}{8}. \quad (4.11)$$

В данном расчетном варианте для первой формы зацепления

$$\alpha = 7,5^{\circ}, \quad (4.12)$$

$$\beta_1 = \frac{180^0 - \alpha_1^{\circ}}{2} = 90^0 - \frac{\alpha_1^{\circ}}{4}.$$

Откуда угол зацепления равен

$$\alpha = \frac{\alpha_1^{\circ}}{4} = \frac{\alpha_2^{\circ}}{2}. \quad (4.13)$$

В рассматриваемом случае для второй формы зацепления

$$\alpha = 15^{\circ}. \quad (4.14)$$

Рассмотрим геометрические особенности относительно подвижных цилиндрических зацеплений согласно схемам, представленным на рис 4.3, 4.4.

$$t = \eta \alpha_1,$$

где $\eta = 50$ мм; $\alpha_1 = 40^\circ = 0,6981$ рад.

Тогда $t = 34,90$ мм и модуль передачи согласно (4.7) равен

$$m = 11,11 \text{ мм.} \quad (4.15)$$

Учитывая формулу (4.9), диаметр относительно подвижных цилиндров зацепления имеет следующее числовое значение:

$$d = 17,45 \text{ мм.} \quad (4.16)$$

$$\beta_2 = \frac{180^\circ - \frac{\alpha_2^\circ}{2}}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha_2^\circ}{4},$$

откуда угол зацепления равен

$$\alpha = \frac{\alpha_2^\circ}{4} = \frac{\alpha_1^\circ}{8}. \quad (4.17)$$

Полученная формула (4.17) совпадает с аналогичной формулой (4.11), несмотря на различные модули рассматриваемых передач.

В связи с этим результаты, полученные в формулах (4.11) и (4.17), можно считать общей формулой для определения углов зацепления в передачах с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления в первой фазе.

В рассматриваемом случае первой фазы зацепления угол зацепления равен

$$\alpha = 5^\circ, \quad (4.18)$$

$$\beta_1 = \frac{180^\circ - \frac{\alpha_1^\circ}{2}}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha_1^\circ}{4},$$

откуда угол зацепления во второй фазе зацепления равен

$$\alpha = \frac{\alpha_1^\circ}{4} = \frac{\alpha_2^\circ}{2}. \quad (4.19)$$

В рассматриваемом случае во второй фазе:

$$\alpha = 10^\circ. \quad (4.20)$$

Полученная формула (4.19) совпадает с аналогичной формулой (4.13), несмотря на различные модули рассматриваемых передач.

В связи с этим результаты, полученные в формулах (4.13) и (4.19), можно считать общей формулой для определения углов зацепления в передачах с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления. Во второй фазе зацепления, например [4], имеет место в точке контакта как качение, так и скольжение относительно зубьев шестерни и колеса. Скорость скольжения как относительную можно определить, например, используя известное правило классической механики, называемое методом инверсий или способом Виллиса [34], основанным на применении теории сложения вращений твердого тела вокруг параллельных осей.

Указанный способ широко используется в классической механике при рассмотрении относительных вращений тел сложных планетарных механизмов. Для этого необходимо сообщить механической системе «шестерня – колесо» угловую скорость равную или ω_1 или ω_2 с обратным знаком.

При этом в случае выбора ω_1 шестерня остановится, а колесо будет поворачиваться вокруг полюса зацепления как мгновенного центра скоростей с угловой скоростью, равной

$$\omega_1 + \omega_2. \quad (4.21)$$

Тогда согласно (4.21) скорость относительного движения (скольжения) будет выражаться формулой

$$v_c = a(\omega_1 + \omega_2), \quad (4.22)$$

где v_c – скорость относительного скольжения зубьев жесткой эвольвентной передачи;

a – расстояние от точки зацепления до мгновенного центра скоростей.

Таким образом, в жестких эвольвентных передачах скорость скольжения пропорциональна расстоянию от точки зацепления до мгновенного центра скоростей. Необходимо заметить, что в эвольвентных передачах указанное расстояние не является постоянным по времени зацепления вследствие различной кривизны эвольвент шестерни и колеса.

Основным смыслом передач с относительно подвижными круговыми (цилиндрическими) поверхностями зацепления является исключение относительного скольжения непосредственно в зонах зацепления, что должно устранить повышенный износ элементов зацепления и уменьшить энергетические потери в виде преобразования работы сил трения скольжения в нагревание элементов зацепления и передач вращательного движения в результате теплопроводности металлов в целом.

В рассматриваемом случае относительная скорость скольжения преобразуется в окружную скорость вращения относительно подвижных цилиндров вращения.

В данном случае формула (4.22) приобретает следующий вид:

$$v_r = r(\omega_1 + \omega_2), \quad (4.23)$$

где v_r – окружная относительная скорость цилиндров зацепления;

r – радиус цилиндров зацепления;

ω_1 – угловая скорость первого колеса (шестерни);

ω_2 – угловая скорость второго колеса;

$$v_r = \omega \cdot r, \quad (4.24)$$

где ω – угловая скорость относительного вращения цилиндрических элементов зацепления.

С учетом выражений (4.23) и (4.24) угловая скорость относительного вращения цилиндрических элементов зацепления получает следующее выражение:

$$\omega = \omega_1 + \omega_2. \quad (4.25)$$

4.2 Статические и динамические параметры вращательного движения передач с относительно подвижными цилиндрическими телами и передач эвольвентного зацепления

Силы, действующие в зацеплении зубчатых передач, принято прикладывать в полюсе зацепления [4], при этом суммарная сила раскладывается на окружную силу \bar{P} , радиальную \bar{T} и осевую \bar{S} (трение не учитывается). Векторная форма полученного уравнения приобретает следующий вид:

$$\bar{Q} = \bar{P} + \bar{T} + \bar{S}. \quad (4.26)$$

Для прямозубых цилиндрических передач осевая сила \bar{S} отсутствует. Поэтому векторное уравнение (4.26) принимает вид:

$$\bar{Q} = \bar{P} + \bar{T}. \quad (4.27)$$

Такое разложение (рис. 4.1) удобно при расчетах передач вращательного движения. По заданным величинам (4.27) определяют

$$P = \frac{2M_1}{d_1}, \quad (4.28)$$

где M_1 – крутящий момент на валу первого колеса (шестерни);

d_1 – диаметр по делительной окружности шестерни.

Через формулу (4.28) выражаются также все составляющие:

$$T = P \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (4.29)$$

где α – угол зацепления.

Суммарная сила в зацеплении

$$Q = \frac{P}{\cos \alpha}. \quad (4.30)$$

Подставив значение формулы (4.28) в формулу (4.2), окончательно получим:

$$T = \frac{2M_1}{d_1} \operatorname{tg} \alpha. \quad (4.31)$$

Увеличение силы, определяемой формулой (4.31), отрицательно сказывается на эффективности работы как эвольвентных зубчатых зацеплений, так и передач с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления.

Указанная сила способствует нагружению и прогибу валов и вызывает перекося зубчатых колес, а также создает дополнительные нагрузки на опоры валов.

Отрицательное влияние этой силы усугубляется еще и тем, что она имеет переменный характер в результате изменения угла зацепления α в зависимости от фаз зацепления в передачах разного модуля.

Кроме того, увеличение модуля передач вращательного движения приводит к увеличению углов зацепления как в первой фазе зацепления, так и во второй.

Угловые скорости колес передач вращательного движения вызывают колебательные изменения угла зацепления, что согласно формуле (4.31) указывает на динамический характер радиальной силы.

Для количественного анализа формулы (4.31) предположим, например, что мощность приводного двигателя $N_1 = 4,5$ кВт с техническим числом оборотов $n_1 = 960$ об/мин.

При определении приводного момента M_1 воспользуемся, например, зависимостью литературного источника [35], согласно которому

$$N_1 = M_1 \cdot \omega_1, \quad (4.32)$$

откуда

$$M_1 = \frac{N_1}{\omega_1}. \quad (4.33)$$

Согласно международной системе единиц измерения СИ $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$, тогда

$$\omega_1 = \frac{\pi}{30} n_1 = 0,1 \cdot 960 = 96 \text{ с}^{-1}, \quad (4.35)$$

получим

$$M_1 = \frac{4,5 \cdot 1000}{96} = 46,88 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (4.36)$$

Углы зацепления для передач с относительно подвижными цилиндрическими элементами приняты согласно полученным результатам, указанным на схемах (рис. 4.1, 4.2, 4.3, 4.4), а для эвольвентных передач при расчетах на прочность угол зацепления α принят равным 20° [4].

Определим силу радиального действия согласно формуле (4.31) при указанных ниже углах зацепления.

1. $\alpha = 5^\circ \dots 10^\circ$ (рис. 4.1, 4.2):

$$T = \frac{2 \cdot 46,8}{0,1} \text{tg } 5^\circ = 937,6 \cdot 0,0875 = 82,04 \text{ Н};$$

$$T = \frac{2 \cdot 46,8}{0,1} \text{tg } 10^\circ = 937,6 \cdot 0,1763 = 165,30 \text{ Н},$$

среднее значение

$$T_{\text{cp}} = 123,67 \text{ Н}. \quad (4.37)$$

2. $\alpha = 7,5^\circ \dots 15^\circ$ (рис. 4.3, 4.4):

$$T = \frac{2 \cdot 46,8}{0,1} \text{tg } 7,5^\circ = 937,6 \cdot 0,1317 = 123,48 \text{ Н};$$

$$T = \frac{2 \cdot 46,8}{0,1} \text{tg } 15^\circ = 937,6 \cdot 0,2679 = 251,18 \text{ Н},$$

среднее значение

$$T_{\text{cp}} = 187,33 \text{ Н}. \quad (4.38)$$

3. $\alpha = 20^\circ$:

$$T = \frac{2 \cdot 46,8}{0,1} \text{tg } 20^\circ = 937,6 \cdot 0,0875 \text{ Н};$$

$$T_{\text{cp}} = 341,29 \text{ Н}. \quad (4.39)$$

Как видно из полученных результатов вычислений (4.37), (4.38) и (4.39), переход от первого результата (4.37) ко второму (4.38) увеличивает радиальную силу в 1,5 раза. Переход от второго результата (4.38) к третьему (4.39) – в 1,8 раза, а переход от результата (4.37) к (4.39) – в 2,76 раза.

Таким образом, увеличение модуля передач всех типов приводит к увеличению угла зацепления и к снижению эффективности их работы.

Согласно формуле (4.13)

$$\alpha = \frac{\alpha_1^\circ}{4},$$

откуда

$$\alpha_1^\circ = 4\alpha.$$

При $\alpha = 20^\circ$, $\alpha_1^\circ = 80^\circ = 1,396$ рад.

В этом случае шаг передачи

$$t = r_1 \cdot d_1,$$

т. е. $t = 50 \cdot 1,396 = 69,81$ мм,

что соответствует модулю передачи

$$m = \frac{69,81}{3,14} \text{ или } m = 22,23 \text{ мм} \quad (4.40)$$

и диаметру цилиндрического элемента, согласно формуле (4.9)

$$d = \frac{t}{2} = \frac{69,81}{2} \text{ или } d = 34,90 \text{ мм.} \quad (4.41)$$

Представим все полученные модули и диаметры относительно подвижных цилиндрических элементов в порядке их возрастания:

- 1) из формулы (4.15): $m = 11,11$ мм,
из формулы (4.16): $d = 17,45$ мм;
- 2) из формулы (4.8): $m = 16,68$ мм,
из формулы (4.10): $d = 26,18$ мм;
- 3) из формулы (4.40): $m = 22,23$ мм,
из формулы (4.41): $d = 34,90$ мм.

В основе модульного ряда чисел эвольвентных зубчатых передач содержатся целые числа.

Для передач с относительно подвижными цилиндрическими элементами необходимость разработки модульного ряда отпадает.

Модульные числа таких передач могут быть получены при их проектировании в частных случаях.

Например, (4.15), (4.8), и (4.40) все модульные числа имеют два знака после запятой. Количество знаков после запятой определяется точностью передачи.

Это связано с тем, что эвольвентные зубчатые передачи при нарезании зубьев привязаны к специальному инструменту, который может нарезать зубья только одного модуля.

Передачи вращательного движения с относительно подвижными цилиндрическими элементами исключают необходимость в специальном оборудовании (зубонарезные станки) и специальном инструменте (зубонарезные фрезы).

Рассматриваемые передачи могут быть изготовлены токарными и слесарными методами с использованием литья или обработки давлением для изготовления элементов с последующей сборкой.

Для определения потерь в жестких зацеплениях от сил трения скольжения сделаем предположение, что относительно подвижные цилиндрические элементы являются жестко закрепленными, подобно тому, как в круговых (цилиндрических) зацеплениях Новикова.

В этом случае выражение потерь на трение скольжения мощности имеет вид:

$$N_n = f Q v_c, \quad (4.42)$$

где N_n – потерянная мощность от действия сил трения скольжения;

f – коэффициент трения скольжения;

Q – сила давления в элементах зацепления;

v_c – скорость скольжения согласно описанию к формуле (4.22).

Согласно формуле (4.30)

$$Q = \frac{P}{\cos\alpha}, \quad (4.43)$$

$$v_c = \frac{d}{2}(\omega_1 + \omega_2), \quad (4.44)$$

где d – диаметр цилиндрических элементов.

Введя выражения (4.43) и (4.44) в уравнение (4.42), получим

$$N_n = f \frac{P}{\cos\alpha} \frac{d}{2}(\omega_1 + \omega_2), \quad (4.45)$$

где P согласно (4.28) равно

$$P_1 = \frac{2M_1}{d_1}. \quad (4.46)$$

Изменим (4.45), учитывая (4.46). Тогда потерянная мощность принимает окончательное выражение:

$$N_n = f \frac{M_1 d}{d_1 \cos \alpha} (\omega_1 + \omega_2). \quad (4.47)$$

Для числового анализа формулы (4.47) использованы данные, которые ранее использовались при определении значений радиальной силы.

Коэффициент сухого трения стали по стали принят согласно рекомендациям [4] равным 0,2.

$$\begin{aligned} M_1 &= 46,88 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ d_1 &= 0,1 \text{ мм}, \\ d &= 17,45 \text{ мм}, \\ &26,28 \text{ мм}, \\ &34,90 \text{ мм}. \\ \alpha &= 5^\circ; 10^\circ; 7,5^\circ; 15^\circ; 20^\circ, \\ \omega_1 &= 2 \omega_2 = 96 \text{ с}^{-1}. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Ниже приведены результаты вычислений согласно формуле (4.47) и техническим параметрам (4.48):

$$\begin{aligned} &d = 17,45 \text{ мм}, m = 11,11 \text{ мм}: \\ 1) \alpha &= 5^\circ; N_n = 0,2 \frac{46,88 \cdot 0,0175}{0,1 \cdot 0,9962} \cdot 144 = 237,18 \text{ Вт}; \\ 2) \alpha &= 10^\circ; N_n = 0,2 \frac{46,88 \cdot 0,0175}{0,1 \cdot 0,9848} \cdot 144 = 239,92 \text{ Вт}; \\ &d = 26,18 \text{ мм}, m = 16,68 \text{ мм}: \\ 1) \alpha &= 7,5^\circ; N_n = 0,2 \frac{46,88 \cdot 0,0262}{0,1 \cdot 0,9914} \cdot 144 = 256,81 \text{ Вт}; \\ 2) \alpha &= 15^\circ; N_n = 0,2 \frac{46,88 \cdot 0,0262}{0,1 \cdot 0,9659} \cdot 144 = 366,23 \text{ Вт}; \\ &d = 34,90 \text{ мм}, m = 22,23 \text{ мм}: \\ 1) \alpha &= 10^\circ; N_n = 0,2 \frac{46,88 \cdot 0,0349}{0,1 \cdot 0,9848} \cdot 144 = 478,47 \text{ Вт}; \\ 2) \alpha &= 20^\circ; N_n = 0,2 \frac{46,88 \cdot 0,0349}{0,1 \cdot 0,9397} \cdot 144 = 366,23 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Согласно полученным результатам вычислений (4.49), потери мощности в жестких зацеплениях при сухом трении выражены в процентном отношении в порядке шести последовательных вычислений с увеличением модуля и углов зацепления передач:

$$N_n(\%) = 5,27 - 5,33 - 7,93 - 8,14 - 10,63 - 11,14. \quad (4.50)$$

Полученные результаты (4.50) свидетельствуют о значительных потерях энергии при сухом трении при жестком зацеплении зубчатых колес.

Известно [2; 4], что главную часть потерь составляют потери в зацеплении, что приводит к перегреву зубчатых колес и значительному снижению коэффициента полезного действия.

Применение другого вида трения обеспечивает изменение коэффициента трения, например от 0,2 при сухом трении до 0,1 при полужидкостном [4].

При пересчете потерь мощности по данным (4.49) и (4.50) принят средний коэффициент полужидкостного трения 0,08.

Ниже приведены результаты вычислений:

$$d = 17,45 \text{ мм}, m = 11,11 \text{ мм}: \quad (4.51)$$

$$1) \alpha = 5^\circ; N_n = 94,87 \text{ Вт};$$

$$2) \alpha = 10^\circ; N_n = 94,87 \text{ Вт};$$

$$d = 26,18 \text{ мм}, m = 16,68 \text{ мм}:$$

$$1) \alpha = 7,5^\circ; N_n = 142,72 \text{ Вт};$$

$$2) \alpha = 15^\circ; N_n = 146,49 \text{ Вт};$$

$$d = 34,90 \text{ мм}, m = 22,23 \text{ мм}:$$

$$1) \alpha = 10^\circ; N_n = 191,39 \text{ Вт};$$

$$2) \alpha = 20^\circ; N_n = 200,46 \text{ Вт};$$

$$N_n(\%) = 2,12 - 2,13 - 3,17 - 3,26 - 4,25 - 4,46. \quad (4.52)$$

При жидкостном трении величина коэффициента трения располагается в пределах 0,001...0,005 и может быть меньше коэффициента трения качения [4].

В пересчете на потери мощности при жидкостном трении получен следующий ряд чисел:

$$N_n(\%) = 0,11 - 0,11 - 0,16 - 0,16 - 0,21 - 0,22. \quad (4.53)$$

Усредненные результаты согласно (4.50), (4.52) и (4.53) в зависимости от коэффициентов трения соответствуют:

сухое трение – 8,07 %;

полужидкостное трение – 3,20 %;

жидкое трение – 0,16 %.

Сравнительный теоретический анализ с привлечением численных методов исследования передач вращательного движения с качественными исследованиями передач жесткого зацепления по общим влияниям различных сил совпадает. Различия заключаются только в количественном влиянии сил, имеющих непосредственное отношение к эффективности работы передач с энергетической точки зрения.

Именно энергетические потери, оцениваемые мощностью, дают возможность определить коэффициент полезного действия передач, а также и эффективность их работы в целом.

Согласно численным аналитическим методам, опираясь на полученные результаты (4.49), средний угол зацепления в передачах с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления $\alpha = 11,25^\circ$.

Угол зацепления, рекомендованный литературными источниками для расчета эвольвентных зубчатых передач, принимается со значением $\alpha = 20^\circ$.

Величины радиальных сил последовательно в первом и во втором случаях имеют значения

$$T = \frac{2 \cdot 46,88}{0,1} \operatorname{tg} 11,25^\circ = 194,18 \text{ Н} , \quad (4.55)$$

$$T = \frac{2 \cdot 46,88}{0,1} \operatorname{tg} 20^\circ = 341,29 \text{ Н} , \quad (4.56)$$

$$T(56) - T(55) = 147,11 \text{ Н} . \quad (4.57)$$

Сравнительные потери мощности передач с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления и передач с эвольвентными зубчатыми зацеплениями при полужидком трении:

$$\alpha = 11,25^\circ, N_n = 144,61 \text{ Вт}, N_n(\%) = 3,22 \% ; \quad (4.58)$$

$$\alpha = 20^\circ, N_n = 200,46 \text{ Вт}, N_n(\%) = 4,46 \% ; \quad (4.59)$$

$$N_n(59) - N_n(58) = 55,85 \text{ Вт}; \quad (4.60)$$

$$N_n(\%)(59) - N_n(\%)(58) = 1,24 \% . \quad (4.61)$$

4.3 Конструктивные особенности передач с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления и рекомендации по их расчетам на прочность

На рис. 4.5 показано сечение А–А передачи вращательного движения с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления согласно схеме, представленной на рис. 4.1.

Передача состоит из следующих элементов:

- колесо 1 (шестерня);
- колесо 2.

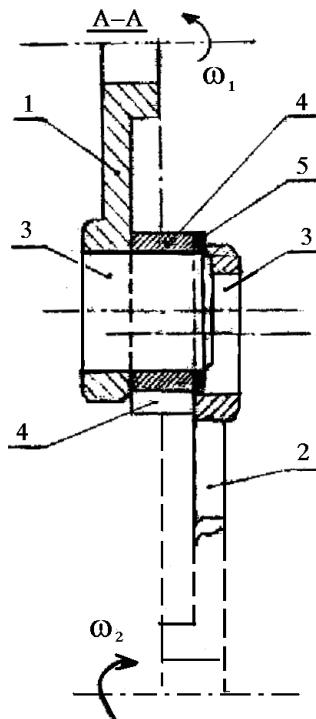


Рисунок 4.5 – Схема передачи вращательного движения с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления

В состав шестерни 1 и колеса 2 входят следующие элементы:

- оси шестерни и колеса 3;

- тонкие кольца 4;

- тонкие гайки 5, удерживающие тонкие кольца шестерни и колеса от случайных осевых перемещений.

Тонкие кольца 4 шестерни 1 и колеса 2 одеваются на соответствующие оси по скользящей посадке. Крепление осей шестерни и колеса может осуществляться с помощью резьбовых соединений или с помощью посадок с натягом.

Во время зацепления (рис. 4.1, рис. 4.5) подвижные кольца 3 шестерни и колеса проворачиваются, приобретая взаимопротивоположные угловые скорости, что предохраняет от повышенного нагрева и износа элементов зацепления.

На рис. 4.6 показана аналогичная передача вращательного движения с относительно подвижными элементами зацепления, отличающаяся от сечения AA (рис. 4.1) только тем, что в качестве относительно подвижных элементов вместо тонких колец 4 (рис. 4.1), устанавливаются подшипники качения 4.

Геометрические и конструктивные особенности передач с относительно подвижными элементами зацепления могут быть представлены значительным разнообразием конструктивных решений.

Так, например, на схемах (рис. 4.7–4.8) показаны различные конструкции колес во взаимодействии с шестерней 1, не имеющей относительно подвижных элементов зацепления, в отличие от колес, которые

имеют относительно подвижные элементы зацепления в виде тонких колец 4, установленных на оси 3 по скользящей посадке или подшипников качения согласно рис. 4.6.

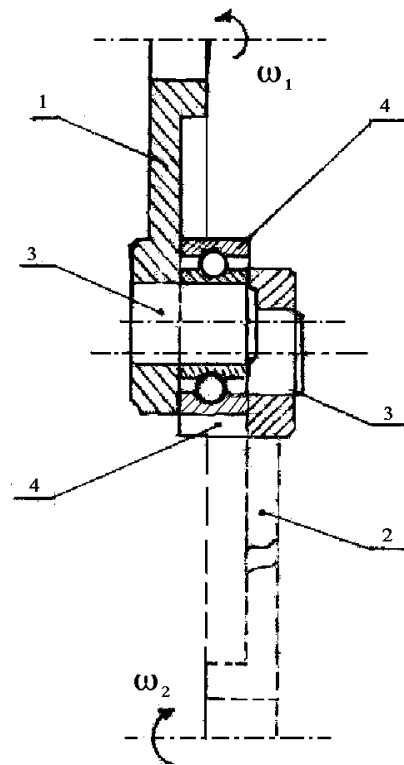


Рисунок 4.6 – Передача с подшипниками, выступающими элементами зацепления

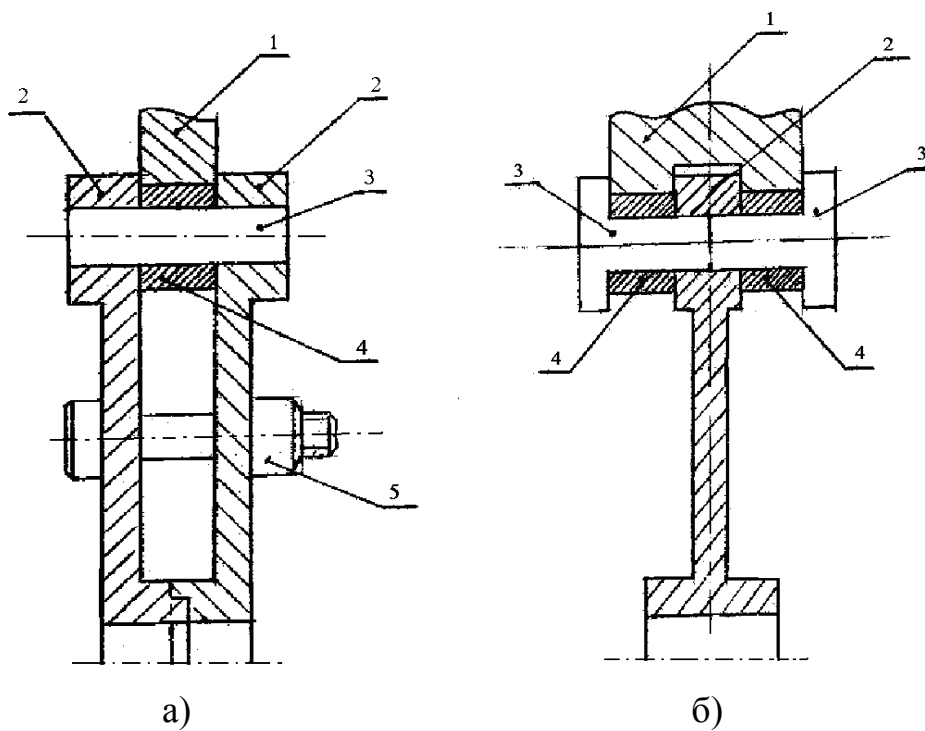


Рисунок 4.7 – Схемы усиленных передач

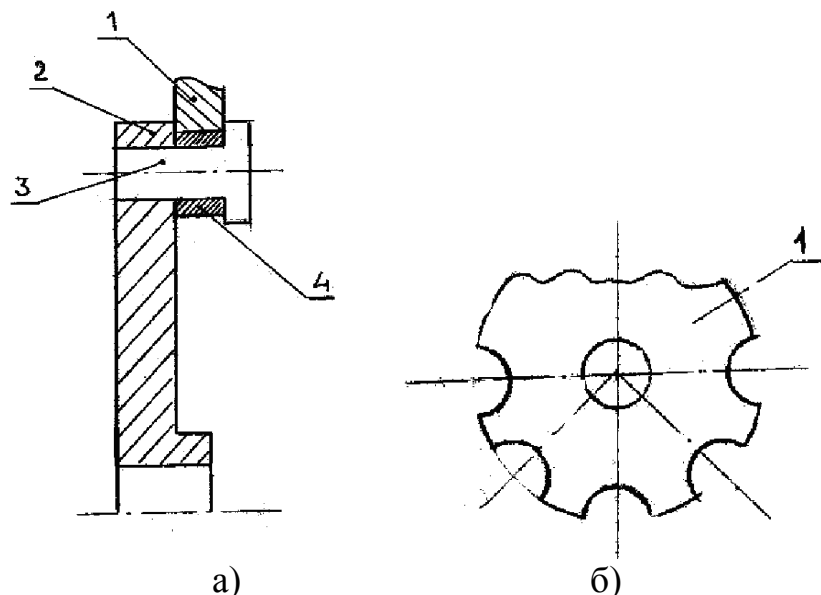


Рисунок 4.8 – Передача с относительно подвижными элементами, расположенными только на одном из колес

Известно, что эвольвентные зубчатые передачи рассчитываются, в основном, на изгиб у основания зубьев и на контактную прочность поверхности зубьев в момент их зацепления.

Передачи с относительно подвижными цилиндрическими зацеплениями необходимо рассчитывать на изгиб осей, принимая их, в зависимости от конструктивного оформления шестерни и колеса, как цилиндрические стержни с жесткой консольной заделкой либо как цилиндрический стержень с жесткой заделкой на концах.

В случае консольного защемления, когда условия прочности на изгиб превысят предел прочности, можно предложить, не увеличивая диаметр оси, а следовательно, и диаметр всего зацепления, установить дополнительные опорные оси 5 с тонкими скользящими кольцами 6, которые не принимают непосредственного участия в зацеплении (рис. 4.9).

Переходя к расчету относительно подвижных цилиндрических зацеплений на контактную прочность, необходимо отметить, что теория расчетов полностью согласуется с теорией контактных напряжений Г. Герца (1881 г.) [36], в отличие от подобных расчетов эвольвентных передач с введением поправок на различную кривизну элементов зацепления.

Величина контактных напряжений, вычисляемая по формуле Г. Герца, получена, исходя из рассмотрения сжатия двух цилиндров с параллельными осями.

До приложения удельной нагрузки цилиндры соприкасались по линии. Под нагрузкой линейный контакт переходит в контакт по узкой площадке. При этом точки максимальных нормальных напряжений располагаются на продольной оси симметрии контактной площадки.

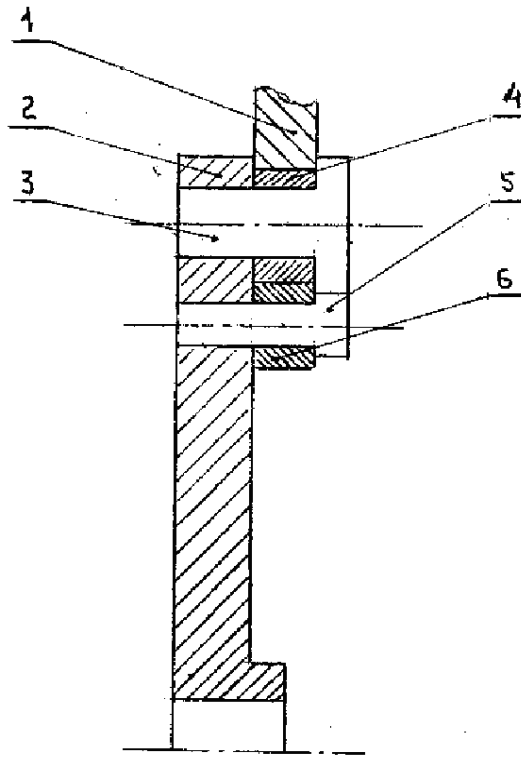


Рисунок 4.9 – Передача с дополнительными подшипрами

Формула Герца принимает следующий вид:

$$\sigma_k = 0,418 \sqrt{\frac{qE_{np}}{\rho_{np}}}, \quad (4.62)$$

где σ_k – максимальные контактные напряжения;

q – удельная нагрузка;

E_{np} – приведенный модуль упругости ;

ρ_{np} – приведенный радиус кривизны.

$$E_{np} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}, \quad (4.63)$$

где E_1, E_2 – модули упругости цилиндров. Для случая, если цилиндры изготовлены из одного материала

$$E_1 = E_2 = E, \quad E_{np} = E; \quad (4.64)$$

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}, \quad (4.65)$$

где r_1, r_2 – радиусы цилиндров.

В случае, когда $r_1 = r_2 = r$, формула (4.65) получает вид

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{2}{r}; \quad (4.66)$$

Используя понятие кривизны, формула (4.6) получает вид:

$$K_{np} = 2K; \quad (4.67)$$

$$q = \frac{Q}{h}, \quad (4.68)$$

где h – ширина тонкого кольца;

Q – суммарная сила в зацеплении, которая, согласно формуле (4.30), имеет значение

$$Q = \frac{P}{\cos\alpha}. \quad (4.69)$$

С учетом (4.69) формула (4.68) приобретает значение

$$q = \frac{P}{h \cos\alpha}, \quad (4.70)$$

где P согласно (4.46) имеет значение

$$P = \frac{2M_1}{d_1}. \quad (4.71)$$

Тогда

$$q = \frac{2M_1}{h \cdot d_1 \cdot \cos\alpha}. \quad (4.72)$$

Согласно полученным результатам (4.64), (4.67) и (4.72) формула (4.62) для расчета на контактную прочность передач с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления получает окончательный вид:

$$\sigma_k = 0,836 \sqrt{\frac{M_1 \cdot K \cdot E}{h \cdot d_1 \cdot \cos\alpha}}. \quad (4.73)$$

Выводы к разделу 4

1. Получены аналитические зависимости для передач вращательного движения с относительно подвижными цилиндрическими элементами зацепления:

- определены углы зацепления по двум его фазам;
- получена формула определения радиальной силы и количественное отрицательное влияние на работу передач в целом;
- найдена формула для определения модулей и диаметров цилиндрических элементов зацепления;
- вычислена зависимость потерянной мощности в зацеплении при различных коэффициентах трения: сухое, полужидкостное, жидкостное;
- выведена формула для определения контактных напряжений в элементах зацепления.

2. Разработаны рекомендации по конструированию передач с относительным движением элементов зацепления, подтвержденные соответствующими патентами.

3. Реализация и изготовление рассматриваемых передач не требует специального оборудования (зубонарезных станков) и специального инструмента.

4. Передачи с элементами относительного движения более экономичны по затратам металла, по сравнению с зубчатыми эвольвентными передачами, которые выполнены из цельной заготовки с последующей фрезерной обработкой.

РАЗДЕЛ 5

МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ

Выбор параметров зубчатых передач обычно осуществляется на основе статического расчета [40; 49], методика которого хорошо известна, однако широко распространенные методы определения расчетных нагрузок могут привести к результатам, далеким от реальных, так как в качестве исходных данных используются технологические нагрузки, полученные из использования методик сопротивления материалов, теорий упругости и пластичности, а динамические нагрузки, возникающие в процессе работы передачи, максимальные значения которых могут превышать статические в полтора-два раза [41], учитываются достаточно грубо, что немало важно, так как зубчатая передача обладает той характерной особенностью, что и при постоянной внешней нагрузке на зубья действуют переменные усилия. Через определенные промежутки времени нагрузка с одного зуба передается на другой, поэтому и в том случае, когда зацепление выполнено идеально точно, при перераспределении нагрузки появляются дополнительные динамические усилия, которые можно выявить, учитывая упругие свойства элементов передачи.

Однако динамические усилия можно выявить только после того, как с некоторой степенью точности найдено действительное движение колес передачи, для чего нужно учитывать как упругие свойства элементов передачи (зубьев, валов, опор), так и ошибки, допущенные при изготовлении колес.

Определение действительного движения зубчатых колес необходимо не только для нахождения динамических нагрузок. Оно имеет и самостоятельное значение, позволяя установить кинематическую точность передачи, знание которой в ряде случаев, например при анализе работы станков, следящих систем и т. д., весьма важно.

Разработка методов определения фактического закона движения колес позволяет не только правильно учитывать нагрузку на зубьях и находить, когда это необходимо, кинематическую точность передачи, но и обоснованно выбирать надлежащую точность зубчатых колес, т. е. оптимальный технологический процесс их изготовления.

Изыскание новых видов зацепления, новых материалов и более совершенных технологических процессов изготовления зубчатых колес имеет своей целью повышение долговечности, нагрузочной способности и снижение трудоемкости производства. Наряду с этими работами важны также исследования сложных динамических процессов, происходящих в передачах: выявляя фактические нагрузки, возникающие в машинах, они позволяют вскрывать внутренние резервы, неучтенные при проектировании зубчатых передач, и намечают пути улучшения их работы.

5.1 Особенности колебательных процессов в зубчатых передачах

При исследовании колебательных процессов в зубчатом зацеплении необходимо учитывать тот факт, что при этом типе передач присутствуют некоторые специфические моменты, а именно:

Помимо колебаний, возбуждаемых переменными внешними силовыми факторами (рис. 5.1) существуют два возбудителя колебаний, относящиеся к самой передаче, а не ко внешней нагрузке:

1) непостоянство суммарной жесткости зубьев во время работы передачи; величина суммарной жесткости зубьев меняется скачкообразно и в значительных пределах, поскольку в зацеплении попеременно участвуют то одна, то две пары зубьев;

2) погрешности зуборезного инструмента и его установки.

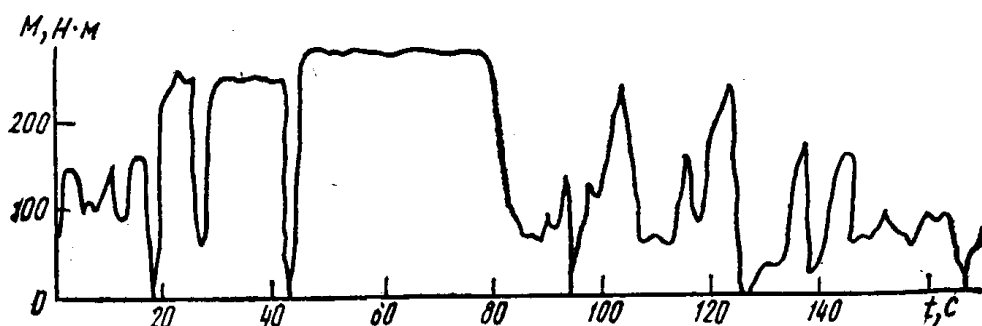


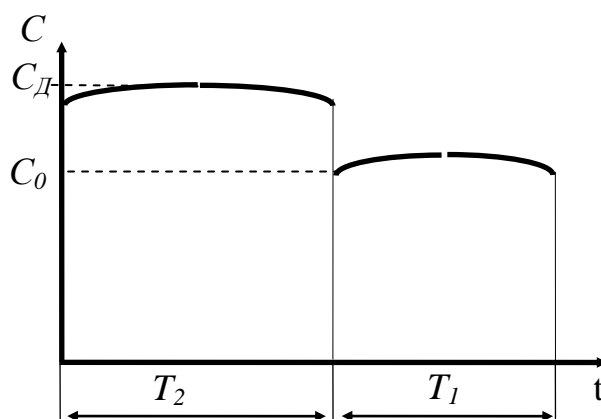
Рисунок 5.1 – Крутящий момент воспринимаемый коробкой передач при движении автомобиля

Колебания зубчатых колес, вызываемые переменной жесткостью зацепления

Степень перекрытия зубчатых колес с прямыми зубьями чаще всего находится в пределах от единицы до двух. Таким образом, если теоретическая степень перекрытия фактически реализуется, то в зацеплении находится либо одна, либо две пары зубьев. В связи с этим жесткость зацепления не остается постоянной, а является функцией положения колес.

В результате соударения зубьев возникают значительные ускорения колес, но так как эти ускорения действуют весьма кратковременно, то вызываемые ими изменения угловых скоростей очень малы. Вследствие этого равномерность вращения колес нарушается незначительно и можно считать, что и при наличии колебаний время однопарного и двухпарного зацепления остается таким же, как и при равномерном вращении колес. Это допущение позволяет считать жесткость зацепления известной периодической функцией времени, что значительно упрощает все дальнейшее исследование, так как дает возможность описать колебания зубчатых передач дифференциальными уравнениями с периодическими коэффициентами. Известно, что в подобных системах возможно возникновение параметрического резонанса.

Существует несколько способов учета переменной жесткости зацепления [41], суть которых ясна из представленных графиков (рис. 5.2-5.4).



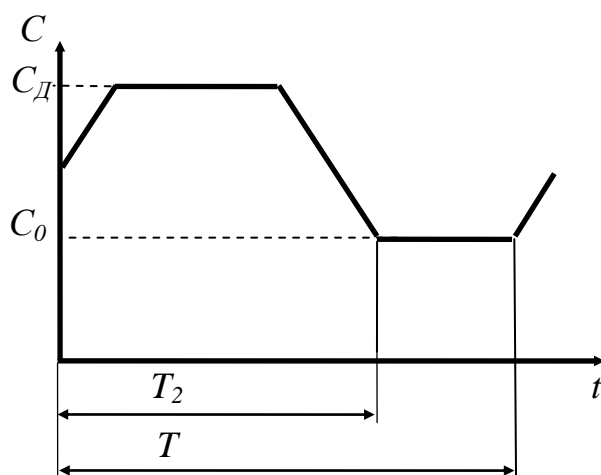
ССЫЛКА

Рисунок 5.2 – Модель Гарриса

Как видно, авторы исходили из следующих предположений:

- 1) жесткость является периодической функцией времени,
- 2) во время однопарного и двухпарного зацепления жесткость остается постоянной,

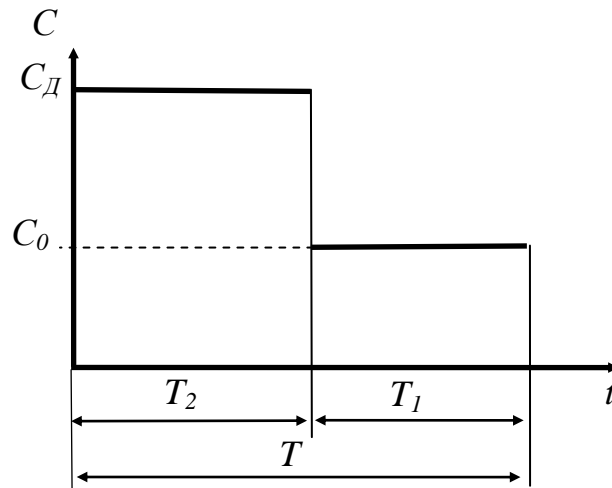
3) изменение жесткости от значения C_0 до значения C_D (и наоборот) происходит либо скачком (Гаррис), либо достаточно быстро (Болингер и Бош). Отсутствие скачка жесткости при переходе от однопарного зацепления к двухпарному авторы объясняют наличием масляной пленки.



ССЫЛКА

Рисунок 5.3 – Модель Болингера и Боша

На основании предложенных гипотез современными авторами [41] было предложено считать, что жесткость зубчатого зацепления остается постоянной при однопарном и двухпарном зацеплении, переход же от одного к другому сопровождается скачком жесткости.



ссылка

Рисунок 5.4 – Модель скачкообразно меняющейся кусочно-постоянной жесткости

Окончательно имеем:

$$T = \frac{60}{nz} - t_0,$$

где T – время поворота колеса на угловой шаг;
 n – число оборотов в минуту; z – число зубьев. Время однопарного и двухпарного зацепления (T_1 и T_2) определяется формулами:

$$T_1 = T(2 - \varepsilon),$$

$$T_2 = T(\varepsilon - 1),$$

где ε – степень перекрытия.

Приведенный закон изменения жесткости не только упрощает численные подсчеты, но и позволяет в ряде случаев решить задачу о колебаниях колес в численном виде [38].

Колебательные процессы, вызванные геометрической формой поверхности зуба

Каждое зубчатое колесо, нарезаемое способом огибания и в дальнейшем входящее в передачу с парным колесом, переживает как бы две стадии своего существования.

Первая стадия заключается в том, что зубчатое колесо в виде заготовки вступает во взаимодействие с инструментом на станке. Нужно рассматривать это взаимодействие как обычное зубчатое зацепление между зубчатым «колесом-заготовкой» и зубчатым «колесом-инструментом» (например, при нарезке дисковой фрезой, – червячное), несмотря на то, что в это же время происходит ряд движений чисто технологических. В этой

первой стадии зубчатое колесо и его зубья получают свои окончательные геометрические формы и размеры в зависимости от относительного движения инструмента по отношению к заготовке.

Вторая стадия заключается в том, что нарезанное зубчатое колесо вступает во взаимодействие с парным с ним зубчатым колесом, нарезанным, возможно, другим инструментом. Оба эти колеса составляют второе зубчатое зацепление, которое предварительно спроектировано для какого-либо определенного механизма и как таковое ничего общего не имеет с теми зацеплениями, которые осуществлялись при нарезании каждого из колес на станке.

При этом следует учитывать тот факт, что зубчатые колеса, получив от инструмента определенные формы и размеры, перенесут их с собой в конечное проектируемое зацепление, определяя тем самым в известной степени его характер и особенности [44]. А именно: некоторое несовпадение по форме двух поверхностей зубьев разных колес, образующих одно зацепление, в процессе их взаимного скольжения при работе передачи может привести к возникновению вынужденных колебаний.

Динамические нагрузки при соударении зубьев

Удары в прямозубых колесах возникают при входе зубьев в зацепление и при выходе из зацепления предыдущей пары зубьев. Для безударной работы в первую очередь необходимо, чтобы зубья входили в зацепление и выходили из него по линии зацепления, т. е. чтобы были равны шаги зацепления под нагрузкой.

Если бы колеса даже были изготовлены абсолютно точно, то все же удары имели бы место, так как неизбежно под нагрузкой деформации зубьев влияют так же, как и ошибки в шаге.

В зависимости от погрешностей основных шагов и деформации ударяющейся пары зубьев перераспределение нагрузки между зубьями сопровождается либо кромочным, либо срединным ударом (рис. 5.5, 5.6).

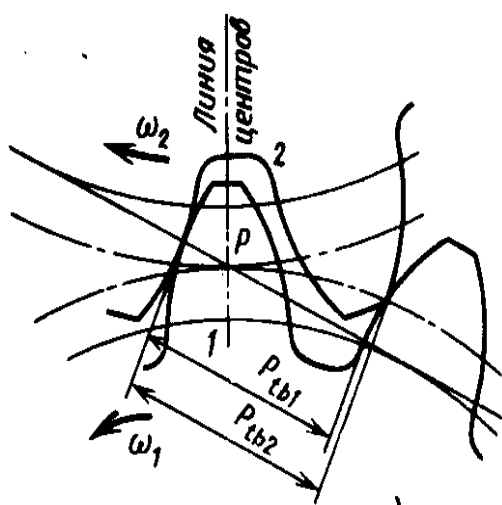


Рисунок 5.5 – Кромочный удар зубьев

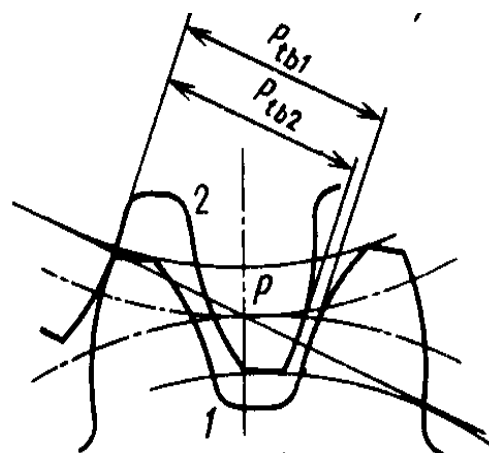


Рисунок 5.6 – Срединный удар зубьев

Если шаг зацепления ведомого колеса P_{12} больше, чем шаг ведущего P_{11} , то происходит преждевременный вход в зацепление кромки ведомого колеса и так называемый кромочный удар.

Если шаг зацепления ведомого колеса меньше P_{12} , чем шаг ведущего P_{11} , то происходит запаздывание выхода из зацепления предшествующей пары зубьев и так называемый срединный удар последующей пары. Последняя входит с ударом в контакт не в начале, а в середине рабочего участка линии зацепления при выходе с запаздыванием из контакта предшествующей пары зубьев.

При расчете нагрузок, действующих на вал, исходят из аналогии между ударом свободно движущихся масс и ударом зубьев колес [39].

Для быстроходных зубчатых передач в целях уменьшения сил удара при входе зубьев в зацепление и при выходе их из зацепления и для уменьшения шума применяют модификацию профиля головки зуба (фланкирование). Фланкирование представляет собой преднамеренное отклонение от эвольвенты профиля у вершин зубьев (на части высоты головки), направленное в тело зубьев. Фланкирование уменьшает силы удара, связанные с деформацией зубьев и ошибками основного шага.

Концентрация нагрузки по длине контактных линий

Нагрузка распределяется равномерно только в прямозубых передачах при идеально точном изготовлении и при абсолютно жестких валах и опорах. В действительности вследствие упругих деформаций валов, упругих смещений и износа подшипников, а также погрешностей изготовления сопряженные зубчатые колеса перекашиваются одно относительно другого (рис. 5.7). Для широких шестерен малого диаметра, нарезаемых на валах, существенным оказывается также закручивание тела, которое приводит к искривлению зубьев.

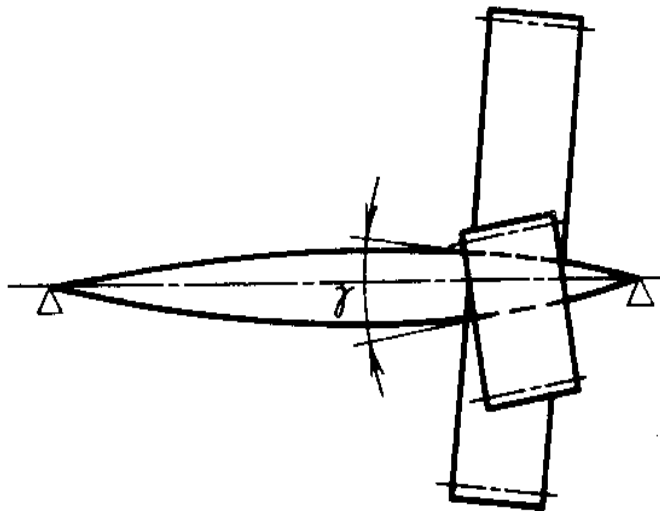
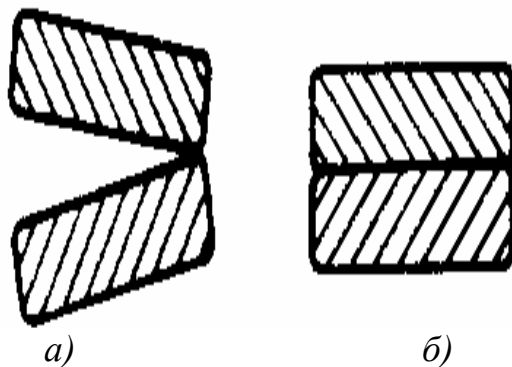


Рисунок 5.7 – Упругие перемещения валов

В результате указанных деформаций и погрешностей изготовления передачи с абсолютно жесткими зубьями должны иметь угловое касание (рис. 5.8, а), однако вследствие податливости зубьев [47] контакт происходит на всей или на значительной части длины зубьев (рис. 5.8, б). Однако упругие перемещения зубьев по длине не одинаковы и, следовательно, нагрузка также распределяется неравномерно.



а – абсолютно жестких; б – податливых
 Рисунок 5.8 – Контакт зубьев в плоскости зацепления

Концентрация нагрузки тем больше, чем больше угол относительно перекоса валов под сопряженными зубчатыми колесами.

Поэтому при исследовании колебательных процессов в зубчатом зацеплении следует иметь ввиду тот факт, что установка вала в упругих опорах не только может снизить динамические нагрузки [41] и отстроить систему от резонанса [45], но и привести к возникновению значительной концентрации напряжений вдоль длины зуба [47], что, в свою очередь, может вызвать поломку зуба и, как следствие, выход из строя всей передачи.

Контактно-гидродинамический эффект теории смазки

Между взаимно перемещающимися деталями в условиях смазки проявляется гидродинамический эффект [49]. Он заключается в том, что в клиновидный зазор между трущимися поверхностями вследствие движения этих поверхностей затягивается масло и в нем создается избыточное давление. Масляный клин может полностью разделять трущиеся поверхности, создавая чисто жидкостную смазку.

Гидродинамическая теория смазки позволяет определить несущую способность масляного клина в зазоре с жесткими стенками, например в подшипниках скольжения. Применить эту теорию для объяснения процессов смазки зубчатых передач оказалось невозможным, прежде всего из-за того, что в контакте зубчатых передач возникают очень высокие давления. Величина этих давлений зависит не только от внешней нагрузки и геометрических размеров контактирующих поверхностей, но и от упругих свойств этих поверхностей. Это вынуждает при рассмотрении процессов смазки зубчатого зацепления учитывать как гидродинамические

эффекты, происходящие в контакте, так и упругие деформации контактирующих поверхностей. Задача осложняется еще и тем, что эти процессы оказываются взаимозависимыми.

В начале сороковых годов была разработана контактно-гидродинамическая теория смазки, позволяющая теоретически обосновать процесс смазки зубчатых передач. Принципиальной особенностью этой теории является учет контактной деформации поверхностей, что оказывает существенное влияние на профиль зазора и, как следствие, на распределение давления в зоне контакта.

Математически описать эти процессы позволяют исходные уравнения контактно-гидродинамической теории, т. е. уравнение течения жидкости и уравнения для упругих контактных перемещений.

Аналитическое решение этой системы уравнений не найдено, и получение частного решения связано с использованием численных методов.

5.2 Построение математической модели

Несомненно, зубчатые передачи есть одни из самых распространенных приспособлений для передачи вращательного движения от источника энергии к нагрузке. Поэтому расчет и проектирование зубчатых передач имеет приоритетное значение.

Анализируя рассмотренное выше, видно, что процессы колебаний в редукторах исследованы достаточно подробно, но полученные результаты в основном относятся к одноступенчатым редукторам, а особенности колебаний многоступенчатых редукторов изучены весьма слабо. При этом многоступенчатые редукторы распространены не меньше, чем одноступенчатые, а в некоторых конструктивных элементах применение одноступенчатых редукторов затруднено или вообще невозможно.

Поэтому была поставлена задача – исследовать влияние различных степеней многоступенчатых редукторов друг на друга. Для упрощения задачи возможно исследование колебаний в двухступенчатых редукторах с последующим распространением полученных результатов на большее число ступеней.

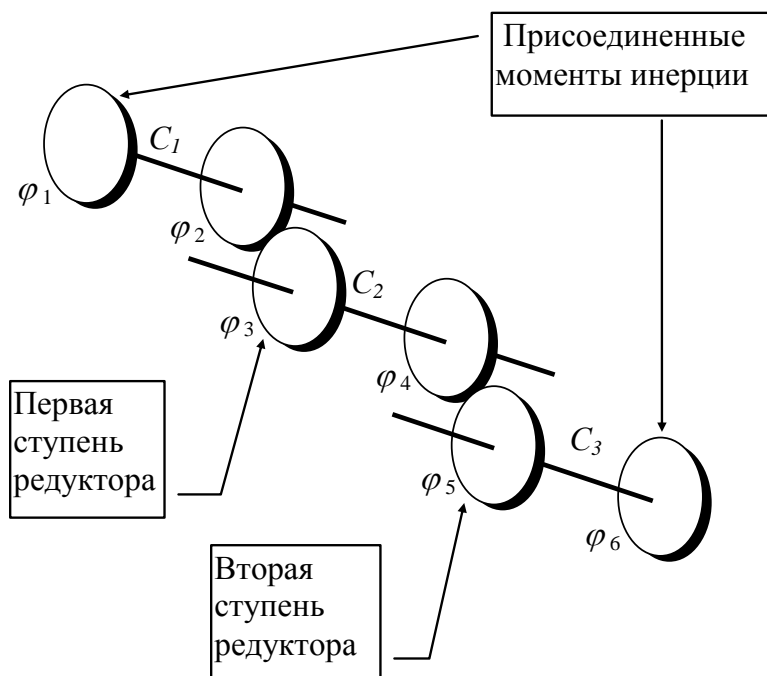
В связи с этим в данной работе предлагается выполнить динамический расчет двухступенчатого редуктора с учетом следующих предпосылок:

1) прямозубые зубчатые колеса: несмотря на достоинства косозубых передач, передачи с прямыми зубьями применяются в тихоходных передачах, не предъявляющих высокие требования к точности и шумности;

исследуются неразрывные колебания, т. е. в процессе колебаний зубчатые колеса всегда находятся в зацеплении; такое допущение упрощает математическую модель, но так как не всегда соответствует реальности, то при дальнейших исследованиях следует ввести в рассмотрение разрывные колебания;

- 3) каждое из зубчатых колес моделируется диском, обладающим некоторыми массой и моментами инерции (полярным и экваториальным);
- 4) диски насажены на валы, абсолютно жесткие на изгиб, но обладающие некоторой жесткостью на кручение;
- 5) валы покоятся на упругих опорах; в общем случае жесткости опоры различны для каждого из валов, но считаются одинаковыми для одного вала;
- 6) зубчатое зацепление моделируется упругим элементом, имеющим зависимость от времени жесткость зацепления; силы реакции в зубьях, возникающие при перекосе валов под сопряженными зубчатыми колесами, и ударные нагрузки, в настоящей работе не учитываются;
- 7) наличие в системе смазки, демпфирующей колебательные процессы, представляется демпфирующими элементами, расположенными параллельно упругим – опорам валов и зубчатым зацеплениям; внутреннее демпфирование в материалах не учитывается;
- 8) нагрузка, действующая на систему, состоит из крутящих моментов двигателя и сопротивления; для упрощения моменты приняты независимыми от времени;
- 9) на выходе и входе редуктора находятся упруго присоединенные крутящие моменты инерции.

Таким образом, в настоящей работе ставится задача составления и разрешения системы дифференциальных уравнений, описывающих колебательные процессы в двухступенчатом редукторе (рис 5.9) с целью изучения этих процессов для установления зависимости амплитуд вынужденных колебаний и собственных частот зубчатого механизма от параметров передачи.



ссылка? пред. № 5.8

Рисунок 5.9 – Общая схема передачи

5.3 Составление уравнений колебаний

Для записи уравнений, описывающих колебательные процессы, происходящие в двухступенчатом редукторе, воспользуемся уравнением Лагранжа. Кинетическую и потенциальную энергию всей системы запишем как суммы энергий, описывающих каждый из видов колебательных процессов, происходящих в исследуемой зубчатой передаче, вид сверху которой и основные геометрические размеры представлены на рис. 5.10.

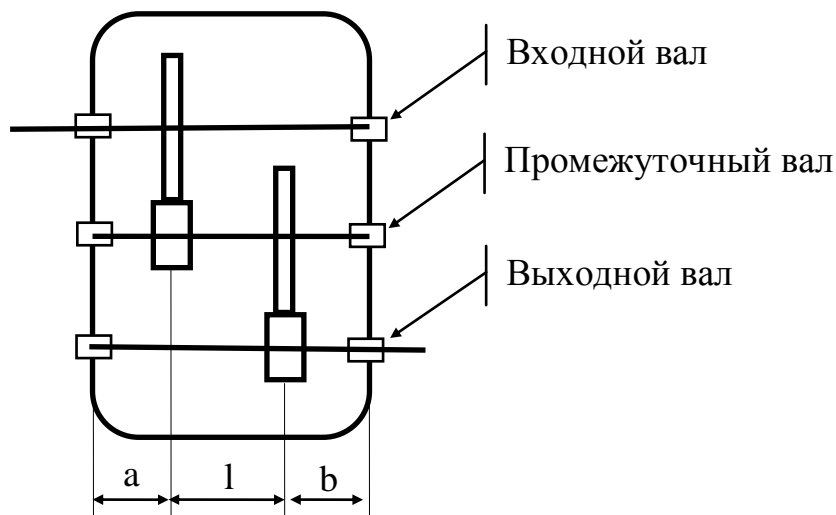


Рисунок 5.10 – Общая схема редуктора

Рассматривать систему будем в глобальной системе координат (рис. 5.11), оси которой направлены следующим образом:

ou – параллельно валам передачи;

плоскость $хоу$ – плоскость, перпендикулярная к оси ou , причем oz образуется пересечением плоскостей $хоz$ и плоскости, в которой лежат валы редуктора.

Рассмотрение системы произведем поэлементно, рассмотрев поочередно каждый из трех валов передачи и двух ступеней редуктора.

Введем некоторые обозначения, связанные с зубчатыми зацеплениями:

γ_I – угол наклона линии зацепления к оси ox глобальной системы координат;

$i_I = \frac{r_{ш}^I}{r_k^I}$ – передаточное число, реализуемое в первой ступени редуктора.

Рассматривая вторую ступень редуктора, можем по аналогии записать выражение для передаточного отношения: $i_{II} = \frac{r_{ш}^{II}}{r_k^{II}}$.

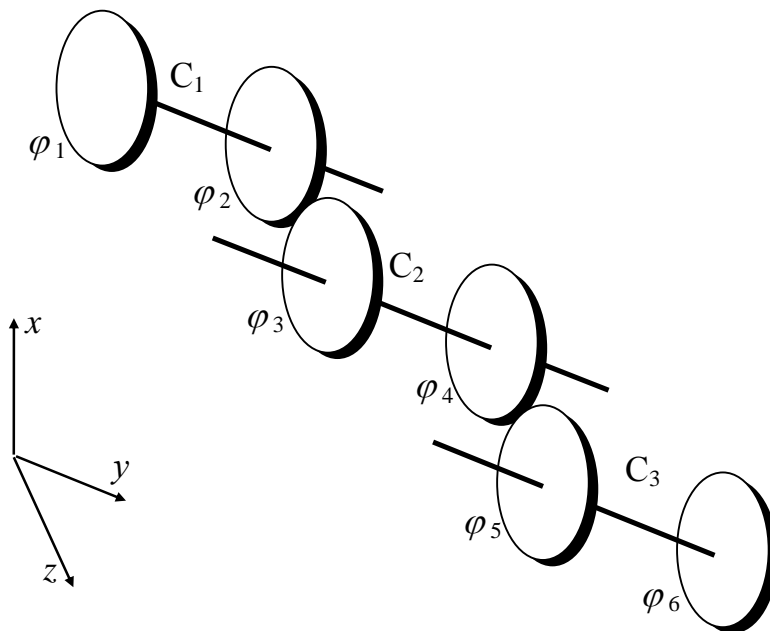


Рисунок 5.11 – Общий вид редуктора в глобальной системе координат

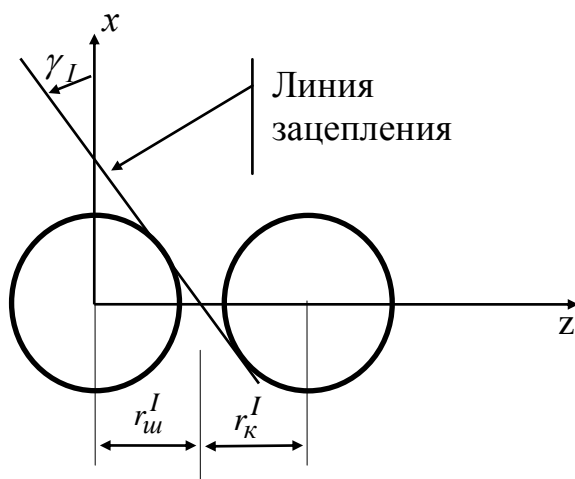


Рисунок 5.12 – Первая ступень зубчатой передачи

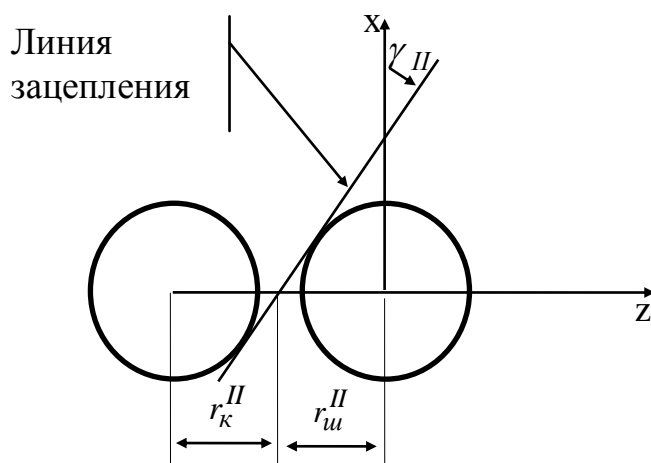


Рисунок 5.13 – Вторая ступень редуктора

На редуктор на входе действует крутящий момент M . Предполагается, что на выходе приложенный момент снимается полностью, т. е. на выходе действует момент сопротивления полностью уравновешивающий входной. Найдя этот момент из принципа виртуальных перемещений, запишем полную работу всех сил, приложенных к системе:

$$A = M\varphi_1 - \frac{M}{i_I i_{II}} \varphi_6.$$

5.3.1 Уравнения колебаний входного вала

Крутильные колебания

Очевидно, что при крутильных колебаниях потенциальная и кинетическая энергии будут равны:

$$T_{1k} = \frac{1}{2} (\dot{\varphi}_1^2 I_1 + \dot{\varphi}_2^2 I_{II}^I);$$

$$П_{1k} = \frac{1}{2} C_1 (\varphi_2 - \varphi_1)^2,$$

диссипативные силы при кручении не учитываются.

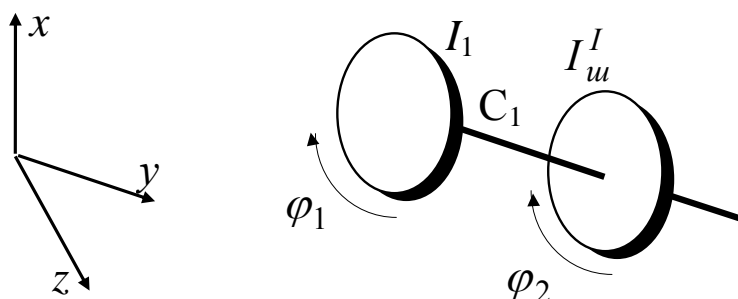


Рисунок 5.14 – Входной вал редуктора

Поперечные колебания

Как показывают исследования, поперечные колебания происходят в плоскости, параллельной линии зацепления, а в плоскости, перпендикулярной линии зацепления, колебания пренебрежимо малы, поэтому наиболее рациональным будет рассмотрение поперечных колебаний вала в локальной системе координат, у которой ось z совпадает с аналогичной осью в глобальной, а оси ox' и oz' повернуты вокруг оси y на угол γ_I таким образом, что образуют плоскость, параллельную плоскости зацепления.

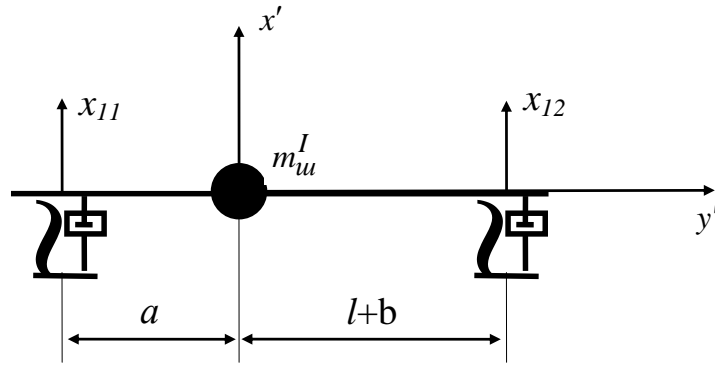


Рисунок 5.15 – Входной вал (вид в плоскости зацепления)

Выразим перемещение массы $m_{ш}^I$ через обобщенные координаты x_{11} и x_{12} – перемещения вала в упругих опорах. Воспользуемся уравнением прямой, проходящей через две точки [44],

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

Пусть точка с координатами $(0; 0)$ – положение массы $m_{ш}^I$ при отсутствии в системе колебательных процессов (начало отсчета в локальной системе координат). Считая, что вал перемещается только в плоскости, параллельной плоскости зацепления, и только вдоль локальной оси ox' , можно предположить, что в любой момент времени координата y центра тяжести равна 0, т. е. перемещение центра масс зубчатого колеса при поперечных колебаниях описывается только одной координатой:

$$\begin{aligned} \frac{-(-a)}{l+b+a} &= \frac{x - x_{11}}{x_{12} - x_{11}}; \\ x - x_{11} &= (x_{12} - x_{11}) \frac{a}{l+b+a}; \\ x &= (x_{12} - x_{11}) \frac{a}{l+b+a} + x_{11}. \end{aligned}$$

Следует также учитывать тот факт, что при колебаниях диск, находящийся на входном валу, обладает экваториальным моментом инерции $I_{э}^I$.

Тогда кинетическая и потенциальная энергия поперечных колебаний имеют вид:

$$2T_{1k} = m_{ш}^I \left[\frac{a}{a+b+l} (\dot{x}_{12} - \dot{x}_{11}) + \dot{x}_{11} \right]^2 + I_{э2} \left[\frac{x_{12} - x_{11}}{a+b+l} \right]^2;$$

$$2\Pi_{1n} = C_{1n} [x_{11}^2 + x_{12}^2],$$

квадратичная форма диссипативных сил

$$2F_{1n} = \beta_{1n} [\dot{x}_{11}^2 + \dot{x}_{12}^2],$$

где β_{1n} – коэффициент вязкого трения.

5.3.2 Уравнения колебаний промежуточного вала

Крутильные колебания:

$$2T_{2k} = [I_k^I \dot{\varphi}_3^2 + I_{ш}^{II} \dot{\varphi}_4^2];$$

$$2\Pi_{2к} = C_2(\varphi_4 - \varphi_3)^2.$$

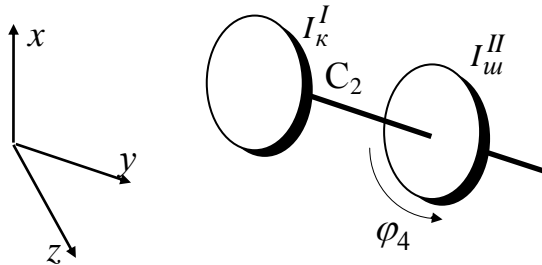


Рисунок 5.16 – Промежуточный вал

Поперечные колебания

При рассмотрении поперечных колебаний промежуточного вала следует учитывать то, что данный вал «несет» на себе два зубчатых колеса, принадлежащих к разным ступеням, и, вследствие этого, колеблется одновременно параллельно двум плоскостям зацепления. Однако, благодаря тому, что колебания, перпендикулярные плоскости зацепления, достаточно малы, а углы γ_I, γ_{II} невелики, то колебания можно описать двумя обобщенными координатами, характеризующими перемещение вала параллельно вертикальной оси глобальной системы координат. Колебаниями же в горизонтальной плоскости на данном этапе можно пренебречь.

В качестве обобщенных координат для второго вала при исследовании поперечных колебаний используются перемещения точек закрепления на валу зубчатых колес.

Найдем деформацию опор:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

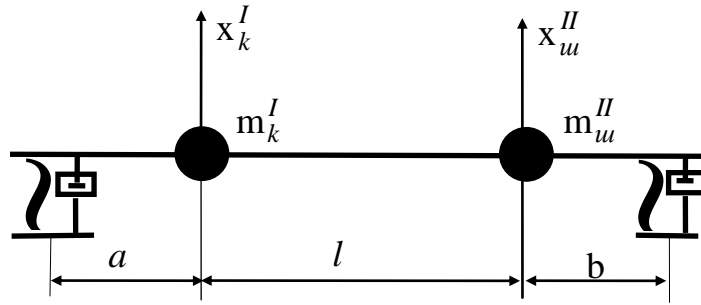


Рисунок 5.17 – Промежуточный вал

Пусть точка $(0; 0)$ некоторой локальной системы координат – центр масс колеса первой ступени при отсутствии колебаний:

$$\frac{y-0}{l-0} = \frac{x-x_k^I}{x_{uu}^{II}-x_k^I};$$

$$x = (x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{y}{l} + x_k^I,$$

тогда

$$2T_{2n} = \left[m_k^I (\dot{x}_k^I)^2 + m_{uu}^{II} (\dot{x}_{uu}^{II})^2 \right] + I_{\text{э}2} \left[\frac{\dot{x}_{uu}^I + \dot{x}_k^{II}}{l} \right]^2;$$

$$2\Pi_{2n} = C_{2n} \left\{ \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{-a}{l} + x_k^I \right]^2 + \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} + x_k^I \right]^2 \right\};$$

$$2F_{2n} = \beta_{2n} \left\{ \left[x_k^I - (x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{a}{l} \right]^2 + \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} + x_k^I \right]^2 \right\}.$$

5.3.3 Уравнения колебаний выходного вала

Колебательная система выходного вала во многом сходна с колебательной системой входного, что позволяет по аналогии записать все необходимые для дальнейших выкладок соотношения.

Крутильные колебания

$$2T_{3k} = \left[I_k^{II} \dot{\varphi}_5^2 + I_2 \dot{\varphi}_6^2 \right];$$

$$2\Pi_{3k} = C_3 (\varphi_6 - \varphi_5)^2.$$

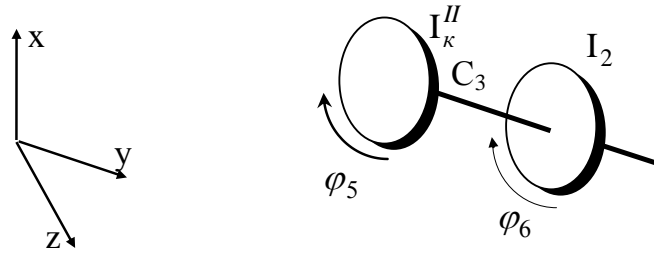


Рисунок 5.18 – Выходной вал

Поперечные колебания

Рассмотрение поперечных колебаний выходного вала также будем производить в локальной системе координат, плоскость которой $x'o'y'$ параллельна плоскости зацепления.

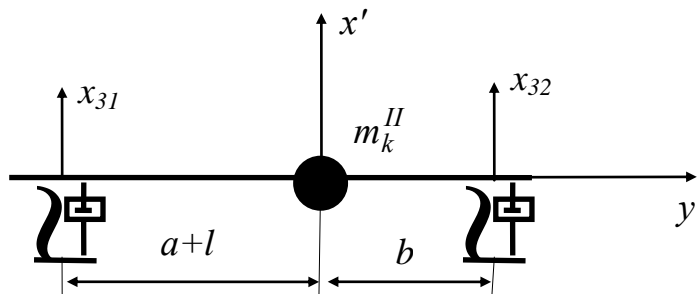


Рисунок 5.19 – Выходной вал (вид в плоскости зацепления II ступени)

$$\frac{x - x_{31}}{x_{32} - x_{31}} = \frac{y + a + l}{a + b + l};$$

$$x = \frac{a + l}{a + b + l}(x_{32} - x_{31}) + x_{31};$$

$$2T_{3n} = m_k^{\text{II}} \left[\frac{a + l}{a + b + l}(\dot{x}_{32} - \dot{x}_{31}) + \dot{x}_{31} \right]^2 + I_{\text{э3}} \left[\frac{\dot{x}_{32} - \dot{x}_{31}}{a + b + l} \right]^2;$$

$$2\Pi_{3n} = C_{3n}(x_{31}^2 + x_{32}^2);$$

$$2F_{3n} = \beta_{3n}(\dot{x}_{31}^2 + \dot{x}_{32}^2).$$

5.3.4 Колебательные процессы в первой ступени редуктора

Помимо вышеперечисленных процессов в редукторе, имеют место колебательные процессы непосредственно в самих зубчатых зацеплениях.

При рассмотрении колебаний в зубчатом зацеплении будем считать колебания неразрывными, т. е. в зацеплении в любой момент времени имеется некоторая сила реакции, в отличие от разрывных колебаний, при которых реакция периодически может падать до нуля.

Кроме того, следует учитывать тот факт, что жесткость при неразрывных колебаниях есть скачкообразно меняющейся функцией времени.

Для упрощения будем считать, что профильная ошибка зубьев отсутствует, т. е. зацепление происходит на рабочем участке теоретической линии зацепления.

Изгиб зубьев моделируем упругим элементом, расположенным вдоль линии зацепления. При колебаниях происходит демпфирование за счет смазки, моделируемое диссипативным элементом, расположенным параллельно упругому.

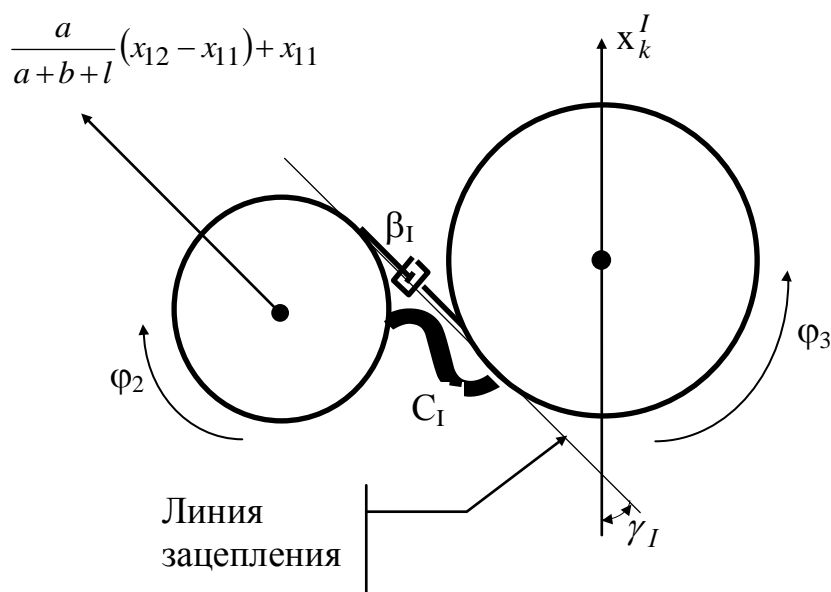


Рисунок 5.20 – Первая ступень редуктора

Вычислим деформацию пружины: она состоит из разности поперечных и угловых перемещений валов, помимо этого, вносит свой вклад некоторая неровность поверхности зуба, полученная в процессе изготовления:

$$\Delta_I = \left[\left(\frac{x_k^I}{\cos \gamma_I} - \left[\frac{a}{a+b+l} (x_{12} - x_{11}) + x_{11} \right] \right) + \left(\varphi_2 r_{II}^I - \varphi_3 r_k^I \right) + A_I \sin(\varpi_I t) \right].$$

Таким образом, можно записать выражения для потенциальной энергии и квадратичной формы диссипативных сил:

$$P_I = \frac{C_I \Delta_I^2}{2};$$

$$F_I = \frac{\beta_I \dot{\Delta}_I^2}{2}.$$

5.3.5 Колебательные процессы во второй ступени редуктора

$$\Delta_{II} = \left[\left(\frac{x_{uu}^{II}}{\cos \gamma_{II}} - \left[\frac{a+l}{a+b+l} (x_{32} - x_{31}) + x_{31} \right] \right) + (\varphi_4 r_{uu}^{II} - \varphi_5 r_k^{II}) + A_{II} \sin(\varpi_{II} t) \right];$$

$$\Pi_{II} = \frac{C_{II} \Delta_{II}^2}{2};$$

$$F_{II} = \frac{\beta_{II} \dot{\Delta}_{II}^2}{2}.$$

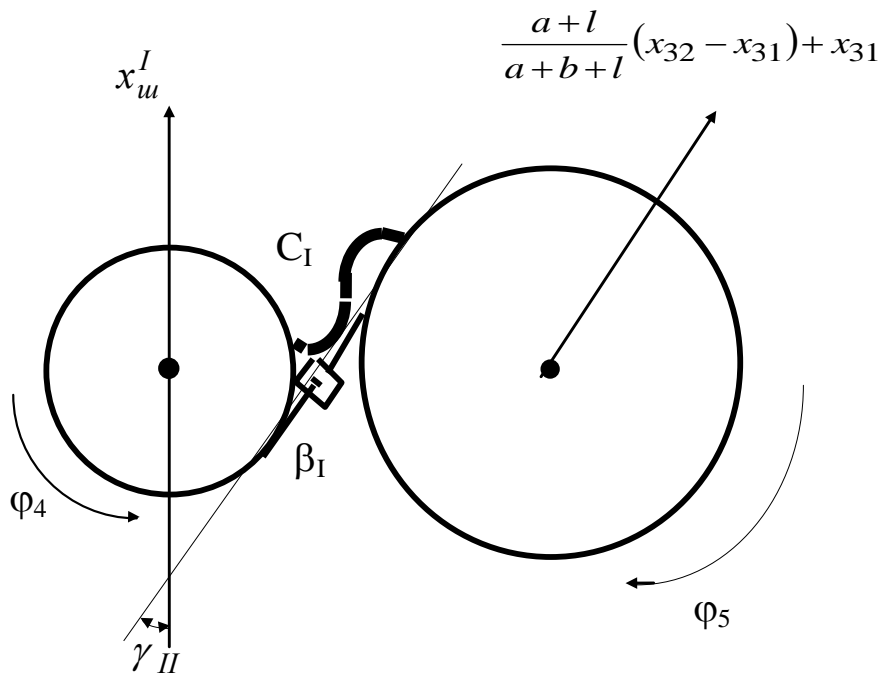


Рисунок 5.21 – Вторая ступень редуктора

5.3.6 Кинетическая и потенциальная энергии всей системы

Определим суммарную кинетическую энергию зубчатой передачи как сумму кинетических энергий валов:

$$2T = (\dot{\varphi}_1^2 I_1 + \dot{\varphi}_2^2 I_{uu}^I) + [I_k^I \dot{\varphi}_3^2 + I_{uu}^{II} \dot{\varphi}_4^2] + [I_k^{II} \dot{\varphi}_5^2 + I_2 \dot{\varphi}_6^2] + m_{uu}^I \left[\frac{a}{a+b+l} (\dot{x}_{12} - \dot{x}_{11}) + \dot{x}_{11} \right]^2 + I_{\varpi 2} \left[\frac{x_{12} - x_{11}}{a+b+l} \right]^2 + \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}
& + \left[m_k^I (\dot{x}_k^I)^2 + m_{uu}^{II} (\dot{x}_{uu}^{II})^2 \right] + I_{\vartheta 2} \left[\frac{\dot{x}_{uu}^I + \dot{x}_k^{II}}{l} \right]^2 + \\
& + m_k^{II} \left[\frac{a+l}{a+b+l} (\dot{x}_{32} - \dot{x}_{31}) + \dot{x}_{31} \right]^2 + I_{\vartheta 3} \left[\frac{\dot{x}_{32} - \dot{x}_{31}}{a+b+l} \right]^2.
\end{aligned}$$

Аналогично получим выражение для потенциальной энергии:

$$\begin{aligned}
2\Pi = & C_1(\varphi_2 - \varphi_1)^2 + C_2(\varphi_4 - \varphi_3)^2 + C_3(\varphi_6 - \varphi_5)^2 + C_{1n}[x_{11}^2 + x_{12}^2] + \\
& + C_{2n} \left\{ \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{-a}{l} + x_k^I \right]^2 + \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} + x_k^I \right]^2 \right\} + C_{3n}(x_{31}^2 + x_{32}^2) + \\
& + \frac{C_I \Delta_I^2}{2} + \frac{C_{II} \Delta_{II}^2}{2}. \quad (5.2)
\end{aligned}$$

5.3.6 Квадратичная форма диссипативных сил всей системы

$$\begin{aligned}
2F = & \beta_{1n}[x_{11}^2 + x_{12}^2] + \beta_{2n} \left\{ \left[\dot{x}_k^I - (x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{a}{l} \right]^2 + \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} + \dot{x}_k^I \right]^2 \right\} + \\
& + \beta_{3n}(x_{31}^2 + x_{32}^2) + \beta_I \dot{\Delta}_I^2 + \beta_{II} \dot{\Delta}_{II}^2. \quad (5.3)
\end{aligned}$$

$$\Delta_I = \left[\left(\frac{x_k^I}{\cos \gamma_I} - \left[\frac{a}{a+b+l} (x_{12} - x_{11}) + x_{11} \right] \right) + (\varphi_2 r_{uu}^I - \varphi_3 r_k^I) + A_I \sin(\varpi_I t) \right] \quad (5.4)$$

$$\Delta_{II} = \left[\left(\frac{x_{uu}^{II}}{\cos \gamma_{II}} - \left[\frac{a+l}{a+b+l} (x_{32} - x_{31}) + x_{31} \right] \right) + (\varphi_4 r_{uu}^{II} - \varphi_5 r_k^{II}) + A_{II} \sin(\varpi_{II} t) \right] \quad (5.5)$$

5.3.7 Составление уравнений колебаний

Воспользуемся уравнением Лагранжа вида

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial A}{\partial q_i} - \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i}. \quad (5.6)$$

Получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned}
& \ddot{\varphi}_1 I_1 - C_1(\varphi_2 - \varphi_1) = M; \\
& \ddot{\varphi}_2 I_{II}^I + C_1(\varphi_2 - \varphi_1) + C_I r_{II}^I \Delta_I = -\beta_I \dot{\Delta}_I r_{II}^I; \\
& \ddot{\varphi}_3 I_{\kappa}^I - C_2(\varphi_4 - \varphi_3) - C_I r_{\kappa}^I \Delta_I = \beta_I \dot{\Delta}_I r_{\kappa}^I; \\
& \ddot{\varphi}_4 I_{II}^{II} + C_2(\varphi_4 - \varphi_3) + C_{II} r_{II}^{II} \Delta_{II} = -\beta_{II} \dot{\Delta}_{II} r_{II}^{II}; \\
& \ddot{\varphi}_5 I_{\kappa}^{II} - C_3(\varphi_6 - \varphi_5) - C_{II} r_{\kappa}^{II} \Delta_{II} = \beta_{II} \dot{\Delta}_{II} r_{\kappa}^{II}; \\
& \ddot{\varphi}_6 I_2 + C_3(\varphi_6 - \varphi_5) = \frac{M}{i_I i_{II}}; \\
& m_{\phi}^I \left[\frac{a}{a+b+l} (\ddot{x}_{12} - \ddot{x}_{11}) + \ddot{x}_{11} \right] \left[\left(1 - \frac{a}{a+b+l} \right) - I_{y1} \frac{\ddot{x}_{12} - \ddot{x}_{11}}{(a+b+l)^2} + C_{Ii} x_{11} - \right. \\
& \quad \left. - C_I \Delta_I \left(1 - \frac{a}{a+b+l} \right) \right] = -\beta_{Ig} \dot{x}_{11} + \beta_I \dot{\Delta}_I \left(1 - \frac{a}{a+b+l} \right), \\
& m_{\phi}^I \left[\frac{a}{a+b+l} (\ddot{x}_{12} - \ddot{x}_{11}) + \ddot{x}_{11} \right] \frac{a}{a+b+l} + I_{y1} \frac{\ddot{x}_{12} - \ddot{x}_{11}}{(a+b+l)^2} + C_{Ii} x_{12} - \\
& \quad - C_I \Delta_I \frac{a}{a+b+l} = -\beta_{Ig} \dot{x}_{12} + \beta_I \dot{\Delta}_I \frac{a}{a+b+l}, \\
& \ddot{x}_k^I m_k^I - I_{y2} \frac{\ddot{x}_{\phi}^{II} - \ddot{x}_k^I}{l} + C_{2n} \left[x_k^I - (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{a}{l} \right] \left(1 + \frac{a}{l} \right) + \\
& \quad + C_{2n} \left[x_k^I + (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} \right] \left(1 - \frac{b+l}{l} \right) + C_I \Delta_I \frac{1}{\cos \gamma_I} = \\
& -\beta_{2n} \left[\dot{x}_k^I - (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{a}{l} \right] \left(1 + \frac{a}{l} \right) - \beta_{2n} \left[\dot{x}_k^I + (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} \right] \left(1 - \frac{b+l}{l} \right) - \frac{\beta_I \dot{\Delta}_I}{\cos \gamma_I}, \\
& \ddot{x}_{\phi}^{II} m_{\phi}^{II} + I_{y2} \frac{\ddot{x}_{\phi}^{II} - \ddot{x}_k^I}{l} - C_{2n} \left[x_k^I - (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{a}{l} \right] \frac{a}{l} + \\
& \quad + C_{2n} \left[x_k^I + (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} \right] \frac{b+l}{l} + C_{II} \Delta_{II} \frac{1}{\cos \gamma_{II}} = \\
& \beta_{2n} \left[\dot{x}_k^I - (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{a}{l} \right] \frac{a}{l} - \beta_{2n} \left[\dot{x}_k^I + (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} \right] \frac{b+l}{l} - \frac{\beta_{II} \dot{\Delta}_{II}}{\cos \gamma_{II}}, \\
& m_k^{II} \left[\frac{a+l}{a+b+l} (\ddot{x}_{32} - \ddot{x}_{31}) + \ddot{x}_{31} \right] \left[\left(1 - \frac{a+l}{a+b+l} \right) - I_{y3} \frac{\ddot{x}_{32} - \ddot{x}_{31}}{a+b+l} + \right. \\
& \quad \left. + C_{3i} x_{31} - C_{II} \Delta_{II} \left(1 - \frac{a+l}{a+b+l} \right) \right] = -\beta_{3n} \dot{x}_{31} + \beta_{II} \dot{\Delta}_{II} \left(1 - \frac{a}{a+b+l} \right),
\end{aligned}$$

$$m_k^u \left[\frac{a+l}{a+b+l} (\ddot{x}_{32} - \ddot{x}_{31}) + \ddot{x}_{31} \right] \frac{a+l}{a+b+l} + I_{y3} \frac{\ddot{x}_{32} - \ddot{x}_{31}}{a+b+l} +$$

$$+ C_{3i} x_{32} - C_{II} \Delta_{II} \frac{a+l}{a+b+l} = -\beta_{3n} \dot{x}_{32} + \beta_{II} \dot{\Delta}_{II} \frac{a+l}{a+b+l},$$

где Δ_I, Δ_{II} – полученные ранее соотношения (5.4) и (5.5).

5.4 Нахождение собственных частот

При нахождении собственных частот будем исходить из предположения, что в системе одновременно возбуждается несколько колебательных процессов, а именно: крутильные колебания всей системы и поперечные колебания каждого из валов в отдельности. Это позволяет при нахождении резонансных частот рассматривать несколько подсистем, аналогично тому как это было проделано при нахождении потенциальной и кинетической энергий.

5.4.1 Поперечные колебания

Входной вал

Поскольку выражения для потенциальной и кинетической энергий поперечных колебаний входного вала найдены выше, воспользуемся полученными выражениями:

$$2T_{1n} = m_{uu}^I \left[\frac{a}{a+b+l} (\dot{x}_{12} - \dot{x}_{11}) + \dot{x}_{11} \right]^2 + I_{1n} \left[\frac{x_2 - x_1}{a+b+l} \right]^2;$$

$$2\Pi_{1n} = C_{1n} [x_{11}^2 + x_{12}^2].$$

Так как демпфирование оказывает на собственные частоты незначительное влияние, то им можно пренебречь:

$$\left[l_1^2 m_{uu}^I + \frac{I_{1n}}{(a+b+l)^2} \right] \ddot{x}_{11} + \left[l_1 l_2 m_{uu}^I - \frac{I_{1n}}{(a+b+l)^2} \right] \ddot{x}_{12} + C_{1n} x_{11} = 0;$$

$$\left[l_1 l_2 m_{uu}^I - \frac{I_{1n}}{(a+b+l)^2} \right] \ddot{x}_{11} + \left[l_2^2 m_{uu}^I + \frac{I_{1n}}{(a+b+l)^2} \right] \ddot{x}_{12} + C_{1n} x_{11} = 0.$$

Подставив $x_i = U_i \sin pt$ и приведя подобные, получим:

$$\left[l_1^2 m_{uu}^I + \frac{I_{1n}}{(a+b+l)^2} \right] U_{11} p^2 + \left[l_1 l_2 m_{uu}^I - \frac{I_{1n}}{(a+b+l)^2} \right] U_{12} p^2 - C_{1n} U_{11} = 0;$$

$$\left[l_1 l_2 m_{uu}^I - \frac{I_{1n}}{(a+b+l)^2} \right] U_{11} p^2 + \left[l_2^2 m_{uu}^I + \frac{I_{1n}}{(a+b+l)^2} \right] U_{12} p^2 - C_{1n} U_{11} = 0.$$

Приравняем определитель нулю:

$$\begin{vmatrix} a_1^I p^2 - C_{1n} & a_2^I p^2 \\ a_2^I p^2 & a_3^I p^2 - C_{1n} \end{vmatrix} = 0,$$

Раскрыв определитель, получим

$$(a_1^I a_3^I - (a_2^I)^2) p^4 - C_{1n} (a_1^I + a_3^I) p^2 + C_{1n}^2 = 0,$$

где

$$a_1^I = l_3^2 m_k^{III} + \frac{I_{3k}}{(a+b+l)^2}; \quad a_2^I = l_3 l_4 m_k^{III} - \frac{I_{3k}}{(a+b+l)^2};$$

$$a_3^I = l_4^2 m_k^{III} + \frac{I_{3k}}{(a+b+l)^2}.$$

Выходной вал

Так как вид полученных выражений для выходного вала аналогичен входному, то, воспользовавшись этой аналогией, запишем:

$$(a_1^{III} a_3^{III} - (a_2^{III})^2) p^4 - C_{3n} (a_1^{III} + a_3^{III}) p^2 + C_{3n}^2 = 0,$$

где

$$a_1^{III} = l_3^2 m_n^{III} + \frac{I_{3k}}{(a+b+l)^2}; \quad a_2^{III} = l_3 l_4 m_n^{III} - \frac{I_{3k}}{(a+b+l)^2};$$

$$a_3^{III} = l_4^2 m_n^{III} + \frac{I_{3k}}{(a+b+l)^2}.$$

Промежуточный вал

$$2T_{2n} = \left[m_k^I (\dot{x}_k^I)^2 + m_{uu}^{II} (\dot{x}_{uu}^{II})^2 \right] + \left[\frac{\dot{x}_k^{II} - \dot{x}_{uu}^{II}}{l} \right]^2 I_{2n};$$

$$2\Pi_{2n} = C_{2n} \left\{ \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{-a}{l} + x_k^I \right]^2 + \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} + x_k^I \right]^2 \right\}.$$

Уравнения колебаний принимают вид:

$$\left(m_k^I + \frac{I_{2n}}{l^2} \right) \ddot{x}_k^I + \frac{I_{1n}}{l^2} \ddot{x}_{uu}^{II} + C_{2n} \left\{ \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{-a}{l} + x_k^I \right] \left(1 + \frac{a}{l} \right) + \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} + x_k^I \right] \left(1 - \frac{b+l}{l} \right) \right\} = 0,$$

$$\left(m_{uu}^{II} + \frac{I_{2n}}{l^2} \right) \ddot{x}_{uu}^{II} + \frac{I_{1n}}{l^2} \ddot{x}_k^I + C_{2n} \left\{ \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{-a}{l} + x_k^I \right] \left(-\frac{a}{l} \right) + \left[(x_{uu}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} + x_k^I \right] \left(\frac{b+l}{l} \right) \right\} = 0.$$

Запишем определитель, приняв условные сокращения:

$$a_1^{II} = m_k^I + \frac{I_{2n}}{l^2}; \quad a_2^{II} = \frac{I_{2n}}{l^2}; \quad a_3^{II} = m_{uu}^{II} + \frac{I_{2n}}{l^2};$$

$$\begin{vmatrix} a_1^{II} p^2 - C_{2n} \left[\left(1 + \frac{a}{l} \right)^2 + \left(1 - \frac{b+l}{l} \right)^2 \right] & a_2^{II} p^2 - C_{2n} \left[\left(1 - \frac{b+l}{l} \right) \frac{b+l}{l} - \frac{a}{l} \left(1 + \frac{a}{l} \right) \right] \\ a_2^{II} p^2 - C_{2n} \left[\left(1 - \frac{b+l}{l} \right) \frac{b+l}{l} - \frac{a}{l} \left(1 + \frac{a}{l} \right) \right] & a_3^{II} p^2 - C_{2n} \left[\left(\frac{a}{l} \right)^2 + \left(\frac{b+l}{l} \right)^2 \right] \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрыв определитель, получим следующее биквадратное уравнение:

$$\begin{aligned} & (a_1^{II} a_3^{II} - (a_2^{II})^2) p^4 - \\ & - C_{2n} \left\{ a_3^{II} \left[\left(1 + \frac{a}{l} \right)^2 + \left(1 - \frac{b+l}{l} \right)^2 \right] + a_1^{II} \left[\left(\frac{a}{l} \right)^2 + \left(\frac{b+l}{l} \right)^2 \right] \right\} p^2 - \\ & - 2a_2^{II} C_{2n} \left[\left(1 - \frac{b+l}{l} \right) - \frac{a}{l} \left(1 + \frac{a}{l} \right) \right] p^2 + \\ & + C_{2n}^2 \left\{ \left[\left(1 + \frac{a}{l} \right)^2 + \left(1 - \frac{b+l}{l} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{a}{l} \right)^2 + \left(\frac{b+l}{l} \right)^2 \right] - \left[\left(1 - \frac{b+l}{l} \right) \frac{b+l}{l} - \frac{a}{l} \left(1 + \frac{a}{l} \right) \right]^2 \right\} = 0, \end{aligned}$$

решение которого дает четыре корня, два из которых будут отрицательными и, следовательно, не удовлетворяющими физическому смыслу задачи.

5.4.2 Крутильные колебания

Приведение системы крутильных колебаний к входному валу

Запишем соотношения между координатами исходной и приведенной систем:

$$\begin{aligned} \varphi_1' &= \varphi_1; \quad \varphi_2' = \varphi_2; \quad \varphi_3' = \varphi_3 \times u_I; \\ \varphi_4' &= \varphi_4 \times u_I; \quad \varphi_5' = \varphi_5 \times u_I \times u_{II}; \quad \varphi_6' = \varphi_6 \times u_I \times u_{II}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

где $u_I = \frac{z_k^I}{z_{ш}^I}$; $u_{II} = \frac{z_k^{II}}{z_{ш}^{II}}$.

Запишем кинетическую энергию исходной системы:

$$2T = I_1 \ddot{\varphi}_1^2 + I_2 \ddot{\varphi}_2^2 + I_3 \ddot{\varphi}_3^2 + I_4 \ddot{\varphi}_4^2 + I_5 \ddot{\varphi}_5^2 + I_6 \ddot{\varphi}_6^2.$$

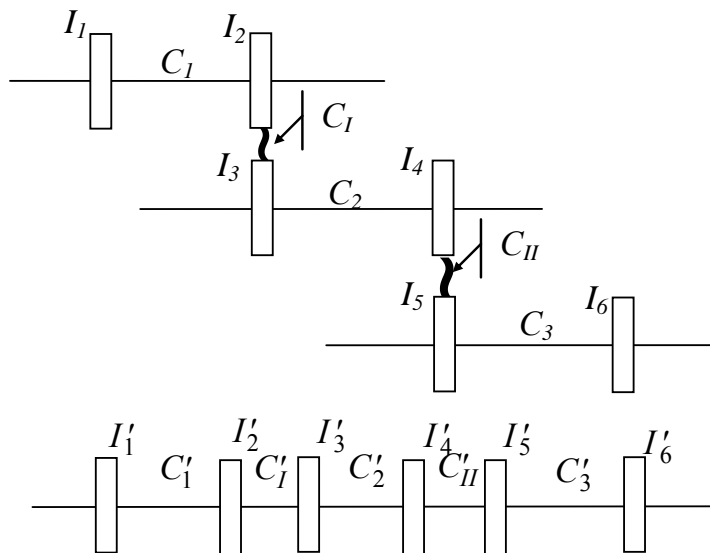


Рисунок 5.22 – Схема приведения к входному валу

Кинетическая энергия приведенной системы равна:

$$2T' = I'_1 \ddot{\varphi}_1'^2 + I'_2 \ddot{\varphi}_2'^2 + I'_3 \ddot{\varphi}_3'^2 + I'_4 \ddot{\varphi}_4'^2 + I'_5 \ddot{\varphi}_5'^2 + I'_6 \ddot{\varphi}_6'^2.$$

С учетом (5.7) запишем выражения для массовых элементов

$$\begin{aligned} I'_1 &= I_1; \quad I'_2 = I_2; \quad I'_3 = \frac{I_3}{u_I}; \\ I'_4 &= \frac{I_4}{u_I}; \quad I'_5 = \frac{I_5}{u_I u_{II}}; \quad I'_6 = \frac{I_6}{u_I u_{II}}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Потенциальная энергия:

$$2\Pi = C_1(\varphi_2 - \varphi_1)^2 + C_I(\varphi_3 r_k^I - \varphi_2 r_{uu}^I)^2 + C_2(\varphi_4 - \varphi_3)^2 + \\ + C_{II}(\varphi_5 r_k^{II} - \varphi_4 r_{uu}^{II})^2 + C_3(\varphi_6 - \varphi_5)^2,$$

$$2\Pi = C_1'(\varphi_2' - \varphi_1')^2 + C_I'(\varphi_3' - \varphi_2')^2 + C_2'(\varphi_4' - \varphi_3')^2 + \\ + C_{II}'(\varphi_5' - \varphi_4')^2 + C_3'(\varphi_6' - \varphi_5')^2.$$

Сравнивая полученные выражения для потенциальных энергий и учитывая (5.7), выведем соотношения для упругих элементов приведенной системы:

$$\tilde{N}_1' = \tilde{N}_1; \tilde{N}_3'(\varphi_4' - \varphi_3')^2 = \tilde{N}_3(\varphi_4 - \varphi_3)^2; \\ \tilde{N}_3' u_1^2 = C_3; C_3' = \frac{C_3}{u_1^2}.$$

аналогично

$$C_5' = \frac{C_4}{u_1 u_{II}}; C_2' \times (\varphi_3' - \varphi_2')^2 = C_I \times (\varphi_3 r_k^I - \varphi_2 r_{\dot{u}}^I)^2; \\ C_2' \times (\varphi_3 u_1 - \varphi_2)^2 = C_I \times (r_{\phi}^I)^2 \times (\varphi_3 u_1 - \varphi_2)^2; \\ \tilde{N}_2' = \tilde{N}_1 \times (r_{\phi}^I)^2; \tilde{N}_4' = \frac{C_{II}(r_{\phi}^{II})^2}{u_1}.$$

тогда

$$\tilde{N}_5' = \frac{\tilde{N}_4}{u_1 u_{II}}; \tilde{N}_2' \times (\varphi_3' - \varphi_2')^2 = \tilde{N}_1 \times (\varphi_3 r_k^I - \varphi_2 r_{\phi}^I)^2; \\ \tilde{N}_2' \times (\varphi_3 u_1 - \varphi_2)^2 = C_I \times (r_{\phi}^I)^2 \times (\varphi_3 u_1 - \varphi_2)^2; \\ \tilde{N}_2' = \tilde{N}_1 \times (r_{\phi}^I)^2; \tilde{N}_4' = \frac{C_{II}(r_{\phi}^{II})^2}{u_1}.$$

Частоты приведенной системы обычно находятся двумя способами

1) с помощью составления векового уравнения и его последующего решения,

2) методом начальных параметров.

Составление векового уравнения

Зная кинетическую и потенциальную энергию колебаний, можно, воспользовавшись уравнением Лагранжа, записать дифференциальные уравнения движения приведенной системы:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\varphi}'_1 I'_1 - C'_1 (\varphi'_2 - \varphi'_1) &= 0, \\
 \ddot{\varphi}'_2 I'_2 + C'_1 (\varphi'_2 - \varphi'_1) - C'_2 (\varphi'_3 - \varphi'_2) &= 0, \\
 \ddot{\varphi}'_3 I'_3 + C'_2 (\varphi'_3 - \varphi'_2) - C'_3 (\varphi'_4 - \varphi'_3) &= 0, \\
 \ddot{\varphi}'_4 I'_4 + C'_3 (\varphi'_4 - \varphi'_3) - C'_4 (\varphi'_5 - \varphi'_4) &= 0, \\
 \ddot{\varphi}'_5 I'_5 + C'_4 (\varphi'_5 - \varphi'_4) - C'_5 (\varphi'_6 - \varphi'_5) &= 0, \\
 \ddot{\varphi}'_6 I'_6 + C'_5 (\varphi'_6 - \varphi'_5) &= 0.
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Предполагая, что когда система совершает одно из главных колебаний, все координаты φ_i изменяются по одному и тому же гармоническому закону

$$\varphi_i = A_i \sin(pt + e).$$

Подставив данные выражения в д.у. колебаний и сократив на $\sin(pt + e)$, получим выражение

$$\begin{vmatrix}
 C'_1 - I'_1 p^2 & -C'_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -C'_1 & C'_1 + C'_2 - I'_2 p^2 & -C'_2 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -C'_5 & C'_5 - I'_6 p^2
 \end{vmatrix}
 \begin{bmatrix}
 A_1 \\
 A_2 \\
 \vdots \\
 A_6
 \end{bmatrix} = 0.$$

Условие, при котором не все A_i равны нулю одновременно, выражается равенством нулю определителя всей системы:

$$\begin{vmatrix}
 C'_1 - I'_1 p^2 & -C'_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -C'_1 & C'_1 + C'_2 - I'_2 p^2 & -C'_2 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -C'_5 & C'_5 - I'_6 p^2
 \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрывая данный определитель, получаем уравнение 6-й степени относительно p^2 , называемое вековым или частотным уравнением.

Но так как аналитическое решение полученного векового уравнения сопряжено с рядом определенных трудностей, то решение частотного уравнения происходит следующим образом:

- 1) задаваясь различными значениями p строим зависимость $\Delta(p)$;
- 2) находим с помощью численных методов точки пересечения функции с осью абсцисс – это и есть решения векового уравнения – собственные частоты системы, совершающей крутильные колебания.

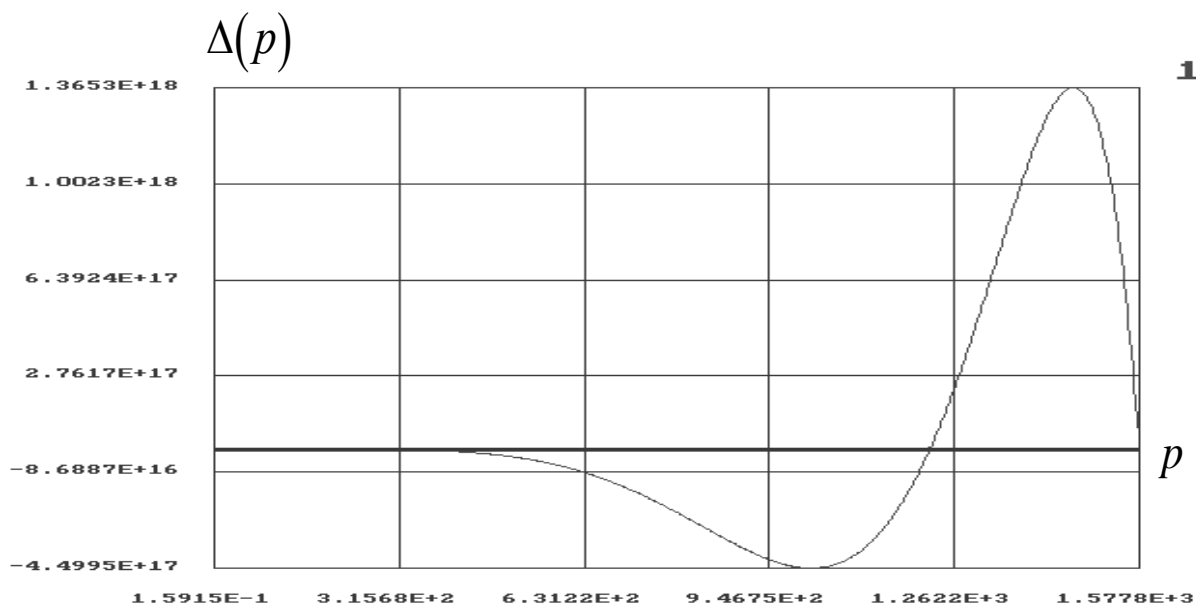


Рисунок 5.23 – Зависимость определителя системы от частоты

Метод начальных параметров

Вышеизложенные методы расчета собственных частот приведенной системы были методами приближенного решения системы однородных линейных уравнений специального типа. Однако существуют методы расчета собственных частот крутильных колебаний, не требующие ни вычисления кинетической и потенциальной энергии системы, ни предварительного составления уравнений. Эти методы являются самыми распространенными в расчетной практике. Рассмотрим один из таких методов – метод последовательных проб, известный под названием «метод Толле». В основе метода Толле лежат рекуррентные формулы для амплитудных угловых отклонений масс приведенного вала:

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= 1 \\ \theta_2 &= \theta_1 - e_1 p^2 I_1 \theta_1 \\ \theta_3 &= \theta_2 - e_2 p^2 (I_1 \theta_1 + I_2 \theta_2) \\ &\dots \\ \theta_n &= \theta_{n-1} - e_{n-1} p^2 (I_1 \theta_1 + \dots + I_{n-1} \theta_{n-1}) \end{aligned} \right\}$$

Решением будут точки пересечения с осью абсцисс функции вида $\Delta = I_1\theta_1 p^2 + I_2\theta_2 p^2 + \dots + I_n\theta_n p^2$, т. е. точки отсутствия в системе остаточных моментов.

5.5 Решение системы дифференциальных уравнений

При численном решении системы дифференциальных уравнений необходимо, чтобы данная система была представлена в каноническом виде.

Приведение системы дифференциальных уравнений к матричному виду
Имеется система обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 I_1 - C_1(\varphi_2 - \varphi_1) &= M; \\ \ddot{\varphi}_2 I_{uu}^I + C_1(\varphi_2 - \varphi_1) + C_I r_{uu}^I \Delta_I &= -\beta_I \dot{\Delta}_I r_{uu}^I; \\ \ddot{\varphi}_3 I_{\kappa}^I - C_2(\varphi_4 - \varphi_3) - C_I r_{\kappa}^I \Delta_I &= \beta_I \dot{\Delta}_I r_{\kappa}^I; \\ \ddot{\varphi}_4 I_{uu}^{II} + C_2(\varphi_4 - \varphi_3) + C_{II} r_{uu}^{II} \Delta_{II} &= -\beta_{II} \dot{\Delta}_{II} r_{uu}^{II}; \\ \ddot{\varphi}_5 I_{\kappa}^{II} - C_3(\varphi_6 - \varphi_5) - C_{II} r_{\kappa}^{II} \Delta_{II} &= \beta_{II} \dot{\Delta}_{II} r_{\kappa}^{II}; \\ \ddot{\varphi}_6 I_2 + C_3(\varphi_6 - \varphi_5) &= \frac{M}{i_I i_{II}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{\phi}^I \left[\frac{a}{a+b+l} (\ddot{x}_{12} - \ddot{x}_{11}) + \ddot{x}_{11} \right] &\left[\left(1 - \frac{a}{a+b+l} \right) - I_{y1} \frac{\ddot{x}_{12} - \ddot{x}_{11}}{(a+b+l)^2} + C_{Iv} x_{11} - \right. \\ &\left. - C_I \Delta_I \left(1 - \frac{a}{a+b+l} \right) \right] = -\beta_{1g} \dot{x}_{11} + \beta_I \dot{\Delta}_I \left(1 - \frac{a}{a+b+l} \right); \\ m_{\phi}^I \left[\frac{a}{a+b+l} (\ddot{x}_{12} - \ddot{x}_{11}) + \ddot{x}_{11} \right] &\frac{a}{a+b+l} + I_{y1} \frac{\ddot{x}_{12} - \ddot{x}_{11}}{(a+b+l)^2} + C_{Iv} x_{12} - \\ &- C_I \Delta_I \frac{a}{a+b+l} = -\beta_{1g} \dot{x}_{12} + \beta_I \dot{\Delta}_I \frac{a}{a+b+l}; \\ \ddot{x}_k^I m_k^I - I_{y2} \frac{\ddot{x}_a^{II} - \ddot{x}_k^I}{l} + C_{2n} \left[x_k^I - (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{a}{l} \right] &\left[\left(1 + \frac{a}{l} \right) + \right. \\ &\left. + C_{2n} \left[x_k^I + (x_{\phi}^{II} - x_k^I) \frac{b+l}{l} \right] \left(1 - \frac{b+l}{l} \right) + C_I \Delta_I \frac{1}{\cos \gamma_I} = \right. \\ &\left. - \beta_{2n} \left[\dot{x}_k^I - (\dot{x}_{\phi}^{II} - \dot{x}_k^I) \frac{a}{l} \right] \left(1 + \frac{a}{l} \right) - \beta_{2n} \left[\dot{x}_k^I + (\dot{x}_{\phi}^{II} - \dot{x}_k^I) \frac{b+l}{l} \right] \left(1 - \frac{b+l}{l} \right) - \frac{\beta_I \dot{\Delta}_I}{\cos \gamma_I}; \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{x}_\phi'' m_\phi'' + I_{y2} \frac{\ddot{x}_\phi'' - \ddot{x}_k^I}{l} - C_{2n} \left[x_k^I - (x_\phi'' - x_k^I) \frac{a}{l} \right] \frac{a}{l} + \\
& + C_{2n} \left[x_k^I + (x_\phi'' - x_k^I) \frac{b+l}{l} \right] \frac{b+l}{l} + C_{II} \Delta_{II} \frac{1}{\cos \gamma_{II}} = \\
& \beta_{2n} \left[\dot{x}_k^I - (\dot{x}_\phi'' - \dot{x}_k^I) \frac{a}{l} \right] \frac{a}{l} - \beta_{2n} \left[\dot{x}_k^I + (\dot{x}_\phi'' - \dot{x}_k^I) \frac{b+l}{l} \right] \frac{b+l}{l} - \frac{\beta_{II} \dot{\Delta}_{II}}{\cos \gamma_{II}}; \\
& m_k'' \left[\frac{a+l}{a+b+l} (\ddot{x}_{32} - \ddot{x}_{31}) + \ddot{x}_{31} \right] \left(1 - \frac{a+l}{a+b+l} \right) - I_{y3} \frac{\ddot{x}_{32} - \ddot{x}_{31}}{a+b+l} + \\
& + C_{3i} x_{31} - C_{II} \Delta_{II} \left(1 - \frac{a+l}{a+b+l} \right) = -\beta_{3n} \dot{x}_{31} + \beta_{II} \dot{\Delta}_{II} \left(1 - \frac{a}{a+b+l} \right); \\
& m_k'' \left[\frac{a+l}{a+b+l} (\ddot{x}_{32} - \ddot{x}_{31}) + \ddot{x}_{31} \right] \frac{a+l}{a+b+l} + I_{y3} \frac{\ddot{x}_{32} - \ddot{x}_{31}}{a+b+l} + \\
& + C_{3i} x_{32} - C_{II} \Delta_{II} \frac{a+l}{a+b+l} = -\beta_{3n} \dot{x}_{32} + \beta_{II} \dot{\Delta}_{II} \frac{a+l}{a+b+l}.
\end{aligned}$$

Для большего удобства представим систему в матричном виде:

$$[M] \times \frac{d^2}{dt^2} [q] + [C] \times [q] = [Q] - [B] \times \frac{d}{dt} [q], \quad (5.9)$$

где $[q]$ – вектор искомых перемещений,

$[Q]$ – вектор силовых параметров,

$[M]$ – матрица массовых характеристик,

$[C]$ – матрица жесткостных характеристик,

$[B]$ – матрица упругих характеристик.

В соответствии с вышеизложенным матрицы $[M]$, $[C]$ и $[B]$ равны:

$$[M] = \begin{pmatrix}
I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & I_{uu}^I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & I_k^I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & I_{uu}^{II} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & I_k^{II} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_7 & m_{7,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{8,7} & m_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_9 & m_{9,10} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{10,9} & m_{10} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{11} & m_{11,12} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{12,11} & m_{12}
\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l}
\text{[C]=} \\
\begin{array}{cccccccccccc}
\mathbf{n}_1 & -\mathbf{n}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-C_1 & C_1 + n_2 r_{uu}^I & -n_2 r_k^I & 0 & 0 & 0 & -n_2 l_1 & -n_2 l_2 & \mathbf{n}_2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -n_3 r_{uu}^I & C_2 + n_3 r_k^I & -C_2 & 0 & 0 & n_3 l_1 & n_3 l_2 & \mathbf{n}_3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -C_2 & C_2 + n_4 r_{uu}^{II} & -n_4 r_k^{II} & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{n}_4 & -n_4 l_3 & n_4 l_4 \\
0 & 0 & 0 & -n_5 r_{uu}^{II} & C_3 + n_5 r_k^{II} & -C_3 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{n}_5 & n_5 l_3 & n_5 l_4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{n}_6 & \mathbf{n}_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -n_7 r_{uu}^I & n_7 r_k^I & 0 & 0 & 0 & C_{1n} + n_7 l_1 & n_7 l_2 & -\mathbf{n}_7 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -n_8 r_{uu}^I & n_8 r_k^I & 0 & 0 & 0 & -n_8 l_1 & C_{1n} + n_8 l_2 & -\mathbf{n}_8 & 0 & 0 & 0 \\
0 & n_9 r_{uu}^I & -n_9 r_k^I & 0 & 0 & 0 & n_9 l_1 & -n_9 l_2 & \mathbf{n}_{9,9} & \mathbf{n}_{9,10} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & n_{10} r_{uu}^{II} & -n_{10} r_k^{II} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{n}_{10,9} & \mathbf{n}_{10,10} & -\mathbf{n}_{10} l_3 & -\mathbf{n}_{10} l_4 \\
0 & 0 & 0 & -n_{11} r_{uu}^{II} & n_{11} r_k^{II} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{n}_{11} & C_{3n} + n_{11} l_3 & \mathbf{n}_{11} l_4 \\
0 & 0 & 0 & -n_{12} r_{uu}^{II} & n_{12} r_k^{II} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{n}_{12} & \mathbf{n}_{12} l_3 & C_{3n} + n_{12} l_4
\end{array} \\
\text{[B]=} \\
\begin{array}{cccccccccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -b_7 r_{uu}^I & b_7 r_k^I & 0 & 0 & 0 & \beta_{1n} + b_7 l_1 & b_7 l_2 & -\mathbf{b}_7 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -b_8 r_{uu}^I & b_8 r_k^I & 0 & 0 & 0 & -b_8 l_1 & \beta_{1n} + b_8 l_2 & -\mathbf{b}_8 & 0 & 0 & 0 \\
0 & b_9 r_{uu}^I & -b_9 r_k^I & 0 & 0 & 0 & \mathbf{b}_9 l_1 & -\mathbf{b}_9 l_2 & \mathbf{b}_{9,9} & \mathbf{b}_{9,10} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & b_{10} r_{uu}^{II} & -b_{10} r_k^{II} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{b}_{10,9} & \mathbf{b}_{10,10} & -\mathbf{b}_{10} l_3 & -\mathbf{b}_{10} l_4 \\
0 & 0 & 0 & -b_{11} r_{uu}^{II} & b_{11} r_k^{II} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{b}_{11} & \beta_{3n} + b_{11} l_3 & \mathbf{b}_{11} l_4 \\
0 & 0 & 0 & -b_{12} r_{uu}^{II} & b_{12} r_k^{II} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{b}_{12} & \mathbf{b}_{12} l_3 & \beta_{3n} + b_{12} l_4
\end{array}
\end{array}$$

где введены условные обозначения:

$$\begin{aligned}
m_7 &= m_{uu}^I l_1^2 + \frac{I_{\text{Э}1}}{(a+b+l)^2}; & m_{7,8} &= m_{uu}^I l_1 l_2 - \frac{I_{\text{Э}1}}{(a+b+l)^2}; \\
m_{8,7} &= m_{uu}^I l_1 l_2 - \frac{I_{\text{Э}1}}{(a+b+l)^2}; & m_8 &= m_{uu}^I l_2^2 + \frac{I_{\text{Э}1}}{(a+b+l)^2}; \\
m_9 &= m_k^I + \frac{I_{\text{Э}2}}{l}; & m_{9,10} &= -\frac{I_{\text{Э}2}}{l}; & m_{10,9} &= -\frac{I_{\text{Э}2}}{l}; \\
m_{10} &= m_{uu}^{II} + \frac{I_{\text{Э}2}}{l}; & m_{11} &= m_k^{II} l_3^2 + \frac{I_{\text{Э}3}}{(a+b+l)^2}; \\
m_{11,12} &= m_k^{II} l_3 l_4 - \frac{I_{\text{Э}3}}{(a+b+l)^2}; & m_{12,11} &= m_k^{II} l_3 l_4 - \frac{I_{\text{Э}3}}{(a+b+l)^2}; \\
m_{12} &= m_k^{II} l_4^2 + \frac{I_{\text{Э}3}}{(a+b+l)^2}; \\
l_1 &= \left(1 - \frac{a}{a+b+l}\right); & l_2 &= \frac{a}{a+b+l}; \\
l_3 &= \left(1 - \frac{a+b}{a+b+l}\right); & l_4 &= \frac{a+b}{a+b+l}; \\
n_1 &= C_I; & n_2 &= C_I r_\phi^I; \\
n_3 &= C_I r_k^I; & n_4 &= C_{II} r_\phi^{II}; \\
n_5 &= C_{II} r_k^{II}; & n_6 &= C_3; \\
n_7 &= C_I l_1; & n_8 &= C_I l_2; \\
n_9 &= C_I; & n_{10} &= C_{II}; \\
n_{11} &= C_{II} l_3; & n_{12} &= C_{II} l_4; \\
n_{9,9} &= n_9 + C_{2n} \left[\left(1 + \frac{a}{l}\right)^2 + \left(1 - \frac{b+l}{l}\right)^2 \right]; & n_{9,10} &= C_{2n} \left[-\frac{a}{l} \left(1 + \frac{a}{l}\right) - \frac{(b+l)}{l} \left(-\frac{b}{l}\right) \right]; \\
n_{10,9} &= C_{2n} \left[-\frac{a}{l} \left(1 + \frac{a}{l}\right) + \frac{(b+l)}{l} \left(-\frac{b}{l}\right) \right]; & n_{10,10} &= n_{10} + C_{2n} \left[\left(\frac{a}{l}\right)^2 + \left(\frac{b+l}{l}\right)^2 \right]; \\
b_7 &= \beta_I l_1, & b_8 &= \beta_I l_2, \\
b_9 &= \beta_I, & b_{10} &= \beta_{II}, \\
b_{11} &= \beta_{II} l_3, & b_{12} &= \beta_{II} l_4,
\end{aligned}$$

$$b_{9,9} = b_9 + \beta_{2n} \left[\left(1 + \frac{a}{l}\right)^2 + \left(1 - \frac{b+l}{l}\right)^2 \right]; \quad b_{9,10} = \beta_{2n} \left[-\frac{a}{l} \left(1 + \frac{a}{l}\right) - \frac{(b+l)}{l} \left(-\frac{b}{l}\right) \right];$$

$$b_{10,9} = \beta_{2n} \left[-\frac{a}{l} \left(1 + \frac{a}{l}\right) + \frac{(b+l)}{l} \left(-\frac{b}{l}\right) \right]; \quad b_{10,10} = b_{10} + \beta_{2n} \left[\left(\frac{a}{l}\right)^2 + \left(\frac{b+l}{l}\right)^2 \right].$$

В вектор силовых параметров [Q] войдут как моменты, приложенные к системе, так и силы и моменты, возникающие вследствие погрешностей изготовления:

$$[Q] = \begin{bmatrix} M \\ -A_I \times (n_2 \times \sin w_{I}t + b_2 \times w_I \times \cos w_{I}t) \\ A_I \times (n_3 \times \sin w_{I}t + b_3 \times w_I \times \cos w_{I}t) \\ -A_{II} \times (n_4 \times \sin w_{II}t + b_4 \times w_{II} \times \cos w_{II}t) \\ A_{II} \times (n_5 \times \sin w_{II}t + b_5 \times w_{II} \times \cos w_{II}t) \\ -\frac{M}{u_I u_{II}} \\ A_I \times (n_7 \times \sin w_{I}t + b_7 \times w_I \times \cos w_{I}t) \\ A_I \times (n_8 \times \sin w_{I}t + b_8 \times w_I \times \cos w_{I}t) \\ -A_I \times (n_9 \times \sin w_{I}t + b_8 \times w_I \times \cos w_{I}t) \\ -A_{II} \times (n_{10} \times \sin w_{II}t + b_9 \times w_{II} \times \cos w_{II}t) \\ A_{II} \times (n_{11} \times \sin w_{II}t + b_{10} \times w_{II} \times \cos w_{II}t) \\ A_{II} \times (n_{12} \times \sin w_{II}t + b_{II} \times w_{II} \times \cos w_{II}t) \end{bmatrix}.$$

Приведение дифференциальных уравнений к каноническому виду

После приведения дифференциальных уравнений к матричному виду достаточно удобно можно преобразовать эти уравнения к каноническому виду, более удобному для работы.

Сделаем для этой цели замену переменных:

$$[\bar{q}] = \frac{d}{dt} [q], \quad (5.10)$$

тогда выражение (5.10) после некоторых преобразований приобретет вид:

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [\bar{q}] \\ [q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[B] & -[C] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\bar{q}] \\ [q] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [Q] \\ [0] \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

где $[0]$ – нулевая матрица

$[I]$ – единичная матрица

Вид (5.11) с некоторыми допущениями соответствует виду (5.9) и пригоден для решения с использованием метода Рунге-Кутты.

5.6 Расчет динамики редуктора

Для проведения численных расчетов был взят редуктор со следующими геометрическими и массовыми характеристиками:

Геометрические характеристики:

количество зубьев шестерни I ступени.....	40
количество зубьев колеса I ступени.....	120
модуль зубьев колес I ступени (мм).....	5
угол зацепления I ступени (град.).....	20
количество зубьев шестерни II ступени.....	23
количество зубьев колеса II ступени.....	57
модуль зубьев колес II ступени (мм).....	10
угол зацепления II ступени (град.).....	20
<i>a</i>	70
<i>b</i>	100
<i>l</i>	50

Массовые характеристики:

I присоединенный момент инерции (кг*см ²).....	1e+5
момент инерции шестерни I ступени (кг*см ²).....	247,5
масса шестерни I ступени (кг).....	4,95
момент инерции колеса I ступени (кг*см ²).....	2e+4
масса колеса I ступени (кг).....	44,5
момент инерции шестерни II ступени (кг*см ²).....	429,8
масса шестерни II ступени (кг).....	6,5
момент инерции колеса II ступени (кг*см ²).....	1,67e+4
масса колеса II ступени (кг).....	40,7
II присоединенный момент инерции (кг*см ²).....	2e+5
экваториальный момент инерции 1-го вала (кг*см ²)...	125,4
экваториальный момент инерции 2го вала (кг*см ²)...	10217,9
экваториальный момент инерции 3го вала (кг*см ²)...	8390

Упругие характеристики:

жесткость на кручение I вала (кг).....	9e+5
жесткость опор I вала (кг/см).....	8e+6
жесткость на кручение II вала (кг).....	3e+6
жесткость опор II вала (кг/см).....	8e+6
жесткость на кручение III вала (кг).....	9e+5
жесткость опор III вала (кг/см).....	8e+6

жесткость зацепления I ступени	
однопарного.....	4e+5
двухпарного.....	1e+6
жесткость зацепления II ступени	
однопарного.....	7,5e+5
двухпарного.....	1,5e+6
<i>Коэффициенты вязкого трения:</i>	
опоры I вала.....	2e+4
опоры II вала.....	4e+5
опоры III вала.....	4e+5
I зацепления.....	3e+4
II зацепления.....	6e+4
<i>Приложенный на входе крутящий момент (кг*см)...</i>	2e+3

Были проведены исследования по вычислению собственных частот исследуемой системы. Результаты расчета собственных частот представлены в виде таблицы 5.1.

Таблица 5.1 – Собственные частоты исследуемой системы

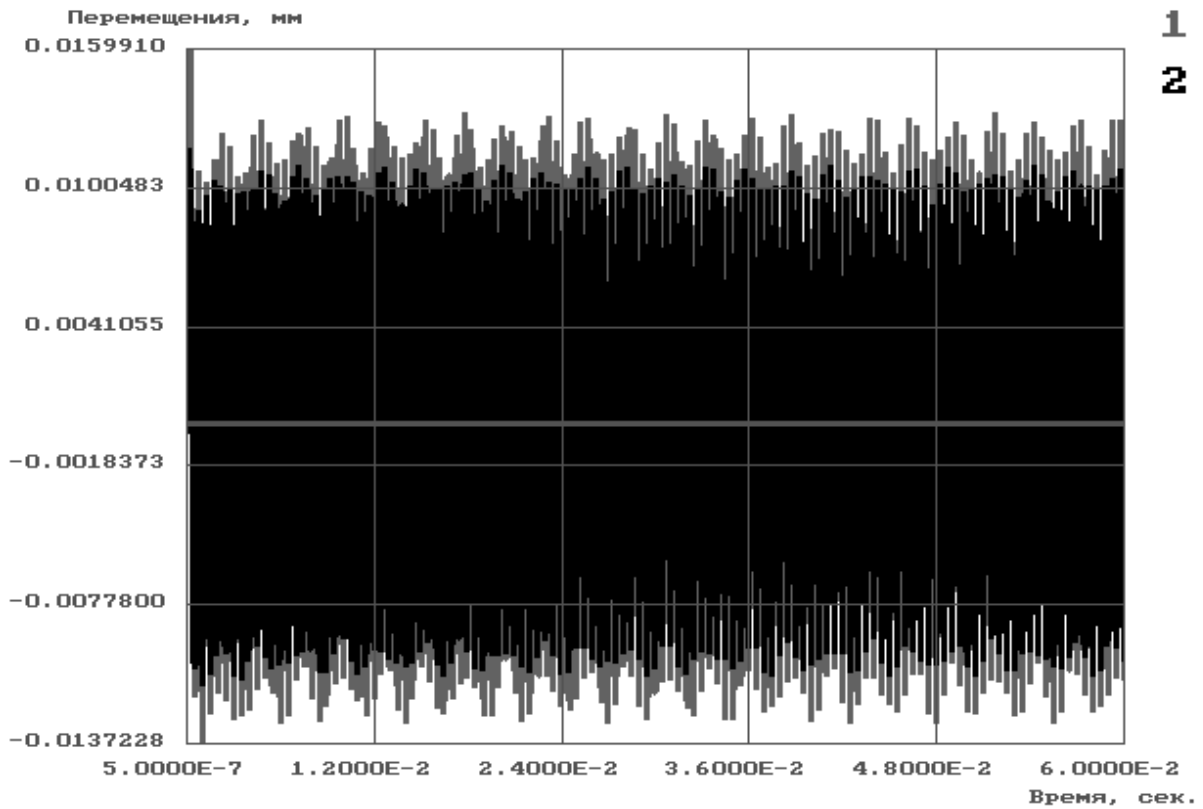
Поперечные колебания	Крутильные колебания	
	Метод Толле	Разрешение векового уравнения
Входной вал	9,3	9,3
15,35	31,6	31,6
399,52	59,3	59,3
Промежуточный вал		
265,52	7240,2	7240,2
673,905	7669,8	7669,8
Выходной вал	19,4	19,4
76,01	63,6	63,6
100,36	159,8	159,8

Совпадение результатов при применении двух различных методов определения частоты крутильных колебаний служит дополнительным подтверждением правильности вычислений.

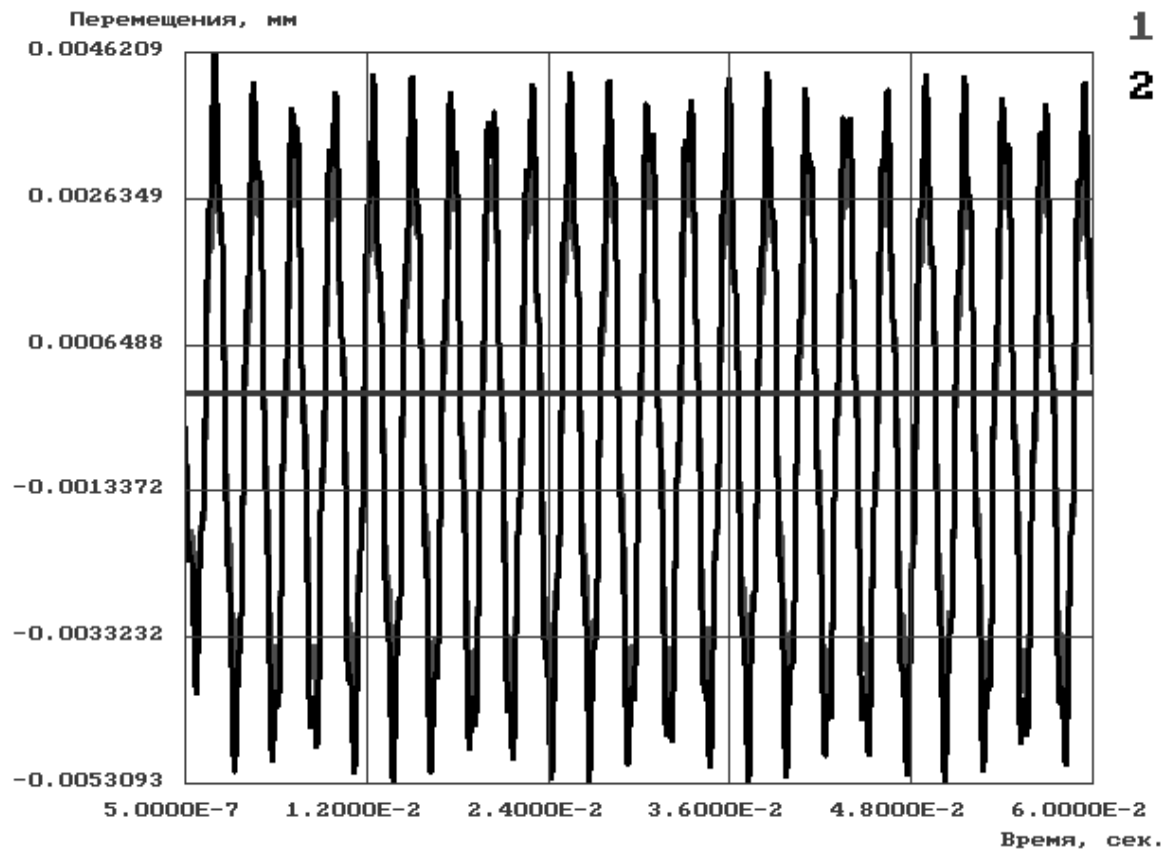
Вычисленные частоты соответствуют резонансным режимам и, по возможности, при эксплуатации редуктора должны быть исключены из рабочего диапазона.

Разрешая методом Рунге-Кутта систему дифференциальных уравнений, задавшись нижеприведенными начальными условиями, получаем зависимость перемещений валов от времени.

На рис. 5.24 и 5.25 представлены перемещения валов за один оборот промежуточного вала, при этом входной вал совершает три оборота.

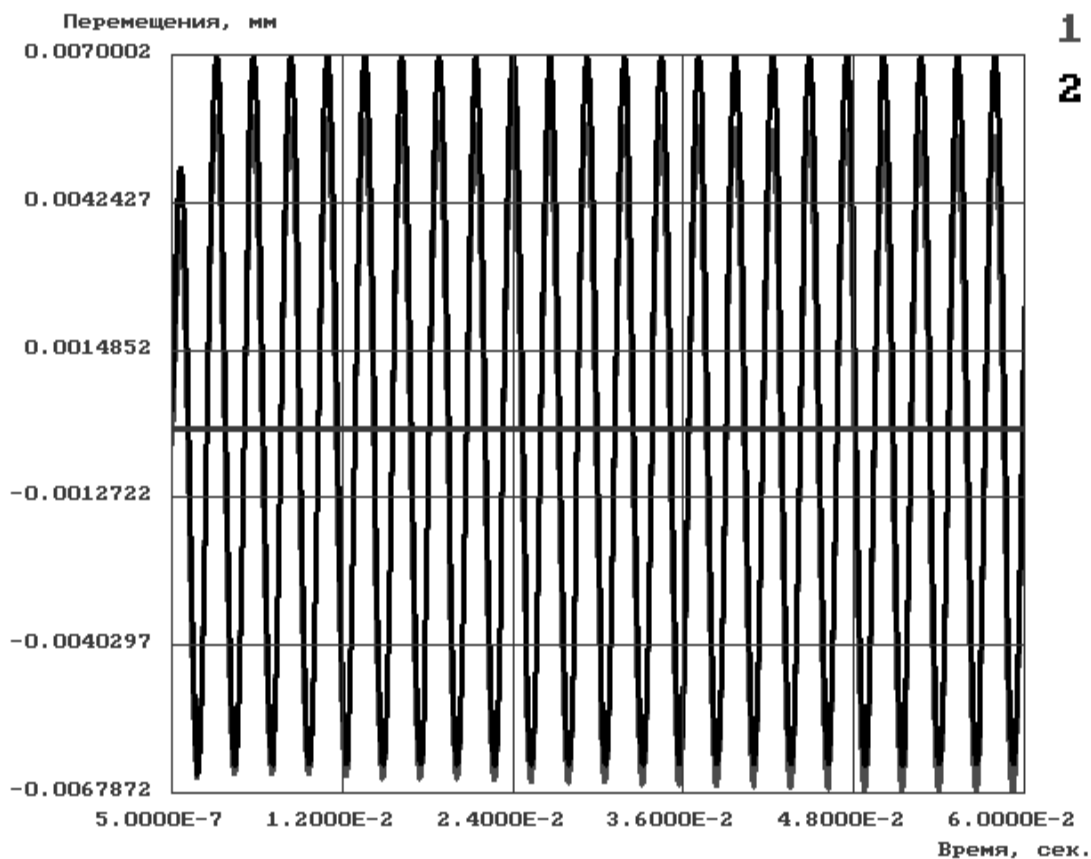


а)



б)

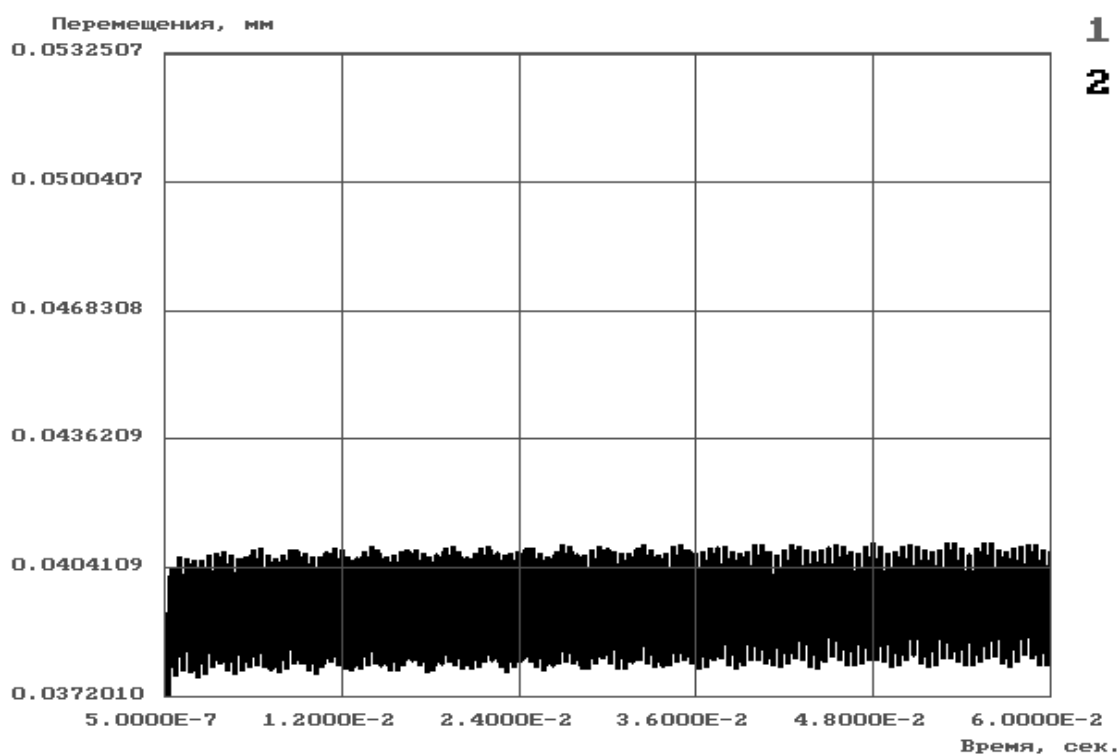
а – входного вала; б – промежуточного вала
Рисунок 5.24, лист 1 – Поперечные колебания



в)

в – выходного вала

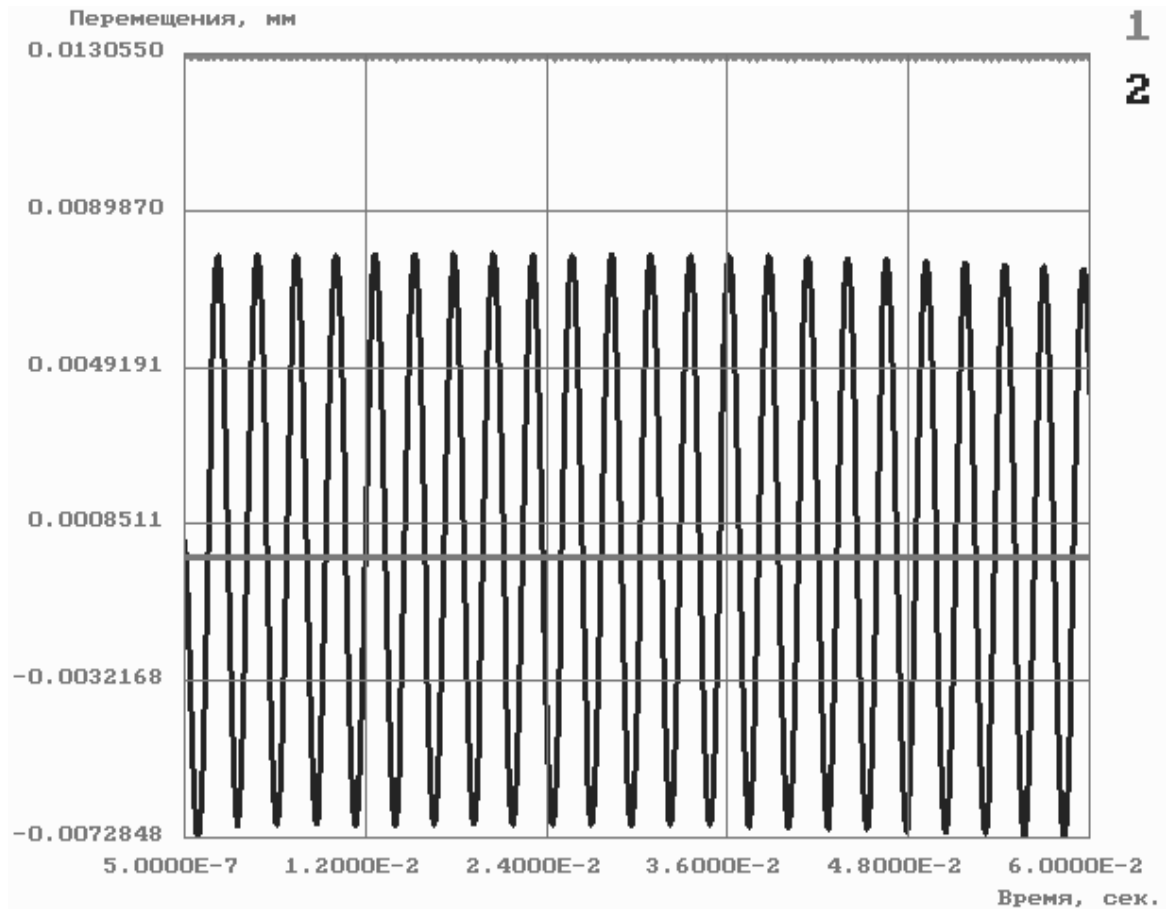
Рисунок 5.24, лист 2 – Поперечные колебания



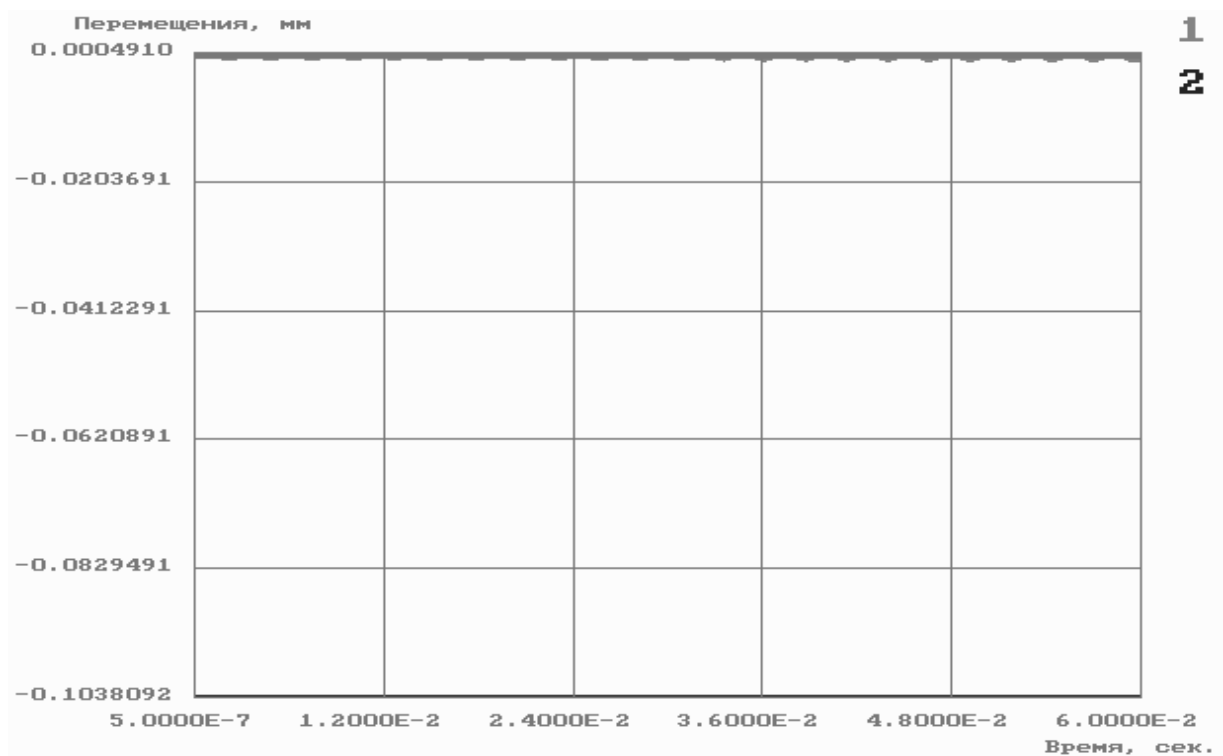
а)

а – входного вала

Рисунок 5.25, лист 1 – Крутильные колебания



б)



в)

*б – промежуточного вала; в – выходного вала
Рисунок 5.25, лист 2 – Крутильные колебания*

На представленных графиках явно видно влияние колебаний различных валов друг на друга, проявляющееся в зависимости амплитуды колебаний от времени (рис. 5.25, а и б).

Влияние второй ступени редуктора на первую проявляется в наложении колебаний различной амплитуды и частоты друг на друга (рис. 5.26).

Помимо этого, важным замечанием есть то, что амплитуды крутильных колебаний присоединенных масс достаточно малы, т. е. внутренняя динамика редуктора не оказывает влияния на внешнюю и, вполне вероятно, что внешняя динамика на одном из концов не всегда будет определять внешнюю динамику на другом, таким образом, редуктор будет выступать в роли своеобразного демпфера колебаний.

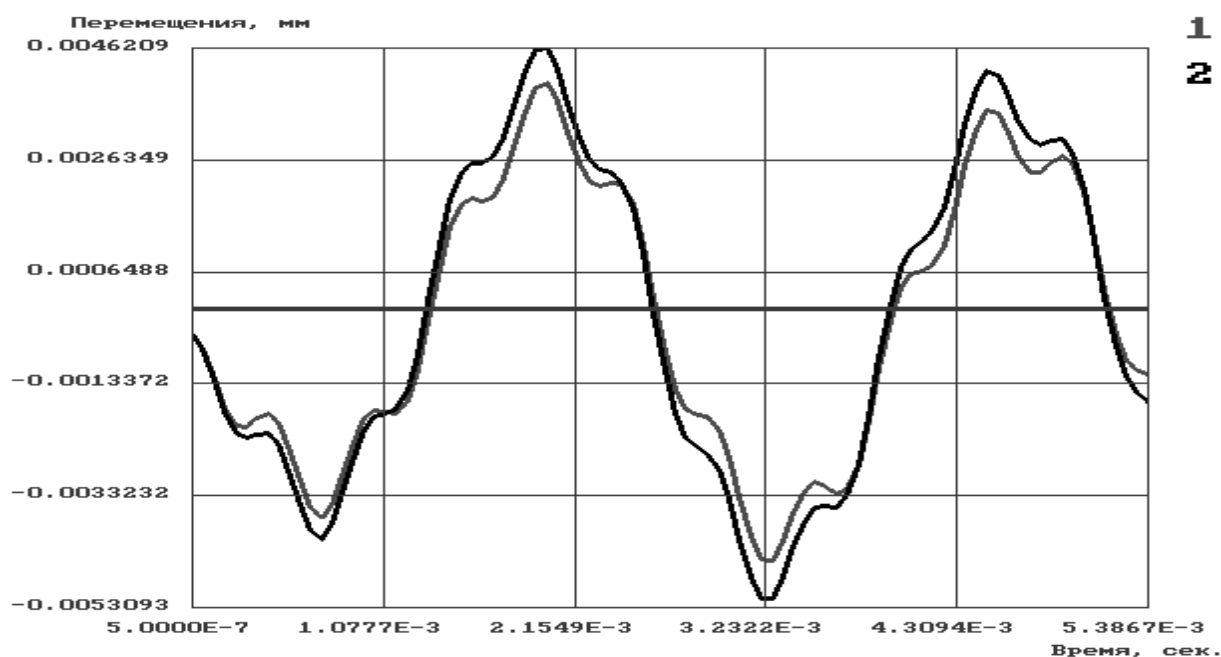


Рисунок 5.26 – Поперечные колебания промежуточного вала за два пересопряжения зубьев второй ступени

5.7 Параметрический анализ

Исследование зависимости законов движения от жесткости вала, соединяющего ступени передачи

При этом были рассмотрены три варианта жесткости: первоначальный, результаты для которого приведены выше, и два варианта с жесткостью, пониженной на 30 % и увеличенной на такую же величину.

Как показали исследования, изменение жесткости обратно пропорционально связано с увеличением амплитуд крутильных колебаний от 0.08 % на входном валу до 2.9 % на промежуточном, изменение амплитуд поперечных колебаний не превышает 0.01 %. При этом с уменьшением

жесткости уменьшается связь между ступенями редуктора: при изменении амплитуды крутильных колебаний шестерни второго вала на 2.9 % амплитуда колеса первой ступени изменяется на 2.7 %, аналогичные результаты при увеличении жесткости.

Таким образом, увеличением жесткости данного вала можно добиться уменьшения амплитуд крутильных колебаний, резонансные частоты при этом повышаются, но возрастает и зависимость между перемещениями колес первой и второй ступеней.

Исследование влияния массовых характеристик

Проведено три варианта расчета с различными значениями массовых характеристик шестерни второй ступени (табл. 5.2).

Таблица 5.2 – Исходные данные для расчета

№		m (кг)	I_p (кг*см ²)	I_3 (кг*см ²)
1.	Исходный	6,5	429,8	217,9
2.	С уменьшением массы	5,5	363,7	183,7
3.	С увеличением массы	7,5	495,9	250,5

Полученные результаты (табл. 5.3) показывают прямую зависимость между увеличением массы и амплитуды колебаний.

Таблица 5.3 – Изменение амплитуды при 20 % изменении массовых характеристик шестерни второй ступени (в %)

	Поперечные колебания	Крутильные колебания
Входной вал	1	$3 \cdot 10^{-4}$
Промежуточный вал	9,6	9,8
Выходной вал	9,3	≈ 0

По вышесказанному можно сделать вывод, что подбором массовых характеристик шестерни второй ступени можно оказывать влияние на поперечные колебания валов. При этом, что закономерно, на входной вал оказывается наименьшее влияние. Оказывается влияние также на амплитуду крутильных колебаний промежуточного вала, изменения же в амплитудах крутильных колебаний 1 и 3 валов не значительны и ими можно пренебречь.

Выводы к разделу 5

В данном разделе представлены исследования о влиянии различных факторов на колебательные процессы.

Пользуясь полученной информацией, построена упрощенная модель двухступенчатого редуктора, в которой учитываются основные факторы, влияющие на динамические нагрузки в процессе колебаний: деформации зубьев, опор, валов, массы самих колес и массы упруго с ними связанные.

Составлены дифференциальные уравнения, описывающие колебательные процессы в двухступенчатом редукторе, проведены исследования по оценке влияния некоторых характеристик редуктора на законы движения передачи, сделаны выводы по полученным данным.

Несомненно, что данная модель имеет несовершенства:

- она учитывает только некоторые из факторов, влияющих на колебательные процессы;
- учтена только одна из возможных схем редуктора;
- в процессе исследований пренебрегается колебаниями в плоскости, перпендикулярной к плоскости зацепления.

РАЗДЕЛ 6. СОЕДИНИТЕЛЬНЫЕ МУФТЫ

6.1. Муфта фрикционная

Муфты применяются в самих различных отраслях промышленности: машиностроительной, энергетической, металлургической, химической, горно-обогатительной и других где используются для соединения концов валов, стержней, труб, тросов, и т.д.

Известны конусные фрикционные муфты, которые состоят из двух полумуфт с коническими поверхностями трения. Эти муфты передают вращательный момент сил с одного вала на второй за счет сил трения на рабочих торцевых конусных поверхностях полумуфт благодаря осевому давлению одной полумуфты на другую. В период включения конусной фрикционной муфты имеет место скольжение фрикционных поверхностей, что приводит к износу их рабочих поверхностей [53].

Передача больших вращательных моментов с одного вала на второй посредством конусных фрикционных муфт нуждается в большом давлении на торцевые поверхности полумуфт, что требует больших дополнительных осевых сил, действующих на валы. Указанные недостатки ограничивают использования этих муфт в качестве тормозных. Кроме того, установка таких муфт на валы требует специальной расточки концов валов.

Лишена вышеуказанных недостатков радиальная шинно-пневматическая муфта [53].

Эти муфты находят широкое применение в устройствах бурения нефтяных и газовых скважин, в приводах судовых установок, в экскаваторах, конвейерах и вспомогательных машинах. Такие муфты возможно использовать и в качестве тормозов.

К недостаткам этих муфт относят: значительная стоимость резинокордового баллона и технологического процесса его изготовления, высокий износ, за счет трения, чувствительность к смазкам, щелочам, кислотам. Шинно-пневматическая муфта не вызывает дополнительных осевых нагрузок на валы благодаря диаметральному давлению резинокордового баллона на вал. Вращательный момент сил, который передается от одного вала ко второму, ограничивается прочностью резинокорда. Поэтому для передачи больших вращательных моментов габариты муфты значительно увеличиваются или повышается давление воздуха, что увеличивает возможность взрыва баллона от давления воздуха. С точки зрения техники безопасности резинокордовые баллоны должны иметь многократный запас прочности.

Также следует учесть опасность муфты за счет большого давления воздуха.

Таким образом, поставлена задача увеличения передачи вращательных моментов с одного вала на второй, уменьшение стоимости материала и процесса изготовления муфты, обеспечения надежности, при сохранении окружающей среды.

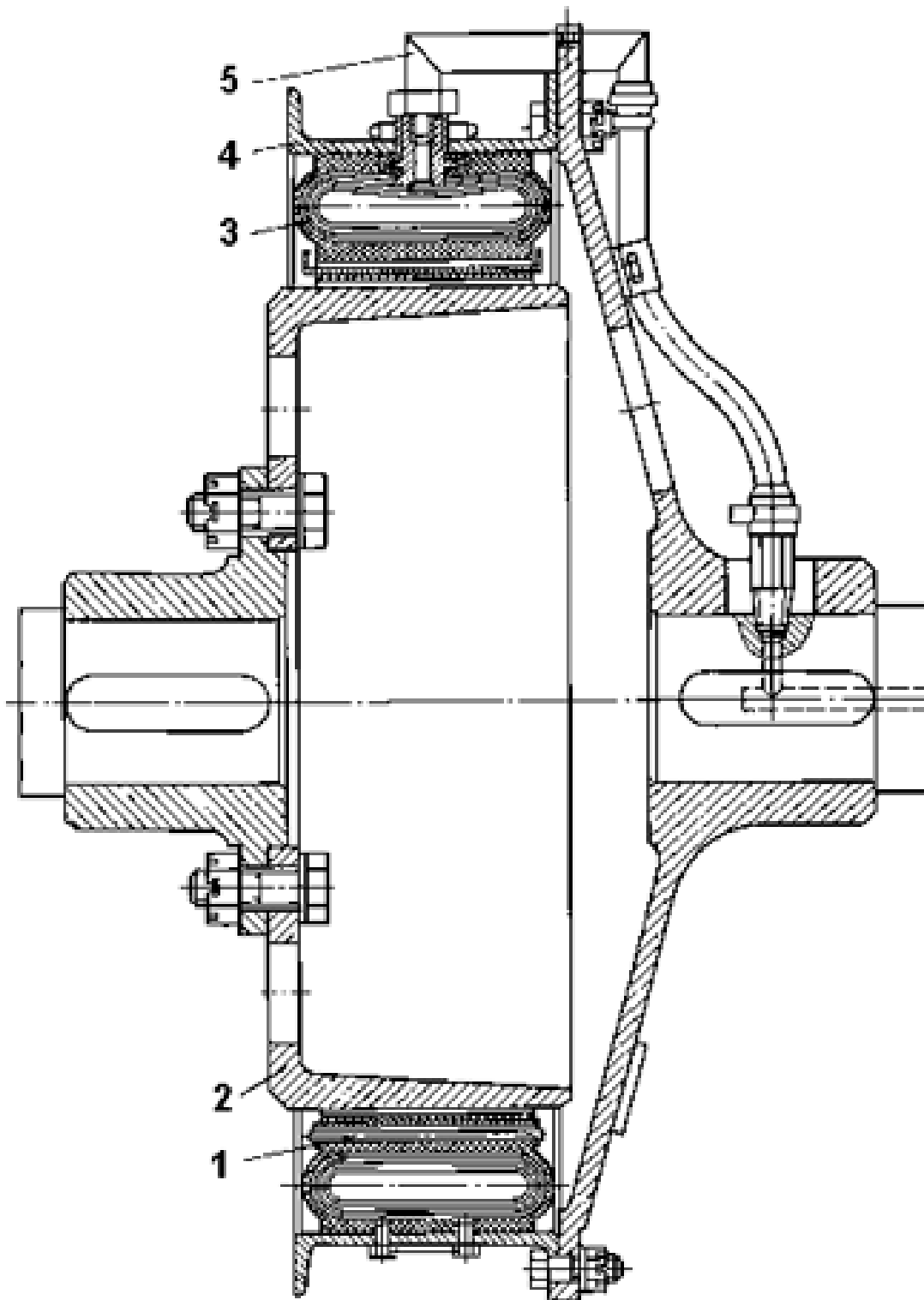


Рисунок 6.1. Шинно-пневматическая муфта

Поставленная задача решается при помощи усовершенствованной конструкции муфты [54], представленной на рисунке 6. 2.

Втулка 1 имеет два металлических фланца малого и большого диаметра, а также тонкую часть между фланцами (цилиндрическую оболочку) и может исполняться как одна деталь.

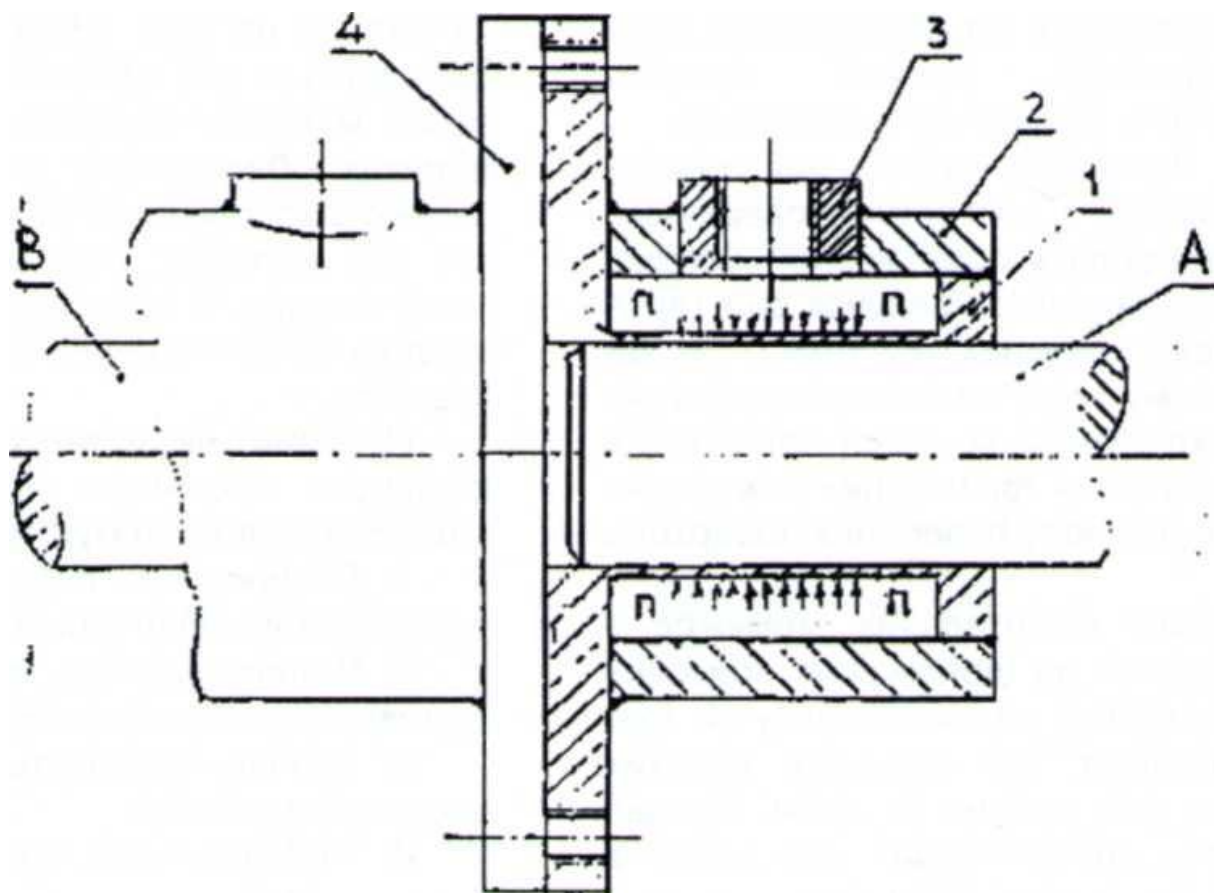


Рисунок 6.2. Муфта фрикционная усовершенствованная

Втулка 2 имеет отверстие под внешний диаметр штуцера 3. Штуцер 3 может соединяться со втулкой 2 резьбовым соединением или сваркой, как показано на рис. 2. Штуцер 3 имеет внутреннюю резьбу посредством которой завинчен обратный клапан (на Рис. 2 обратный клапан не показан).

Втулки 1 и 2 герметически соединенные между собой (на рисунке показаны места сварки).

Втулка 2 насаживается на втулку 1 по ее фланцу меньшего диаметра, благодаря которому обеспечивается образование диаметральной пустоты, обозначенной на Рис.2 буквой "П".

Длина полости равняется длине тонкой цилиндрической оболочки втулки 1.

Обозначенные детали 1, 2, 3 и обратный клапан образуют полумуфту. Одна полумуфта насаживается с малым зазором на один вал (вал А), а вторая полумуфта на второй вал (вал В), после чего с помощью устройства

высокого давления через обратный клапан в полость "П" полумуфт поступает жидкость.

Давление жидкости должно быть пропорционально крутящему моменту, который передается с одного вала на второй. После этого трубопровод привода устройства высокого давления разъединяется от обратного клапана, который удерживает уровень заданного давления жидкости.

Под давлением жидкости тонкая часть втулки (оболочка) деформируется, выбирает первоначальный зазор между втулкой 1 и валом и плотно прилегает к поверхности вала, зажимая его по поверхности, что предохраняет полумуфты от проворачивания на валах в пределах соответствующего вращательного момента, в зависимости от которого выбирается давление жидкости.

Передача вращательного момента с одного вала на второй осуществляется за счет сил трения сцепления между полумуфтами и валами.

Обе полумуфты могут соединяться между собой по фланцам большего диаметра втулок 1 известными способами в зависимости от конкретного оборудования машин и механизмов.

На рисунке изображены отверстия под резьбовое соединение полумуфт.

Малыми стрелками показано давление жидкости в полости полумуфты на поверхность тонкой оболочки.

Предложенная конструкция обеспечивает передачу больших вращательных моментов, надежность работы оборудования при случайных перегрузках на валах машин или механизмов, безаварийность работы оборудования, в загрязненной среде, уменьшение расходов на производство муфт, техническую безопасность при работе.

6.2.Муфта-редуктор планетарная

Наиболее распространенным типом фланцевой муфты [53], является конструкция, которая состоит из двух полумуфт с фланцами жестко насаженными на конце валов и соединенными между собою резьбовыми соединениями. Вращательное движение передается от одного ко второму валу через резьбовые соединения стянутых между собой фланцевых полумуфт. Фланцевые муфты предназначены для соединения концов валов без изменения их угловых скоростей.

Более совершенные типы муфт - зубчатые [53], состоящие из двух полумуфт, каждая из которых имеет зубчатое колесо с внешним рядом зубов, которое жестко насажено на вал, а также обойму, с фланцем и рядом внутренних зубов. Обойма с фланцем соединяется между собой благодаря зубчатому зацеплению. Обе полумуфты соединяются между собой через фланцы двух обойм с помощью резьбовых соединений. Зубчатые муфты

предназначены для соединения концов валов без изменения их угловых скоростей.

Конструкция известной муфты состоит из двух полумуфт, каждая из которых имеет зубчатое колесо, которое жестко насажено на вал и зубчатую фланцевую обойму. Количество зубов зубчатого колеса и зубчатой фланцевой обоймы совпадает за счет чего все зубцы зубчатого колеса попадают в впадины зубчатой фланцевой обоймы. Такое зубчатое соединение также не допускает относительный проворот зубчатых пар, вследствие чего зубчатые пары, вращающиеся как одно тело вместе с валом, который не обеспечивает относительного изменения угловых скоростей валов и крутящих моментов.

Предлагается объединить функции муфты - передавать обороты с одного вала на второй, с функцией редуктора - изменять отношение между угловыми скоростями валов, а в результате чего и крутящих моментов[55].

Поставленная задача решается за счет того, что первая полумуфта имеет подвижное зубчатое колесо 1 с роликом 2, которое насажено свободно на эксцентрическую втулку 3, жестко соединенную с валом. Эксцентрическая втулка 3 может быть заменена эксцентрической расточкой конца вала, а ролики 2 - подшипниками.

Общими существенными признаками известной муфты и предлагаемой, есть подвижное зубчатое колесо с роликами, что эксцентрически насажено на вал, неподвижное зубчатое колесо с внутренним рядом зубов, которые образуют одну полумуфту, а также другая фланцевая полумуфта с диаметральной пазом для компенсации эксцентриситета подвижного зубчатого колеса относительно оси вала, в паз которой входят ролики или подшипники подвижного зубчатого колеса первой полумуфты.

Первая полумуфта имеет также неподвижное зубчатое колесо 4 с внутренним рядом зубов. За счет того, что количество зубов зубчатых колес 1 и 4 отличаются в зависимости от необходимого передаточного отношения. Указанные зубчатые колеса образуют планетарную передачу-редуктор, которая способна изменять отношение угловых скоростей и крутящих моментов, которые передаются из одного вала на второй.

На рис. 6.3 изображена схема конструкции предложенной муфты-редуктора в разрезе.

Основные детали муфты-редуктора рис.6.3:

Первая полумуфта: подвижное зубчатое колесо 1 с роликами 2; неподвижное зубчатое колесо 4; эксцентрическая втулка 3.

Вторая полумуфта: полумуфта 5 с диаметральной пазом.

Муфта работает следующим образом:

При вращении вала А, на котором расположена первая полумуфта, подвижное зубчатое колесо 1 с роликами 2 оббегает внутреннее зубчатое колесо 4. Такое движение зубчатого колеса 1 обеспечивается меньшим диаметром его распределенного круга относительно распределенного круга неподвижного зубчатого колеса 4, а также за счет эксцентриситета б (рис.3), который формируется эксцентрической втулкой 3, жестко закреп-

ленной на валу А на его конце. Подвижное зубчатое колесо 1 в свою очередь свободно насажено на внешний диаметр эксцентрической втулки 3. Таким образом, подвижному зубчатому колесу 1 обеспечивается плоско-параллельным движением.

Подвижное зубчатое колесо 1 имеет два диаметрально расположенные ролики 2, или подшипники, какие свободно заходят в диаметральный паз второй полумуфты 5, которая жестко соединена с валом В и вращается вместе с ним.

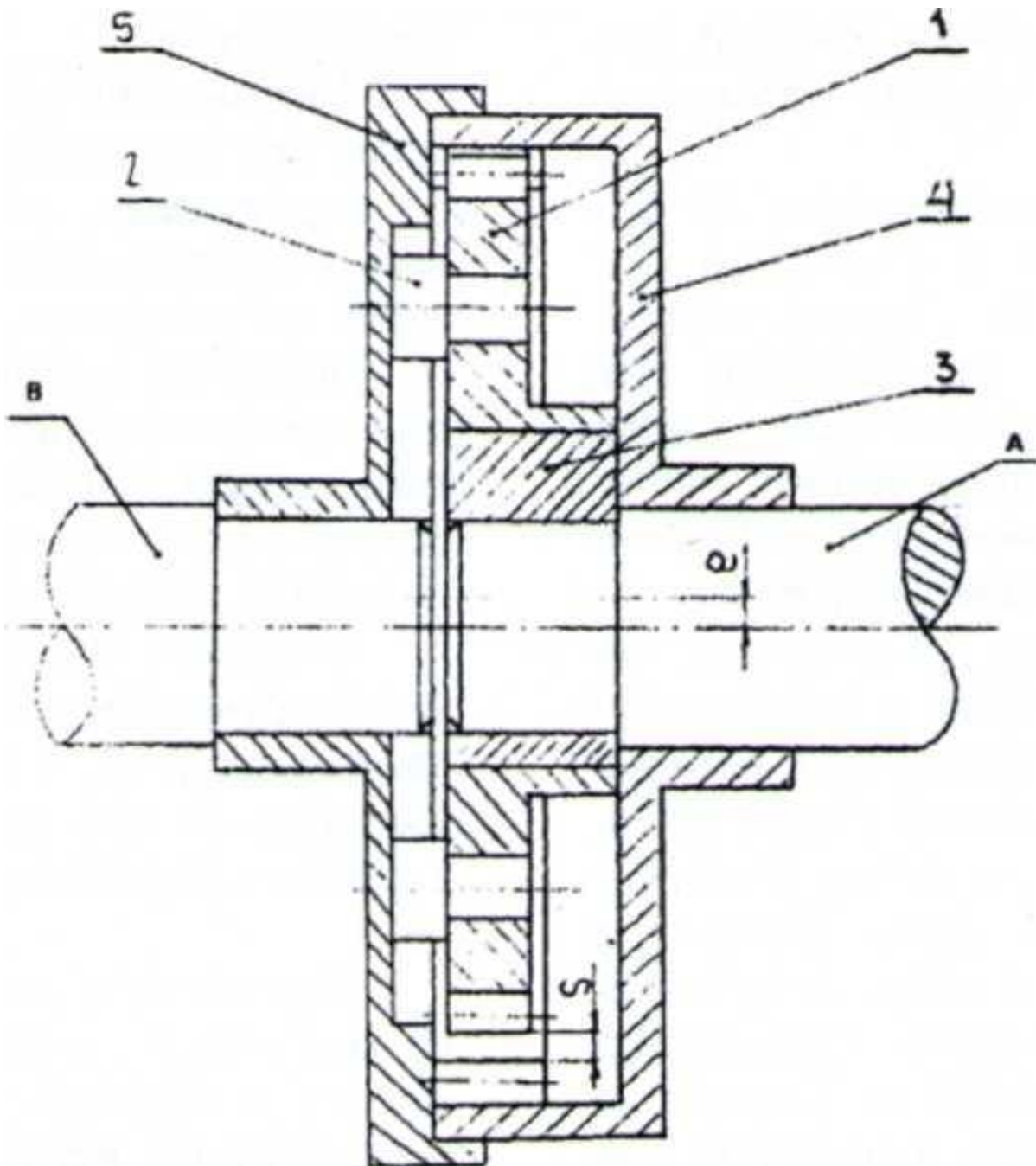


Рисунок 6.3. Муфта-редуктор

Такое взаимодействие между роликами 2, или подшипниками и второй полумуфтой 5 с диаметральным пазом соответственно роликам 2, или подшипникам дает возможность компенсировать эксцентриситет при передаче вращения от первой полумуфты, которая находится на валу А ко второй полумуфты, которая находится на валу В. То есть, от одного вала ко второму.

Предложенная планетарная муфта-редуктор, конструкция и принцип действия которой описанный выше, позволяет получать широкий спектр передаточных отношений. Так, например, для зубчатой пары с количеством зубов $Z_2=51$ и $Z_1=48$ ($Z_2-Z_1=3$) с модулем $m=2$ передаточное отношение составляет $i=16$, эксцентриситет $e=3$ мм и наибольшее расстояние между зубцами внешнего зубчатого колеса 2 и внутреннего 1 - $S=2$ мм (рис.3).

Для зубчатой пары $Z_2=52$ и $Z_1=50$, то есть когда разница ($Z_2-Z_1=3$) с модулем $m=2$ передаточное отношение составляет $i=25$, эксцентриситет $e=2$ мм и $S=0$.

Больше всего передаточное отношение, таким образом, при разнице зубцов $Z_2-Z_1=1$. В последнем случае оно равняется $i=50$.

Для образования щели S между зубцами в двух последних случаях необходимо изменять диаметры заготовок. Например, увеличивая диаметр заготовки у внешнего колеса и уменьшая у внутреннего, на величину $\Delta = 0,5$ мм получим общую щель S после нарезания зубцов равную $\Delta_1 + \Delta_2 = 1$ мм.

Выводы к разделу 6

В данном разделе рассмотрены два типа муфт, применяемые для передачи крутящего момента: фрикционная и муфта -редуктор.

Особенностью рассмотренных конструкция является их способность увеличения передачи вращательных моментов с одного вала на другой при уменьшении стоимости материала и повышения технологичности процесса изготовления муфты.

На представленные конструкции получены патенты.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Горский, А. И.** Расчет машин механизмов автоматических линий литейного производства / Горский А. И. – М. : Машиностроение, 1978. – 551 с.
2. **Решетов, Д. Н.** Детали машин / Решетов Д. Н. – М. : Машиностроение, 1989. – 496 с.
3. **Биргер, И. А.** Расчет на прочность деталей машин / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Р. М. Шнейдерович. – М. : Машгиз, 1959. – 459 с.
4. **Иванов, М. Н.** Детали машин / Иванов М. Н. – М. : Высшая школа, 1967. – 431 с.
5. **Абрамович, И. И.** Грузоподъемные краны промышленных предприятий / И. И. Абрамович, В. Н. Березин, А. Г. Яуре. – М. : Машиностроение, 1989. – 360 с.
6. **Александров, М. П.** Подъемно-транспортные машины / Александров М. П. – М. : Машиностроение, 1985. – 467 с.
7. **Иванченко, Ф. К.** Конструкция и расчет подъемно-транспортных машин / Иванченко Ф. К. – К. : Вища школа, 1983. – 351 с.
8. **Никольский, Л. Н.** Амортизаторы удара подвижного состава / Л. Н. Никольский, Б. Г. Кеглин. – М. : Машиностроение, 1986. – 144 с.
9. **Поляков, В. С.** Справочник по муфтам / В. С. Поляков, И. Д. Барбаш, О. А. Ряховский. – Л. : Машиностроение, 1979. – 344 с.
10. **Соколов, М. М.** Гасители колебаний подвижного состава / М. М. Соколов, В. И. Варавва, Г. М. Левит. – М. : Наука, 1976. – 314 с.
11. **Хилл, П.** Наука и искусство проектирования / Хилл П. – М. : Мир, 1973. – 262 с.
12. **Шеффлер, М.** Основы расчета и конструирования подъемно-транспортных машин : сокр. пер. с нем. / М. Шеффлер, Г. Пайер, Ф. Курт. – М. : Машиностроение, 1980. – 225 с.
13. **Аксенов, Н. П.** Оборудование литейных цехов : в 2 т. / Н. П. Аксенов, П. Н. Аксенов. – М. : Машгиз. – Т. 1. – 1949. – 316 с ; Т. 2. – 1950. – 354 с.
14. **Аксенов, П. Н.** Некоторые вопросы теории машин литейного производства / Аксенов П. Н. – М. : Машгиз, 1962. – 232 с.
15. **Аксенов, П. Н.** Оборудование литейных цехов / Аксенов П. Н. – М. : Машиностроение, 1977. – 510 с.
16. **Беликов, О. А.** Приводы литейных машин / О. А. Беликов, Л. П. Каширцев. – М. : Машиностроение, 1971. – 311 с.
17. **Горский, А. И.** Расчеты машин литейного производства / А. И. Горский, Р. Л. Геллер, Л. Ф. Лиокумович. – М. : Машиностроение, 1966. – 404 с.
18. **Зайгеров, И. Б.** Машины и автоматизация литейного производства / Зайгеров И. Б. – Минск : Высшая школа, 1969. – 494 с.
19. **Базовский, И.** Надежность – теория и практика / Базовский И. – М. : Мир, 1965. – 363 с.

20. А. с. № 1761659. Ручная таль / В. Г. Федорченко и др. – Зарег. в Гос. реестре изобр. СССР, 1992. – 7 с.
21. **Федорченко, В. Г.** Таль ручная : декларационный патент на изобретение / Федорченко В. Г. ; Министерство образования и науки Украины. – Бюл. № 22. – 2002. – 9 с.
22. **Капорович, В. Г.** Производство деталей из труб обкаткой / Капорович В. Г. – М. : Машиностроение, 1978. – 136 с.
23. **Макаричев, В. А.** Линия прокатки-сборки секций мачт электроопор / В. А. Макаричев // Кузнечно-штамповочное производство. – М. : Машиностроение, 1992. – № 23. – 9 с.
24. **Федорченко, В. Г.** Планетарный привод вращательного движения вальцовочной (обкатной) машины : декларационный патент на изобретение “ / Федорченко В. Г., Подлесный С. В., Кривунь В. С. ; Министерство образования и науки Украины. – Бюл. № 6. – 2005. – 6 с.
25. **Соппротивление** материалов/ Г. С. Писаренко [и др.]. – К. : Вища школа, 1986. – 775 с.
26. **Безухов, Н. И.** Основы упругости, пластичности и ползучести / Безухов Н. И. – М. : Высшая школа, 1968. – 512 с.
27. **Технология** металлов / Б. В. Кнорезов [и др.]. – М. : Metallургия, 1974. – 646 с.
28. **Казаков, Н. Ф.** Технология металлов и других конструкционных материалов / Н. Ф. Казаков, А. М. Осокин, А. П. Шникова. – М. : Metallургия, 1976. – 687 с.
29. **Капорович, В. Г.** Поиск новых технологических решений в области обкатки трубчатых заготовок / Капорович В. Г. // Вестник машиностроения. – 1983. – № 9. – 6 с.
30. **Могильный, Н. И.** Ротационная вытяжка оболочковых деталей на станках / Могильный Н. И. – М. : Машиностроение, 1983. – 190 с.
31. **Технология** конструкционных материалов / Г. А. Прейс [и др.]. – К. : Вища школа, 1984. – 358 с.
32. **Федорченко, В. Г.** Исследование влияния металлургических и технологических факторов на образование горячих трещин в отливках ковкого чугуна : дис. ... канд. техн. наук : 05.16.04 / Федорченко Владимир Григорьевич. – М., 1973. – 220 с
33. **Алексеев, Ю. Н.** Вопросы пластического течения металлов / Алексеев Ю. Н. – Харьков : Издательство Харьковского университета, 1958. – 188 с.
34. **Яблонский, А. А.** Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учебное пособие для технических вузов / А. А. Яблонский, С. С. Норейко, С. А. Вольфсон. – М. : Высшая школа. 1985. – 367 с.
35. **Добронравов, В. В.** Курс теоретической механики / В. В. Добронравов, Н. Н. Никитин. – М. : Высшая школа, 1983. – 575 с.
36. **Расчеты** на прочность в машиностроении : в трёх т. / С. Д. Пономарев, В. Л. Бидерман, К. К. Лихарев, В. М. Макушин, Н. Н. Малинин, В. И. Феодосьев. – М. : Машгиз, 1953. – 831 с.

37. **Проектирование** и исследование кинематики, динамики и прочности средств малой механизации и других механизмов, разработка ресурсосберегающих технологий : отчет о научно-исследовательской работе Г-14-97 ДГМА / Подлесный С. В. [и др.]. – Краматорск : ДГМА, 2000. – 115 с.
38. **Кузьмин, А. В.** Расчеты деталей машин : справочное пособие / Кузьмин А. В., Чернин Н. М., Козинцев В. С. – Минск : Высшая школа, 1986. – 400 с.
39. **Айрапетов, Э. Л.** Динамическое нагружение многопарных передач зацеплением/ Э. Л. Айрапетов // Вестник машиностроения. – 1991. – № 8–9. – С. 32–49.
40. **Айрапетов, Э. Л.** Совершенствование методов расчета на прочность зубчатых передач/ Э. Л. Айрапетов // Вестник машиностроения. – 1993. – № 7–8. – С. 32–39.
41. **Абрамов, Б. М.** Колебания прямозубых зубчатых колес/ Абрамов Б. М. – Харьков : Изд-во Харьковского университета, 1968. – 176 с.
42. **Бабаков, И. М.** Теория колебаний / Бабаков И. М. – М. : Наука, 1968. – 560 с.
43. **Бабичев, Д. Т.** Особенность разработки программ для ПЭВМ по расчету передач и их элементов/ Д. Т. Бабичев// Вестник машиностроения. – 1991. – № 7. – С. 37–39.
44. **Гавриленко, В. А.** Основы теории эвольвентной зубчатой передачи/ Гавриленко В. А. – М. : Машиностроение, 1969. – 432 с.
45. **Деметрадзе, Д. Т.** Влияние параметров несущих опор на динамические нагрузки в цилиндрических зубчатых передачах. Колебания механизмов с зубчатыми передачами / Деметрадзе Д. Т. – М. : Наука, 1977. – 152 с.
46. **Лукинский, В. С.** Прогнозирование надежности автомобилей / В. С. Лукинский, Е. И. Зайцев. – Л. : Политехника, 1991. – 224 с.
47. **Никитин, А. С.** Особенности динамического расчета сложных дифференциальных редукторов / А. С. Никитин, И. И. Казакевич, А. З. Глейберг, Э. Б. Никольская. – М. : НИИинформтяжмаш, 1967. – 4 с.
48. **Иванов, В. В.** Методы вычислений на ЭВМ : справочное пособие/ Иванов В. В. – К. : Наукова Думка, 1986. – 584 с.
49. **Зонгинг, О. У.** Анализ кромочного зацепления и удара в эвольвентных зубчатых передачах / О. У. Зонгинг // Известия вузов. – 1990. – № 7. – С. 23–30.
50. **Плеханов, Ф. И.** Исследование неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине прямого зуба колеса с жестким ободом / Ф. И. Плеханов // Вестник машиностроения. – 1992. – № 10–11. – С. 37–42 .
51. **Плеханов, Ф. И.** Контактная податливость зубчатого зацепления / Ф. И. Плеханов // // Вестник машиностроения. – 1996. – № 4. – С. 37–45.
52. **Статика** и динамика механизмов с зубчатыми передачами : сборник. – М. : Наука, 1974. – 216 с.

53. **Ряховский О.А.** Справочник по муфтам / О.А.Ряховский, О.С. Иванов. – Л: Политехника, 1991. -384с.

54. **Федорченко, В. Г.** Муфта фрикционная : декларационный патент на изобретение / Федорченко В. Г., Рубан С.А. ; Министерство образования и науки Украины. – Бюл. № 1. – 2005. – 3 с.

55. **Федорченко, В. Г.** Муфта – редуктор планетарная : декларационный патент на изобретение / Федорченко В. Г., Рубан С.А. ; Министерство образования и науки Украины. – Бюл. № 7. – 2004. – 3 с.

Наукове видання

**ФЕДОРЧЕНКО Володимир Григорович,
ДЕНЬЩИКОВ Олександр Юрійович,
ПОДЛЕСНИЙ Сергій Володимирович**

**МОДЕЛІ ПРОЕКТУВАННЯ
ЕЛЕМЕНТІВ ПЕРЕДАЧ
ІЗ МАЛОЮ РЕСУРСОМІСТКІСТЮ**

Монографія

(Російською мовою)

Редагування, комп'ютерне верстання О. М. Болкова

218/2011. Формат 60 x 84/16. Ум. друк. арк. 7,21.
Обл.-вид. арк. 7,03. Тираж 300 пр. Зам. №

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК №1633 від 24.12.2003