

Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Донбасская государственная машиностроительная академия

И. А. Гетьман,

В. Н. Черномаз

**РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
СРЕДСТВАМИ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ**

Учебное пособие

**Для студентов экономических специальностей
послевузовской формы обучения**

Утверждено
на заседании ученого совета
Протокол № от

Краматорск
ДГМА
2012

УДК 004.64
ББК 22.18
Г 44

Рецензенты:

Елисеєва О. К., д-р екон. наук, доцент, зав. кафедрой экономической информатики и статистики Днепропетровского национального университета им. О. Гончара;

Попова А.Ю., канд. экон. наук, доц. кафедры «Финансы и кредит» Краматорского экономико-гуманитарного института

Навчальний посібник написаний у відповідності до програми курсу «Економічна інформатика» і містить завдання з розділу використання електронних таблиць для вирішення економічних задач. Приведені теоретичні відомості з даного розділу і методичні рекомендації з виконання завдань.

Навчальний посібник призначений для студентів економічних спеціальностей післявузівської форми навчання. Він буде корисним також для студентів інших напрямів і спеціальностей, що вивчають основи економічної інформатики.

Гетьман, И. А.

Г 44 Решение экономических задач средствами электронных таблиц / И. А. Гетьман, В. Н. Черномаз. – Краматорск : ДГМА, 2012. – 104 с.

ISBN

Учебное пособие написано в соответствии с программой курса «Экономическая информатика» и содержит задачи по разделу использования электронных таблиц для решения экономических задач. Приведены теоретические сведения по данному разделу и методические рекомендации по выполнению заданий.

Учебное пособие предназначено для студентов экономических специальностей послевузовской формы обучения. Оно будет полезно также для студентов других направлений и специальностей, изучающих основы экономической информатики.

УДК 004.64
ББК 22.18

ISBN

© И. А. Гетьман,
В. Н. Черномаз, 2012.
© ДГМА, 2012.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	
1 Требования к выполнению контрольной работы	4
2 Задания	6
2.1 Работа с финансовыми функциями.....	6
2.2 Межотраслевая балансовая модель Леонтьева.....	12
2.3 Решение задач линейного программирования	14
3 Методические рекомендации к выполнению практических заданий в Excel.....	43
3.1 Работа с финансовыми функциями.....	43
3.1.1 Определение будущей стоимости.....	43
3.1.2 Определение текущей стоимости	47
3.1.3 Определение платежа по сложным процентам	48
3.1.4 Определение выплат основной суммы.....	49
3.1.5 Определение суммы ежегодного платежа	49
3.2 Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).....	52
3.3 Обзор типов задач, которые сводятся к задаче линейного программирования	63
3.3.1 Задача производственного планирования.....	63
3.3.2 Задача об оптимальной смеси	72
3.3.3 Транспортная задача.....	75
3.3.4 Задача на раскрой материала.....	78
4 Методические рекомендации к выполнению практических заданий в OpenOffice.org calc	83
4.1 Определение будущей стоимости. Пример выполнения.....	87
4.2 Определение текущей стоимости. Пример выполнения	88
4.3 Определение платежа по процентам и основной суммы. Пример выполнения.....	89
4.4 Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ). Пример выполнения	90
4.5 Решение задач линейного программирования. Пример выполнения.....	92
5 Методические рекомендации к выполнению практических заданий в Microsoft Excel 2010.....	95
5.1 Определение будущей стоимости. Пример выполнения.....	95
5.2 Определение текущей стоимости. Пример выполнения	96
5.3 Определение платежа по процентам и основной суммы. Пример выполнения	97
5.4 Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ). Пример выполнения	99
5.5 Решение задач линейного программирования. Пример выполнения.....	100
Список рекомендованной литературы	103

ВВЕДЕНИЕ

Современное пользовательское программное обеспечение персональных ЭВМ обладает большими возможностями для выполнения финансово-экономических расчетов.

Среди всего многообразия пользовательских программ выделяются табличные процессоры, предназначенные для обработки табличным образом организованных данных. Они широко используются экономистами, финансистами, кредитными работниками и другими, поскольку множество задач предприятий, фирм, банков носят учетно-аналитический характер и требуют табличной компоновки данных с последующей сортировкой, группировкой, подведением итогов, построением диаграмм и графиков.

Технология работы с табличным процессором проста: редактируемый документ в виде таблицы выводится на экран, и пользователь может вводить необходимые данные (текст, числа, формулы) в клетки электронной таблицы в диалоговом режиме.

Мощным инструментом финансово-экономических расчетов являются встроенные в табличный процессор функции и специальные пакеты для обработки данных, такие как «Пакет анализа», «Поиск решения», «Подбор параметров».

Целью настоящего учебного пособия является приобретение студентами экономического направления практических навыков в использовании различных встроенных финансовых функций и пакетов при проведении экономических расчетов.

В первой части пособия приведены варианты контрольных работ. Во второй, третьей и четвертой частях изложен теоретический материал по рассматриваемым темам, рассмотрены поясняющие примеры в Microsoft Excel 2003, Microsoft Excel 2010 и OpenOffice.org calc.

Выполнив предложенные задания, изучающий ознакомится с применением встроенных финансовых функций при решении конкретных практических заданий, особенностями работы с матрицами и массивами, формализацией задач математического программирования и их решения с помощью Поиска решений, а также с возможностями оформления таблиц, построением диаграмм и графиков.

1 ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа является средством проверки правильности усвоения студентами основных положений изучаемой дисциплины при самостоятельной подготовке.

Цель контрольной работы: совершенствование студентами знаний, приобретенных при изучении информатики, математики, математических и экономических дисциплин; развитие навыков ведения финансово-экономических расчетов в среде электронных таблиц с использованием принципов работы с матрицами, финансовыми функциями, поиска решений.

Для успешного выполнения контрольной работы необходимо изучить методику использования следующих средств электронных таблиц: финансовых функций, работы с матрицами и массивами, поиска решения, представленных в учебной литературе [4, 5, 9].

Контрольная работа содержит 3 типа заданий (задание 1–3 – задачи по использованию финансовых функций, задание 2–1 – задача – межотраслевая балансовая модель Леонтьева, задание 3–3 – задачи линейного программирования), цель которых – приобретение навыков в использовании табличного процессора для решения экономических задач.

После выполнения контрольной работы необходимо оформить отчет средствами текстового редактора и электронных таблиц и сдать его на проверку в отпечатанном виде. Отчет должен содержать: условие задачи, фрагмент рабочего листа с результатами в обычном режиме и режиме формул, фрагменты настройки диалоговых окон поиска решения.

На титульном листе контрольной работы необходимо указать: наименование кафедры, название дисциплины, курс, свой шифр, фамилию, имя и отчество (полностью). Контрольная работа должна быть подписана автором с указанием даты выполнения и списка использованных источников.

При получении оценки «зачтено» студент допускается к защите контрольной работы. На защиту необходимо иметь рецензию преподавателя, распечатку контрольной работы и электронный вариант решенных задач.

Вариант контрольной работы выбирается по таблице 1.1 в соответствии с двумя последними цифрами шифра (номера зачетной книжки студента).

Таблица 1.1 – Выбор варианта контрольной работы

Предпоследняя цифра зачетки	Последняя цифра зачетки									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	25
1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	10
2	21	22	23	24	25	1	2	3	4	20
3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	5
4	16	17	18	19	20	21	22	23	24	15
5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	25
6	11	12	13	14	15	16	17	18	19	10
7	21	22	23	24	25	1	2	3	4	20
8	6	7	8	9	10	11	12	13	14	5
9	16	17	18	19	20	21	22	23	24	15

2 ЗАДАНИЯ

2.1 Работа с финансовыми функциями

Выполнить расчеты с использованием финансовых функций. Оформить в виде таблицы и построить диаграмму, отражающую динамику роста вклада по годам (тип диаграммы выбрать самостоятельно).

Описать используемые формулы, представить распечатку со значениями и с формулами.

Если в задаче не указано, в конце или в начале расчетного периода производится выплата, считать, что выплата производится в конце периода (аргумент тип = 0).

Таблица 2.1 – Варианты задания 2.1

Вар.	Задачи
1	2
1	<p>1.1 Рассчитайте, какая сумма будет на счете, если сумма размером 5 000 грн размещена под 12 % годовых на 3 года, а проценты начисляются каждые полгода.</p> <p>1.2 Рассчитайте текущую стоимость вклада, который через три года составит 15 000 грн при начислении 20 % в год.</p> <p>1.3 Определите размер ежемесячного платежа и выплат процентов по кредиту в 10 000 грн, который выдан на год под 12 % годовых с ежемесячным начислением процентов. Постройте график изменения выплат по процентам.</p>
2	<p>2.1 Определите текущую стоимость платежей в начале каждого месяца размером 100 000 грн в течение 5 лет, если процентная ставка составляет 12 % годовых.</p> <p>2.2 По вкладу размером 200 000 грн начисляется 10 % годовых. Рассчитайте, какая сумма будет на сберегательном счете через 5 лет, если проценты начисляются ежемесячно.</p> <p>2.3 Банк выдал кредит 100 000 грн на 6 лет под 10 % годовых. Рассчитайте размер основной суммы выплат и выплаты процентов. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>
3	<p>3.1 На сберегательный счет вносятся платежи по 20 000 грн в начале каждого месяца. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через 4 года при ставке процента 13,5 % годовых.</p> <p>3.2 Определите текущую стоимость ежемесячных платежей размером 50 000 грн в течение двух лет при начислении 18 % годовых.</p> <p>3.3 Какой размер ежеквартального платежа должен погашаться по кредиту размером 1 600 000 грн при ставке 12 % годовых? Кредит выдан на 2 года.</p>

Продолжение таблицы 2.1

1	2
4	<p>4.1 Рассчитайте, какую сумму необходимо положить на депозит, чтобы через 4 года она достигла значения 20 000 000 грн при начислении 9 % годовых.</p> <p>4.2 Определите, какая сумма окажется на счете, если вклад размером 900 000 грн положен под 9 % годовых на 7 лет, а проценты начисляются ежеквартально.</p> <p>4.3 Рассчитайте размер ежегодного платежа и выплат основной суммы для банковского кредита размером 60 000 000 грн при начислении 9 % годовых, если платежи стоит производить в начале каждого периода. Кредит взят на 5 лет. Построить гистограмму, которая отражает динамику роста выплат основной суммы.</p>
5	<p>5.1 Какая сумма должна быть выплачена, если шесть лет назад была выдана ссуда 1 500 000 грн под 15 % годовых с ежемесячным начислением процентов?</p> <p>5.2 Определите текущую стоимость ежеквартальных платежей размером 350 000 грн в течение 7 лет, если ставка процента – 11 % годовых.</p> <p>5.3 Выдан кредит на бытовую технику размером 10 000 грн на год. Рассчитайте размер основной суммы выплат и выплаты процентов при ежемесячном начислении процентов и процентной ставке 21 % годовых. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>
6	<p>6.1 Какую сумму необходимо положить на депозит под 16,5 % годовых, чтобы получить через три года 44 000 000 грн при полугодовом начислении процентов?</p> <p>6.2 Взносы на сберегательный счет составляют 200 грн в начале каждого года. Определите, сколько будет на счете через семь лет при ставке процента 10 %.</p> <p>6.3 Выдан ипотечный кредит 100 000 грн под 14 % годовых на 30 лет. Рассчитайте размер основной суммы выплат и выплаты процентов. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>
7	<p>7.1 Рассчитайте, какая сумма будет на счете, если вклад размером 5 000 грн положен под 12 % годовых на три года, а проценты начисляются каждые полгода.</p> <p>7.2 Определите текущую стоимость платежей размером 120 000 грн в начале каждого месяца в течение четырех лет, если годовая процентная ставка – 14 %.</p> <p>7.3 Определите размер выплат основной суммы и процентов, если взят кредит размером 190 000 грн на 5 лет при ставке 18 % годовых. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>

Продолжение таблицы 2.1

1	2
8	<p>8.1 Рассчитайте текущую стоимость вклада, который через три года составит 15 000 000 грн при ставке процента 20 % годовых.</p> <p>8.2 Вклад размером 2 000 грн положен под 10 % годовых. Рассчитайте, какая сумма будет на сберегательном счете через пять лет, если проценты начисляются ежемесячно.</p> <p>8.3 Кредит размером 15 000 грн взят на год под 22 %. Определите размер ежегодного платежа и выплат процентов, постройте график, который отражает динамику выплат процентов на протяжении всего периода.</p>
9	<p>9.1 На сберегательный счет вносятся платежи в начале каждого месяца по 200 000 грн. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через четыре года при ставке процента 13,5% годовых.</p> <p>9.2 Определите текущую стоимость ежемесячных платежей размером 100 000 грн в течение пяти лет, если процентная ставка составляет 12 % годовых.</p> <p>9.3 Определите размер ежемесячного платежа и выплат процентов по кредиту в 10 000 грн, который выдан на 2 года под 11,5 % годовых с ежемесячным начислением процентов. Проценты начисляются в начале каждого месяца. Постройте график изменения выплат по процентам.</p>
10	<p>10.1 Определите текущую стоимость ежемесячных платежей размером 50 000 грн в течение двух лет при ставке процента 18 % годовых.</p> <p>10.2 По вкладу размером 5 000 грн начисляется 5 % годовых. Рассчитайте, какая сумма будет на сберегательном счете через 3 года, если проценты начисляются ежеквартально.</p> <p>10.3 Банк выдал кредит в 200 000 грн на 10 лет под 12,5 % годовых. Рассчитайте размер основной суммы выплат и выплаты процентов. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>
11	<p>11.1 На сберегательный счет вносятся платежи по 50 000 грн в конце каждого месяца. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через 8 лет при ставке процента 10,5 % годовых.</p> <p>11.2 Рассчитайте, какую сумму надо положить на депозит, чтобы через четыре года она выросла до 20 000 грн при норме процента 9 % годовых.</p> <p>11.3 Какой размер ежемесячного платежа должен погашаться по кредиту размером 5 000 грн при ставке 12,6 % годовых? Кредит выдан на 2 года. Проценты начисляются в начале каждого месяца.</p>

Продолжение таблицы 2.1

1	2
12	<p>12.1 Определите текущую стоимость ежеквартальных платежей размером 350 000 грн в течение семи лет, если ставка процента – 11 % годовых.</p> <p>12.2 Рассчитайте, какая сумма будет на счете, если сумма размером 1 000 грн размещена под 9 % годовых на 4 года, а проценты начисляются ежеквартально.</p> <p>12.3 Рассчитайте размер ежегодного платежа и выплат основной суммы для банковского кредита размером 60 000 000 грн, который взят на 6 лет, при начислении 9 % годовых, если платежи стоит производить в начале каждого периода. Построить гистограмму, которая отражает динамику роста выплат основной суммы.</p>
13	<p>13.1 Взносы на сберегательный счет составляют 100 000 грн в конце каждого года. Определите, сколько будет на счете через шесть лет при ставке процента 13 %.</p> <p>13.2 Рассчитайте текущую стоимость вклада, который через пять лет составит 5 000 000 грн при начислении 10 % в год.</p> <p>13.3 При покупке телевизора был оформлен кредит размером 5 000 грн на 3 года под 22 % годовых. Рассчитайте размер основной суммы выплат и выплаты процентов. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>
14	<p>14.1 Определите текущую стоимость ежеквартальных платежей размером 250 грн в течение 8 лет, если процентная ставка составляет 9,5 % годовых.</p> <p>14.2 Рассчитайте, какая сумма будет на счете, если вклад размером 300 грн положен под 11 % годовых на четыре года, а проценты начисляются ежеквартально.</p> <p>14.3 Выдан кредит в 400 000 грн на покупку дома под 12,5 % годовых на 35 лет. Рассчитайте размер основной суммы выплат и выплаты процентов. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>
15	<p>15.1 Вклад размером 500 000 грн положен под 12 % годовых. Рассчитайте, какая сумма будет на сберегательном счете через шесть лет, если проценты начисляются каждые полгода.</p> <p>15.2 Определите текущую стоимость ежегодных платежей размером 20 000 грн в течение трех лет при начислении 16 % годовых.</p> <p>15.3 Определите размер выплат основной суммы и процентов, если взят кредит размером 250 000 грн на 6 лет с годовой ставкой 22 %. Выплаты производятся в начале каждого периода. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>

Продолжение таблицы 2.1

1	2
16	<p>16.1 Рассчитайте, какую сумму необходимо положить на депозит, чтобы через 3 года она достигла значения 5 000 000 грн при начислении 8 % годовых.</p> <p>16.2 На сберегательный счет вносятся платежи по 10 000 грн ежеквартально. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через 5 лет при ставке процента 12,5 % годовых.</p> <p>16.3 Кредит размером 500 000 грн взят на год под 22 %. Определите размер ежемесячного платежа и выплат процентов, постройте график, который отражает динамику выплат процентов на протяжении всего периода.</p>
17	<p>17.1 На сберегательный счет вносятся ежеквартальные платежи по 300 грн. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через 10 лет при ставке процента 9,5 % годовых.</p> <p>17.2 Определите текущую стоимость ежемесячных платежей размером 150 000 грн в течение 5 лет, если ставка процента – 10 % годовых.</p> <p>17.3 Определите размер ежеквартального платежа и выплат процентов по кредиту 10 000 грн, который выдан на 3 года под 11 % годовых с ежеквартальным начислением процентов. Проценты начисляются в начале каждого периода. Постройте график изменения выплат по процентам.</p>
18	<p>18.1 Какую сумму необходимо положить на депозит под 9,5 % годовых, чтобы получить через четыре года 16 000 000 грн при ежеквартальном начислении процентов?</p> <p>18.2 Рассчитайте, какая сумма будет на счете, если сумма размером 200 грн размещена под 10 % годовых на 4 года, а проценты начисляются ежемесячно.</p> <p>18.3 Определите размер ежемесячного платежа и выплат процентов по кредиту 7 000 грн, который выдан на год под 15 % годовых с ежемесячным начислением процентов. Постройте график изменения выплат по процентам.</p>
19	<p>19.1 По вкладу размером 1 500 000 грн начисляется 8 % годовых. Рассчитайте, какая сумма будет на сберегательном счете через 10 лет, если проценты начисляются каждые полгода.</p> <p>19.2 Определите текущую стоимость платежей размером 20 000 грн в течение шести лет, если годовая процентная ставка – 14 %. Проценты вносятся каждые полгода.</p> <p>19.3 Банк выдал кредит в 50 000 грн на 8 лет под 8,5 % годовых. Рассчитайте размер основной суммы выплат и выплаты процентов. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>

Продолжение таблицы 2.1

1	2
20	<p>20.1 Рассчитайте текущую стоимость вклада, который через семь лет составит 50 000 грн при ставке процента 9 % годовых.</p> <p>20.2 На сберегательный счет вносятся платежи по 1 000 грн в начале каждого года. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через 8 лет при ставке процента 10,5 % годовых.</p> <p>20.3 Какой размер ежеквартального платежа должен погашаться по кредиту размером 1 00 000 грн при ставке 11,2 % годовых? Кредит выдан на 3 года.</p>
21	<p>21.1 Определите, какая сумма окажется на счете, если вклад размером 8 500 000 грн положен под 8 % годовых на 6 лет, а проценты начисляются ежемесячно.</p> <p>21.2 Определите текущую стоимость ежеквартальных платежей размером 20 000 000 грн в течение трех лет, если процентная ставка составляет 5 % годовых.</p> <p>21.3 Рассчитайте размер ежемесячного платежа и выплат основной суммы для банковского кредита размером 10 000 грн при начислении 9,5 % годовых. Кредит взят на год. Построить гистограмму, которая отражает динамику роста выплат основной суммы.</p>
22	<p>22.1 Определите текущую стоимость ежемесячных платежей размером 25 000 грн в течение четырех лет при начислении 12 % годовых.</p> <p>22.2 Какая сумма должна быть выплачена, если пять лет назад была выдана ссуда 100 000 грн под 12 % годовых с ежеквартальным начислением процентов?</p> <p>22.3 Выдан кредит на бытовую технику размером 10 000 грн на год. Рассчитайте размер основной суммы выплат и выплаты процентов при ежемесячном начислении процентов и процентной ставке 21 % годовых. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>
23	<p>23.1 Рассчитайте, какая сумма будет на счете, если вклад размером 2 000 грн положен под 10 % годовых на четыре года, а проценты начисляются ежегодно.</p> <p>23.2 Рассчитайте, какую сумму необходимо положить на депозит, чтобы через 3 года она достигла значения 10 000 000 грн при начислении 4 % годовых.</p> <p>23.3 Выдан ипотечный кредит 50 000 грн под 13,5 % годовых на 10 лет. Рассчитайте размер основной суммы выплат и выплаты процентов. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>

Продолжение таблицы 2.1

1	2
24	<p>24.1 Определите текущую стоимость полугодовых платежей размером 50 000 грн в течение 5 лет, если ставка процента – 9 % годовых.</p> <p>24.2 Вклад размером 5 000 грн положен под 14,5 % годовых. Рассчитайте, какая сумма будет на сберегательном счете через десять лет, если проценты начисляются каждые полгода.</p> <p>24.3 Определите размер выплат основной суммы и процентов, если взят кредит размером 210 тыс. грн на 4 года с годовой ставкой 10 %. Постройте гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы для всего периода выплат.</p>
25	<p>25.1 На сберегательный счет в конце каждого месяца вносятся платежи по 100 000 грн. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через восемь лет при ставке процента 9,5 % годовых.</p> <p>25.2 Какую сумму необходимо положить на депозит под 16 % годовых, чтобы получить через четыре года 25 000 000 грн при ежеквартальном начислении процентов?</p> <p>25.3 Кредит размером 50 000 грн взят на 2 год под 12 %. Определите размер ежемесячного платежа и выплат процентов, постройте график, который отражает динамику выплат процентов на протяжении всего периода.</p>

2.2 Межотраслевая балансовая модель Леонтьева

Связь между тремя отраслями представлена матрицей прямых затрат A . Спрос (конечный продукт) задан вектором \bar{Y} .

Определить:

- а) коэффициент полных затрат;
- б) валовой выпуск (план) для каждого цеха;
- в) производственную программу цехов;
- г) коэффициенты косвенных затрат.

Варианты задания выбрать из таблицы 2.2.

Таблица 2.2 – Варианты задания 2.2

Вар.	Исходные данные	Вар.	Исходные данные
1	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,5 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 20 \\ 18 \\ 57 \end{pmatrix}$	2	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 46 \\ 38 \\ 44 \end{pmatrix}$

Продолжение таблицы 2.2

Вар.	Исходные данные	Вар.	Исходные данные
3	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,25 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 28 \\ 40 \\ 38 \end{pmatrix}$	4	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,25 & 0,3 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 34 \\ 25 \\ 36 \end{pmatrix}$
5	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 45 \\ 50 \\ 35 \end{pmatrix}$	6	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 66 \\ 81 \\ 14 \end{pmatrix}$
7	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 47 \\ 58 \\ 81 \end{pmatrix}$	8	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 55 \\ 58 \\ 81 \end{pmatrix}$
9	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,1 & 0,15 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 62 \\ 79 \\ 53 \end{pmatrix}$	10	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,3 \\ 0,1 & 0,25 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 59 \\ 72 \\ 39 \end{pmatrix}$
11	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 20 \\ 37 \\ 43 \end{pmatrix}$	12	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 66 \\ 66 \\ 46 \end{pmatrix}$
13	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,25 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 70 \\ 44 \\ 48 \end{pmatrix}$	14	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,25 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 58 \\ 20 \\ 42 \end{pmatrix}$
17	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,3 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,25 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 50 \\ 65 \\ 28 \end{pmatrix}$	18	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,2 & 0,25 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 41 \\ 65 \\ 38 \end{pmatrix}$
19	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 39 \\ 58 \\ 57 \end{pmatrix}$	20	$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 38 \\ 59 \\ 32 \end{pmatrix}$

Продолжение таблицы 2.2

Вар.	Исходные данные	Вар.	Исходные данные
21	$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,25 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 28 \\ 40 \\ 47 \end{pmatrix}$	22	$A = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,25 & 0,3 \\ 0,3 & 0,15 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 32 \\ 40 \\ 42 \end{pmatrix}$
23	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,1 & 0,15 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 34 \\ 53 \\ 47 \end{pmatrix}$	24	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,15 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 29 \\ 53 \\ 27 \end{pmatrix}$
25	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,15 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 44 \\ 53 \\ 27 \end{pmatrix}$		

2.3 Решение задач линейного программирования

Формализовать задачу линейного программирования и решить с помощью электронных таблиц. Сделать экономический вывод.

Вариант 1

Задание 1. Из пункта А в пункт В ежедневно отправляются пассажирские и скорые поезда. В таблице 2.3 указан наличный парк вагонов разных типов, из которых ежедневно можно формировать данные поезда, и количество пассажиров, вмещающихся в каждый из вагонов.

Таблица 2.3 – Данные для формирования поездов

Поезда	Типы вагонов				
	Багажный	Почтовый	Плацкарт	Купейный	Мягкий
Скорый	1	1	5	6	3
Пассажирский	1	-	7	2	1
Число пассаж. в вагоне	-	-	58	40	32
Парк вагонов	14	8	91	72	33

Определить оптимальное число скорых и пассажирских поездов, при которых число перевозимых пассажиров максимально.

Задание 2. В состав рациона кормления входят три продукта: сено, силос и концентраты, содержащие питательные вещества: белок, кальций и витамины. Содержание питательных веществ (в граммах) на 1 кг соответствующего продукта питания и минимально необходимая норма их потребления заданы таблицей 2.4.

Таблица 2.4 – Содержание питательных веществ в продуктах

Продукты	Питательные свойства		
	Белок	Кальций	Витамины
Силос	20	4	1
Концентраты	180	3	1
Сено	10	6	2
Норма потребления	2 000	120	40

Определить оптимальный рацион кормления из условия минимальной стоимости, если цена 1 кг продукта питания составляет: силос – 2, концентраты – 5, сено – 3 д. е.

Включить в задачу условие: отношение «сено : концентраты» = 5:1.

Задание 3. Колхоз может посеять рожь, пшеницу и ячмень на четырех участках, площади которых, соответственно, равны 500, 400, 600 и 500 га. Имеются в наличии семена ржи, пшеницы и ячменя для посева на площади 250, 1 400 и 350 га соответственно. Урожайность каждой культуры на каждом из участков и цены указаны в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – Данные урожайности культур

Зерновая культура	Урожайность				Цены
	I	II	III	IV	
Рожь	22	25	20	18	7
Пшеница	30	32	25	28	6,5
Ячмень	31	28	25	23	4,3

Составить план посева зерновых культур (с учетом плодородия участков), максимизирующий прибыль.

Вариант 2

Задание 1. Для кормления подопытного животного ему необходимо давать ежедневно не менее 15 ед. химического вещества А1 (витамина или некоторой соли) и 15 ед. химического вещества А2. Не имея возможности давать вещество А1 или А2 в чистом виде, можно приобретать вещество В1 по 1 д. е. или В2 по 3 д. е. за 1 кг, причем каждый килограмм В1 содер-

жит 1 ед. А1 и 3 ед. А2, а килограмм В2 – 6 ед. А1 и 2 ед. А2. Запасы веществ на складе: В1 – 7 кг, В2 – 9 кг.

Определить оптимальную закупку веществ В1 и В2 для ежедневного рациона.

Задание 2. Столярная мастерская выпускает столы и стулья. При изготовлении этих товаров используются 2 различных типа досок, причем имеется в наличии 450 м досок 1-го типа и 240 м досок 2-го типа. Кроме того, заданы трудовые ресурсы в количестве 330 чел.-ч. В таблице 2.6 приведены нормативы затрат каждого из видов ресурсов на изготовление одной единицы изделия и прибыль на одну единицу изделия.

Максимизировать прибыль при условиях, налагаемых на ассортимент: столов – не менее 15 штук; стульев – не менее 80 штук.

Таблица 2.6 – Нормативы затрат ресурсов

Ресурсы	Затраты на 1 ед. изд.	
	Стол	Стуль
Доски 1-го типа, м	5	3
Доски 2-го типа, м	1	2
Труд.ресурсы, чел.-ч	3	2
Прибыль	10	6

Задание 3. Три базы, в которых собираются излишки картофеля в данном регионе, снабжают четыре города. Суточная потребность городов в картофеле составляет, соответственно, 120, 80, 240 и 160 т. Базы могут доставить 200, 270 и 130 т картофеля соответственно. Расходы на перевозку 1 тонны картофеля до каждого из городов задаются матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 & 9 \\ 5 & 1 & 8 & 12 \\ 11 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Рассчитать план перевозок, при котором сводятся к минимуму транспортные расходы.

Вариант 3

Задание 1. При составлении суточного рациона кормления скота можно использовать свежее сено (не более 50 кг) и силос (не более 70 кг). Рацион должен обладать определенной питательностью (число кормовых единиц не менее 30) и содержать питательные вещества: белок (не менее 1 кг), кальций (не менее 100 г) и фосфор (не менее 80 г). В таблице 2.7

приведены данные о содержании указанных компонентов в 1 кг каждого продукта питания и себестоимость (коп/кг) этих продуктов.

Составить рацион, удовлетворяющий вышеизложенным требованиям и минимальный по стоимости.

Таблица 2.7 – Содержание компонентов в продуктах

Продукты	Компоненты				
	Кормовые ед.	Белок	Кальций	Фосфор	Себестоимость
Сено свежее	0,5	40	1,25	2	1,2
Силос	0,5	10	2,5	1	0,8

Задание 2. Предприятие имеет три составные части: А1, А2, А3, которые могут снабжаться с четырех сырьевых точек: С1, С2, С3, С4. Транспортные расходы на единицу сырья даны в матрице

$$C = \begin{pmatrix} 18 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & 6 \\ 12 & 7 & 11 \end{pmatrix}$$

Производственные мощности баз в единицу времени составляют 100, 160, 140 и 120. Производственные мощности составных частей предприятия в единицу времени составляют 150, 250 и 120. Рассчитать план снабжения, обеспечивающий минимальную стоимость перевозки.

Задание 3. Для производства двух видов хлеба А и В фабрика расходует два вида муки, 1 и 2. В технологическом процессе используются тестомесильные агрегаты и печи для выпечки хлеба. В таблице 2.8 приведены исходные данные задачи.

Таблица 2.8 – Исходные данные задания 3

Виды ресурсов	Запас ресурсов	Нормы расходов	
		А	В
Мука 1	600 кг	1,2	1,0
Мука 2	450 кг	0,9	1,1
Машины	60 ч	0,1	0,2
Печи	120 ч	0,2	0,3

Найти план выпуска, максимизирующий прибыль, если цена одного кг хлеба А – 2 д. е.; одного кг хлеба В – 6 д. е., если хлеба А нужно выпустить не менее 100 кг.

Вариант 4

Задание 1. Хлебопекарный цех выпекает два вида хлеба – А и В. На производство 1 тонны хлеба А требуется 700 кг муки, хлеба В – 820 кг. Расход рабочего времени основного оборудования цеха на 1 тонну хлеба А и В соответствует 1,2 и 2,2 часам. Цех располагает запасом муки в количестве 14 340 кг. Резерв рабочего времени оборудования – 36,1 часов. Прибыль от реализации одной тонны хлеба А – 22 д. е., хлеба В – 30 д. е.

Спланировать работу цеха так, чтобы прибыль была максимальной, если выпуск хлеба В должен быть не менее 12 тонн.

Задание 2. Из трех видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должны входить не менее 26 единиц химического вещества А, 30 единиц – вещества В и 27 единиц – вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице 2.9. В ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Составить смесь нужного состава, имеющую минимальную стоимость.

Таблица 2.9 – Содержание химических веществ в сырье

Вещество	Количество единиц вещества в 1 кг сырья		
	Сырье 1	Сырье 2	Сырье 3
А	1	1	-
В	2	-	3
С	1	2	4
Цена	5	6	7

Задание 3. Для обогрева помещений используют четыре агрегата, каждый из которых может работать на любом из трех сортов топлива, имеющемся в количествах 70, 80 и 150 т. Потребность в топливе каждого из агрегатов, соответственно, равна 80, 120, 40 и 60 т. Теплотворная способность i -го сорта топлива при использовании его на j -м агрегате задается матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 11 \\ 6 & 5 & 8 & 7 \\ 7 & 11 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

Найти такое распределение топлива между агрегатами, при котором получается максимальное количество теплоты от использования всего топлива.

Вариант 5

Задание 1. Судно привезло 6 000 т чугуна и 4 000 т железной руды. Разгрузка судна может быть осуществлена двумя способами:

- непосредственно в вагоны;
- на склады.

Первым способом можно разгрузить 7 000 т, остаток груза придется направить на склад. Стоимость выгрузки 1 т товара непосредственно в вагоны составляет, соответственно, 4,3 и 3,6 д. е., а при отправке на склады 3,6 и 5,1 д. е. соответственно. Спланировать разгрузку с минимальными затратами.

Задание 2. Механический завод при изготовлении трех разных типов деталей использует токарные, фрезерные и строгальные станки. При этом обработку каждой детали можно вести тремя способами. В таблице 2.10 указаны ресурсы (станко-ч) каждой группы станков, нормы расхода времени при обработке детали на соответствующем станке по данному технологическому способу и прибыль от выпуска единицы детали каждого вида.

Таблица 2.10 – Исходные данные задания 2

Станки	Детали									Ресурсы времени
	1			2			3			
	Тех. способы									
	1	2	1	2	3	1	2	3		
Токарный	0,4	0,9	0,5	0,3	-	0,7	-	0,9	250	
Фрезерный	0,5	-	0,6	0,2	0,5	0,3	1,4	-	450	
Строгальный	0,3	0,5	0,4	1,5	0,3	-	1,0	0,5	600	
Прибыль	12			18			30			

Составить оптимальный план загрузки производственных мощностей, обеспечивающих максимальную прибыль. Решить задачу, если детали 2-го и 3-го типов должны выпускаться в комплекте 2:3.

Задание 3. Изготавливаемый на четырех кирпичных заводах кирпич поступает на три объекта. В таблице 2.11 указаны производство кирпича на каждом заводе (тыс. шт.), потребности в кирпиче на объектах (тыс. шт.), цена перевозки 1 тыс. шт. кирпича от каждого завода к каждому объекту.

Таблица 2.11 – Исходные данные задания 3

Завод	Цена перевозки			Производство
	1	2	3	
I	8	7	5	240
II	13	8	10	360
III	12	4	11	180
IV	14	6	12	120
Потребность	230	320	350	

Составить план доставок кирпича с минимальной ценой перевозок.

Вариант 6

Задание 1. На звероферме могут выращиваться черно-бурые лисицы и песцы. Для обеспечения нормальных условий их выращивания используются три вида кормов. Количество единиц корма, расходуемых на одно животное, запасы кормов и цена 1 шкурки указаны в таблице 2.12.

Определить, сколько лисиц и песцов необходимо выращивать, чтобы получить максимальную цену от продажи их шкурки.

Таблица 2.12 – Исходные данные задания 1

Вид корма	Кол-во ед. на 1 животное		Общее кол-во корма
	Лисица	Песец	
I	2	3	180
II	4	1	240
III	6	7	426
Цена	16	12	

Задание 2. Для перевозок груза на двух линиях могут быть использованы суда двух типов. Производительность судов на различных линиях приведена в таблице 2.13. Там же указаны общее время, в течение которого суда каждого типа находятся в эксплуатации, и минимально необходимые объёмы перевозок на каждой линии.

Таблица 2.13 – Исходные данные задания 2

Тип судна	Производительность судов (млн тонн/миль)		Общее время эксплуатации судов (сутки)
	1	2	
I	8	14	300
II	6	15	320
Объём перевозок млн. тонн/миль	2 000	3 400	

Спланировать работу судов так, чтобы обеспечить максимальную загрузку судов с учётом возможного времени их эксплуатации.

Задание 3. На трех складах оптовой базы сосредоточен однородный груз в количествах 180, 60 и 80 единиц. Этот груз необходимо перевезти в 4 магазина. Каждый из магазинов должен получить, соответственно, 120, 40, 60 и 80 единиц груза. Тарифы перевозок единицы груза из каждого склада во все магазины задаются матрицей

$$C = \begin{matrix} & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 5 & 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 2 \end{matrix}$$

Составить план перевозок, стоимость которых является минимальной.

Вариант 7

Задание 1. Предприятие выпускает продукцию двух видов: П1 и П2, используя при этом три вида сырья: С1, С2, С3, запасы которого ограничены. Расход сырья каждого вида при производстве единицы продукции П1 и П2 задается таблицей 2.14; в ней указаны доходы предприятия от продажи единицы готовой продукции каждого вида.

Таблица 2.14 – Исходные данные задания 1

Продукция	Сырье			Доход от продукции
	С1	С2	С3	
П1	1	3	4	7
П2	2	2	6	8
Общие запасы	10	18	36	

Составить план выпуска продукции каждого вида так, чтобы доход предприятия был максимален.

Задание 2. Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку ежедневно необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ (г) в 1 кг продуктов и цена 1 кг продуктов указаны в таблице 2.15.

Таблица 2.15 – Содержание питательных веществ в продуктах

Питательные вещества	Содержание питательных веществ в продукте						
	Мясо	Рыба	Молоко	Масло	Сыр	Крупа	Картофель
Белки	180	190	30	10	260	130	21
Жиры	20	3	40	85	310	30	2
Углеводы	-	-	50	6	20	650	200
Мин. соли	9	10	7	12	60	20	10
Цена	1,8	1,0	0,28	3,4	2,9	0,5	0,1

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека в необходимых питательных веществах при минимальной стоимости потребляемых продуктов.

Задание 3. Производственное объединение имеет в своем составе три филиала, которые производят однородную продукцию в количествах, равных 50, 30 и 10 единиц соответственно. Эту продукцию получают четыре потребителя, расположенных в разных местах. Их потребности, соответственно, равны 30, 30, 20 и 10 единиц. Тарифы перевозок единицы продукции от каждого из филиалов каждому потребителю задаются матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Составить план прикрепления получателей продукции к ее поставщикам, при котором стоимость перевозок является минимальной.

Вариант 8

Задание 1. Для кормления подопытного животного ему необходимо давать ежедневно не менее 15 ед. химического вещества А1 (витамина или некоторой соли) и 15 ед. химического вещества А2. Не имея возможности давать вещество А1 или А2 в чистом виде, можно приобретать вещество В1 по 1 д. е. или В2 по 3 д. е. за 1 кг, причем каждый килограмм В1 содержит 1 ед. А1 и 3 ед. А2, а килограмм В2 – 6 ед. А1 и 2 ед. А2.

Запасы веществ на складе: В1 – 7 кг, В2 – 9 кг.

Определить оптимальную закупку веществ В1 и В2 для ежедневного рациона.

Задание 2. Мебельная фабрика выпускает столы, стулья, бюро и книжные шкафы. При изготовлении этих товаров используются два различных типа досок, причем фабрика имеет в наличии 1 500 м досок 1 типа и 1 000 м досок 2 типа; кроме того, заданы трудовые ресурсы в количестве 800 чел. В таблице 2.16 приведены нормативы затрат каждого из видов ресурсов на изготовление 1 ед. изделия и прибыль на 1 ед. изделия.

Таблица 2.16 – Нормативы затрат ресурсов на изготовление изделий

Наименование ресурсов	Затраты на 1 ед. продукции			
	Стол	Стуль	Бюро	Книжн. шкаф
Доски 1 типа, м	5	1	9	12
Доски 2 типа, м	2	3	4	1
Трудовые ресурсы	3	2	5	10
Прибыль, руб.	12	5	15	10

Найти план производства, максимизирующий прибыль, при условии, что комплектность стульев и шкафов равна 6:1.

Задание 3. Для строительства четырех дорог используется гравий из трех карьеров. Запасы гравия в каждом из карьеров, соответственно, равны 120, 280 и 160 условных единиц. Потребности в гравии для строительства каждой из дорог, соответственно, равны 130, 220, 60 и 70 условных единиц. Тарифы перевозок 1 условной единицы гравия из каждого из карьера к каждой из строящихся дорог задаются матрицей

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 9 & 5 \\ 4 & 2 & 6 & 8 \\ 3 & 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Составить план перевозок, стоимость которых является минимальной.

Вариант 9

Задание 1. В состав рациона кормления входят 2 продукта: сено и концентраты, содержащие питательные вещества: белок, кальций, витамины. Содержание питательных веществ (в граммах на 1 кг) соответствующего продукта питания и минимально необходимые нормы их потребления заданы таблицей 2.17.

Определить оптимальный рацион кормления из условий минимальной стоимости, если цена 1 кг продукта питания, соответственно, составляет: сено – 5 д. е., концентраты – 7 д. е.

Таблица 2.17 – Содержание питательных веществ в продуктах

Продукты	Питательные вещества		
	Белок	Кальций	Витамины
Сено	65 г/кг	6 г/кг	1 ед.
Концентр.	200 г/кг	4 г/кг	2 ед.
Нормы потребления	2 500 г	120 г	42 ед.

Включить в задачу условие ограниченности ресурсов на один рацион: сена не более 25 кг, концентратов – не более 20 кг.

Задание 2. Продукцией городского молокозавода являются молоко, кефир и сметана, расфасованные в бутылки. На производство 1 т молока, кефира и сметаны требуется, соответственно, 1 010, 1 010, 9 450 кг молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1 т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-ч. На расфасовке сметаны заняты специальные автоматы в течение 3,25 ч. Всего для производства продукции завод может использовать 136 000 кг молока. Основное оборудование может использоваться в течение 21,4 машино-ч, а автоматы по расфасовке сметаны – в течение 16,25 ч. Прибыль от реализации 1 т молока, кефира и сметаны,

соответственно, равна 30, 32 и 136 д. е. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока, расфасованного в бутылки.

Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

Задание 3. Для строительства четырех объектов используется кирпич, изготавливаемый на трех заводах. Ежедневно каждый из заводов может изготовить 100, 150 и 50 условных единиц кирпича. Ежедневные потребности в кирпиче на каждом из строящихся объектов, соответственно, равны 75, 80, 60 и 85 условных единиц. Тарифы перевозок 1 условной единицы кирпича с каждого из заводов к каждому из строящихся объектов задаются матрицей

$$L = \begin{matrix} & 6 & 7 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 20 & 1 \end{matrix}$$

Составить план перевозок, стоимость которых является минимальной.

Вариант 10

Задание 1. Из двух видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должны входить не менее 19 ед. химического вещества А, 22,4 ед. вещества В и 17,8 ед. вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице 2.18, в ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Составить смесь, содержащую не менее нужного количества веществ и имеющую минимальную стоимость.

Таблица 2.18 – Содержание химических веществ в сырье

Вещество	Количество единиц	
	I	II
А	1,2	1,1
В	2,1	1,2
С	1,0	1,9
Цена	6,4	7,9

Задание 2. На ткацкой фабрике для изготовления трех артикулов ткани используются ткацкие станки двух типов, пряжа и красители. Нормы расходов ресурсов на изготовление 1 м тканей, цена 1 м тканей, запасы ресурсов и выпуск тканей указаны в таблице 2.19.

Составить план выпуска тканей таким образом, чтобы стоимость выпущенной ткани была максимальной.

Таблица 2.19 – Нормы расходов ресурсов

Ресурсы	Нормы затрат			Запасы
	1	2	3	
Станки, станко-ч:				
I типа	0,02	-	0,04	200
II типа	0,04	0,03	0,01	500
Пряжа, кг	1,0	1,5	2,0	15 000
Красители, кг	0,03	0,02	0,025	450
Цена	5	8	9	
Выпуск, м				
Минимальный	1 000	2 000	2 500	
Максимальный	2 000	9 000	4 000	

Задание 3. На трех комбинатах ежедневно производится 110, 190 и 90 т муки. Эта мука потребляется четырьмя хлебозаводами, ежедневные потребности которых равны, соответственно, 80, 60, 170 и 80 т. Тарифы перевозок 1 т муки с комбинатов на каждый хлебозавод задаются матрицей

$$L = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 12 \\ 3 & 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Составить такой план доставки муки, при котором общая стоимость перевозок минимальна.

Вариант 11

Задание 1. На швейной фабрике для изготовления двух видов изделий (А и В) используется ткань двух артикулов и другие расходы. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия, общий запас ткани и прибыль от продажи одного изделия приведены в таблице 2.20.

Таблица 2.20 – Нормы расходов ресурсов на изделия

Ресурсы	Нормы расхода ткани, м, на одно изделие вида		Общий запас ткани, м
	А	В	
Ткань 1	2	1	150
Ткань 2	3	2	210
Др. расход	7	8	560
Прибыль	8	6	

Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы прибыль изготовленной продукции была максимальной.

Задание 2. В трех хранилищах горючего ежедневно хранится 175, 125 и 140 т бензина. Этот бензин ежедневно получают четыре заправочные станции в количествах, равных, соответственно, 180, 110, 60 и 40 т. Стоимость перевозок 1 т бензина от хранилищ к заправочным станциям задается матрицей

$$L = \begin{matrix} & 9 & 7 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 & 1 \end{matrix}$$

Составить такой план перевозок бензина, при котором общая стоимость перевозок минимальна.

Задание 3. В состав рациона кормления входят 2 продукта: сено и концентраты, содержащие питательные вещества: белок, кальций, витамины. Содержание питательных веществ (в граммах на 1 кг) соответствующего продукта питания и минимально необходимые нормы их потребления заданы таблицей 2.21.

Таблица 2.21 – Содержание питательных веществ в продуктах

Продукты	Питательные вещества		
	Белок	Кальций	Витамины
Сено	65 г/кг	6 г/кг	1 ед.
Концентр.	200 г/кг	4 г/кг	2 ед.
Нормы потребления	2 500 г	120 г	42 ед.

Определить оптимальный рацион кормления из условий минимальной стоимости, если цена 1 кг продукта питания, соответственно, составляет: сено – 5 д. е., концентраты – 7 д. е. Включить в задачу условие ограниченности ресурсов на один рацион: сена – не более 25 кг, концентратов – не более 20 кг.

Вариант 12

Задание 1. Предприятие может работать по двум технологическим процессам, причем количество единиц выпускаемой продукции по разным технологическим процессам за единицу времени соответственно равно 300 и 250. Затраты производственных факторов по технологическим процессам в единицу времени и ресурсы указаны в таблице 2.22.

Составить план максимального выпуска продукции.

Таблица 2.22 – Исходные данные задания 1

Фактор	Процесс		Ресурсы
	1	2	
Сырье	12	10	544
Электроэнергия	0,2	0,1	8
Зарплата	3	4	204
Накладные расходы	6	5	300

Задание 2. Из трех видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должны входить не менее 26 единиц химического вещества А, 30 единиц – вещества В и 27 единиц – вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице 2.23. В ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Составить смесь, нужного состава, имеющую минимальную стоимость.

Таблица 2.23 – Содержание химических веществ в сырье

Вещество	Количество единиц вещества в 1 кг сырья		
	Сырье 1	Сырье 2	Сырье 3
А	1	1	-
В	2	-	3
С	1	2	4
Цена	5	6	7

Задание 3. На трех складах оптовой базы сосредоточена мука в количествах 140, 360 и 180 т соответственно. Эту муку необходимо перевезти в 5 магазинов, каждый из которых должен получить, соответственно, 90, 120, 230, 180 и 60 т. С первого склада муку не представляется возможным перевозить во 2-й и 5-й магазины, а из второго склада в третий магазин должно быть завезено 100 т муки. Тарифы перевозок 1 т муки из каждого склада во все магазины задаются матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 7 & - & 8 & 2 & - \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Составить план перевозок, стоимость которых является минимальной.

Вариант 13

Задание 1. Столярная мастерская выпускает столы и стулья. При изготовлении этих товаров используются 2 различных типа досок, причем имеется в наличии 450 м досок 1-го типа и 240 м досок 2-го типа. Кроме того, заданы трудовые ресурсы в количестве 330 чел.-ч. В таблице 2.24

приведены нормативы затрат каждого из видов ресурсов на изготовление одной единицы изделия и прибыль на одну единицу изделия.

Таблица 2.24 – Нормативы затрат ресурсов на изделия

Ресурсы	Затраты на 1 ед. изд.	
	Столы	Стулья
Доски 1-го типа, м	5	3
Доски 2-го типа, м	1	2
Труд. ресурсы, чел.-ч	3	2
Прибыль	10	6

Максимизировать прибыль при условиях, налагаемых на ассортимент: столов – не менее 15 штук, стульев – не менее 80 штук.

Задание 2. Из трех видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должны входить не менее 26 единиц химического вещества А, 30 единиц – вещества В и 27 единиц – вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице 2.25. В ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Составить смесь нужного состава, имеющую минимальную стоимость.

Таблица 2.25 – Содержание химических веществ в сырье

Вещество	Количество единиц вещества в 1 кг сырья		
	Сырье 1	Сырье 2	Сырье 3
А	1	1	-
В	2	-	3
С	1	2	4
Цена	5	6	7

Задание 3. На трех железнодорожных отстоях А1, А2, А3 скопилось 120, 110 и 130 незагруженных вагонов. Эти вагоны необходимо перегнать на железнодорожные станции В1, В2, В3, В4, В5. На каждой из этих станций потребность в вагонах, соответственно, равна 80, 60, 70, 100 и 50.

Учитывая, что с отстоя А2 не представляется возможным перегнать вагоны на станцию В2 и В4, и зная, что тарифы перегонок 1 вагона определяются матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 6 & 7 \\ 3 & - & 5 & - & 2 \\ 8 & 9 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix},$$

составить такой план перегонок вагонов, чтобы общая стоимость перевозок была минимальной.

Вариант 14

Задание 1. На промышленном предприятии изготавливают два продукта – А1 и А2. Эта продукция производится с помощью оборудования И1, И2, И3, которое в течение дня может работать, соответственно, 24 000, 32 000, 27 000 секунд. Нормы времени, необходимого для производства единицы продукции с помощью соответствующего оборудования, даны в таблице 2.26.

Таблица 2.26 – Исходные данные задания 1

Изделие	Оборудование		
	И1	И2	И3
А1	3	8	9
А2	6	4	3

Прибыль от производства первого изделия – 23 д. е., второго – 12 д. е.

Спланировать производство так, чтобы получить максимальную прибыль, если изделий 2 должно быть выпущено не меньше 1 000.

Задание 2. Для строительства четырех дорог используется гравий из трех карьеров. Запасы гравия в каждом из карьеров, соответственно, равны 120, 280 и 160 условных единиц. Потребности в гравии для строительства каждой из дорог, соответственно, равны 130, 220, 60 и 70 условных единиц. Тарифы перевозок 1 условной единицы гравия из каждого из карьеров к каждой из строящихся дорог задаются матрицей

$$L = \begin{matrix} & 1 & 7 & 9 & 5 \\ 4 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 3 & 8 & 1 & 2 \end{matrix}$$

Составить план перевозок, стоимость которых является минимальной.

Задание 3. На текстильном предприятии имеется три типа ткацких станков. На станках каждого типа могут производиться четыре вида тканей: батист, бязь, ситец и сатин. Производительность каждого станка и себестоимость тканей приведены в таблице 2.27.

Учитывая, что фонд рабочего времени каждой из групп ткацких станков, соответственно, равен 90, 220, 180 станко-ч, составить такой план их загрузки, при котором общая себестоимость выпускаемых тканей в количествах 1 200 м батиста, 900 м бязи, 1800 м ситца и 800 м сатина является минимальной.

Таблица 2.27 – Исходные данные для выполнения задания 3

Тип станка	Производительность, м/ч				Себестоимость, грн за м/ч			
	Батист	Бязь	Ситец	Сатин	Батист	Бязь	Ситец	Сатин
I	24	36	18	42	2	1	3	1
II	12	15	9	21	3	2	4	1
III	8	10	6	14	6	3	5	2

Вариант 15

Задание 1. Завод производит два изделия на экспорт с помощью машин М1 и М2. Максимальное время работы машины М 1 – 10,6 ч, машины М 2 – 14,2 ч в сутки. Расход времени работы машин на одно изделие (в часах) представлен в таблице 2.28.

Таблица 2.28 – Исходные данные для выполнения задания 1

Изделие	Машины	
	М 1	М 2
1	1,3	2,5
2	1,8	2,1

Валютная прибыль от продажи единицы изделия 1 составляет 4,5 доллара, а изделия 2 – 3 доллара. Рассчитать производственный план на сутки при максимуме прибыли, причем изделий 2 выпустить не менее 2.

Задание 2. В состав рациона кормления входят три продукта: сено, силос и концентраты, содержащие питательные вещества: белок, кальций и витамины. Содержание питательных веществ (в граммах) на 1 кг соответствующего продукта питания и минимально необходимая норма их потребления заданы таблицей 2.29.

Определить оптимальный рацион кормления из условия минимальной стоимости, если цена 1 кг продукта питания составляет: силос – 2, концентраты – 5, сено – 3 д. е. Включить в задачу условие: отношение «сено: концентраты = 5:1».

Таблица 2.29 – Содержание питательных веществ в продуктах

Продукты	Питательные свойства		
	Белок	Кальций	Витамины
Силос	20	4	1
Концентраты	180	3	1
Сено	10	6	2
Норма потребления	2 000	120	40

Задание 3. Имеется три участка земли, на которых могут быть засеяны кукуруза, пшеница, ячмень и просо. Площадь каждого участка равна 600, 180 и 220 га соответственно. С учетом наличия семян, кукурузой, пшеницей, ячменем и просом следует засеять, соответственно, 290, 180, 110 и 420 га. Урожайность каждой из культур для каждого участка задается матрицей

$$L = \begin{pmatrix} 40 & 45 & 50 \\ 30 & 28 & 22 \\ 18 & 22 & 14 \\ 24 & 18 & 16 \end{pmatrix}$$

Определить, сколько гектаров каждой культуры на каждом участке следует посеять, чтобы получить максимальный сбор зерна.

Вариант 16

Задание 1. Коммерческий магазин хочет закупить овощи А и В. Количество овощей, закупочные цены и цены, по которым магазин продает овощи, приведены в таблице 2.30.

Таблица 2.30 – Исходные данные для выполнения задания 1

Овощи	Цены		Количество овощей
	Закупка	Реализация	
А	1,6	2,4	60
В	1,7	2,2	70

Как выгоднее вложить деньги, если общая сумма, которой располагает магазин в данное время, составляет 180 д. е., причем овощей А нужно приобрести не менее 10 тонн?

Задание 2. На судно грузоподъемностью 2 000 т и емкостью 3 080 м³ нужно погрузить три товара – А, Б, С. Объемные коэффициенты товара составляют, соответственно, 2,1; 1,2 и 2,3 м³/т. На портовом складе имеются 900 т товара А и одинаковое, достаточно большое количество товаров Б и С. Товары Б, С должны быть высланы в надлежащем отношении, а именно количество товара С не должно превышать половины количества товара Б. Доход от перевозки одной тонны товара составляет, соответственно, 80, 75, 70 д. е.

Какие количества отдельных товаров следует погрузить на судно, чтобы получить максимальный доход от перевозки?

Задание 3. Мясокомбинат имеет в своем составе четыре завода, на каждом из которых может изготавливаться три вида колбасных изделий. Мощности каждого из заводов, соответственно, равны 320, 280, 270 и 350 т/сутки. Ежедневные потребности в колбасных изделиях каждого вида, соответственно, равны 450, 370 и 400 т. Себестоимость 1 т каждого вида колбасных изделий на каждом заводе задана матрицей

$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{matrix} \end{matrix}$$

Найти такое распределение выпуска колбасных изделий между заводами, при котором себестоимость изготовленной продукции является минимальной.

Вариант 17

Задание 1. Из двух видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должны входить не менее 19 ед. химического вещества А, 22,4 ед. вещества В и 17,8 ед. вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащееся в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице 2.31, в ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Таблица 2.31 – Содержание химических веществ в сырье

Вещество	Количество единиц	
	I	II
А	1,2	1,1
В	2,1	1,2
С	1,0	1,9
Цена	6,4	7,9

Составить смесь, содержащую не менее нужного количества веществ и имеющую минимальную стоимость.

Задание 2. Составить план перевозок каменного угля с трех шахт на четыре теплостанции. План должен обеспечивать минимальные транспортные издержки. Суточная производительность шахт, потребность теплостанций и стоимость перевозки 1 тыс. т угля указаны в таблице 2.32.

Таблица 2.32 – Исходные данные для выполнения задания 2

Шахты	Стоимость перевозки				Производительность
	В1	В2	В3	В4	
А1	6	7	3	5	100
А2	1	2	5	6	150
А3	3	10	12	4	50
Потребности	75	80	60	85	

Задание 3. Механический завод при изготовлении двух типов деталей использует токарное, фрезерное и сварочное оборудование. При этом обработку каждой детали можно вести двумя различными технологическими способами. Полезный фонд времени работы каждой группы оборудования (станко-ч), нормы расхода времени при обработке каждой детали на соответствующем оборудовании по данному технологическому способу и прибыль от выпуска единицы детали каждого вида приведены в табл. 2.33.

Таблица 2.33 – Исходные данные для выполнения задания 3

Оборудование	Детали				Фонд времени
	1		2		
	Технологические способы				
	І	ІІ	І	ІІ	
Фрезерное	2	2	3	0	20
Токарное	3	1	1	2	37
Сварочное	0	1	1	4	30
Прибыль	11	6	9	7	

Составить оптимальный план загрузки оборудования, обеспечивающий заводу максимальную прибыль.

Вариант 18

Задание 1. Для производства двух видов хлеба, А и В, фабрика расходует два вида муки – 1 и 2. В технологическом процессе используются тестомесильные агрегаты и печи для выпечки хлеба. В таблице 2.34 приведены исходные данные задачи.

Таблица 2.34 – Исходные данные для выполнения задания 1

Виды ресурсов	Запас ресурсов	Нормы расходов	
		А	В
Мука 1	600 кг	1,2	1,0
Мука 2	450 кг	0,9	1,1
Машины	60 ч	0,1	0,2
Печи	120 ч	0,2	0,3

Найти план выпуска, максимизирующий прибыль, если цена одного кг хлеба А – 2 д. е.; одного кг хлеба В – 6 д. е., если хлеба А нужно выпустить не менее 100 кг.

Задание 2. Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку ежедневно необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ (г) в 1 кг продуктов и цена 1 кг продуктов указаны в таблице 2.35.

Таблица 2.35 – Содержание питательных веществ в продуктах

Питательные вещества	Содержание питательных веществ в продукте						
	Мясо	Рыба	Молоко	Масло	Сыр	Крупа	Картофель
Белки	180	190	30	10	260	130	21
Жиры	20	3	40	85	310	30	2
Углеводы	-	-	50	6	20	650	200
Мин. соли	9	10	7	12	60	20	10
Цена	1,8	1,0	0,28	3,4	2,9	0,5	0,1

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека в необходимых питательных веществах при минимальной стоимости потребляемых продуктов.

Задание 3. Совхозы А1, А2, А3 выделяют, соответственно, 40, 50 и 30 ц молока для ежедневного снабжения городов В1, В2, В3 и В4.

Стоимость перевозки 1 ц молока и потребности городов в молоке даны в таблице 2.36.

Таблица 2.36 – Исходные данные для выполнения задания 3

Совхоз	Стоимость перевозки			
	В1	В2	В3	В4
А1	3	2,5	3,5	4
А2	2	4,5	5	1
А3	6	3,8	4,2	2,8
Потребности	20	40	30	30

Организовать снабжение так, чтобы города обеспечивались молоком, а транспортные расходы были минимальны.

Вариант 19

Задание 1. Предприятие электроизделий выпускает два вида продукции – электроутюги и электрорепчи. Для их производства предприятие имеет в неделю следующие ресурсы: 300 ч работы управленческого персонала,

480 ч работы машин и 500 ч работы рабочих. Для выпуска одного электроутюга необходимы 1 ч работы управленцев, 1 ч работы машин и 2 ч работы рабочих. Соответственно, для выпуска одной электропечи необходимы 1 ч работы управленцев, 2 ч работы машин и 1 ч работы рабочих. Прибыль, полученная от реализации 1 электроутюга, – 30 д. е., 1 электропечи – 50 д. е.

Составить план работы предприятия, обеспечивающий максимальную прибыль.

Задание 2. При производстве четырех видов кабеля выполняется пять групп технологических операций. Нормы затрат времени на 1 км кабеля, ресурсы времени и прибыль от реализации 1 км кабеля указаны в таблице 2.37.

Таблица 2.37 – Нормы затрат времени на изготовление кабеля

Технологическая операция	Нормы затрат времени				Ресурс времени
	1	2	3	4	
Волочение	1,2	1,8	1,6	2,4	7 200
Наложение изоляции	1,0	0,4	0,8	0,7	5 600
Скручивание элементов	6,4	5,6	6,0	8,0	11 176
Свинцование	3,0	-	1,8	2,4	3 600
Испытание и контроль	2,1	1,5	0,8	3,0	4 200
Прибыль	1,2	0,8	1,0	1,3	

Определить такой план выпуска кабеля, при котором общая прибыль от его реализации максимальна.

Задание 3. В четырех хранилищах имеется, соответственно, 40, 50, 60 и 30 т топлива. Требуется спланировать перевозки топлива к трем потребителям, спрос которых, соответственно, равен 60, 80 и 40 т, так, чтобы затраты на транспортировку были минимальными. Стоимость перевозок 1 т от каждого хранилища к каждому потребителю задаются матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 6 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 20

Задание 1. Пароход может быть использован для перевозки 11 наименований груза, масса, объем и цена единицы каждого из которых приведены в таблице 2.38.

Таблица 2.38 – Исходные данные для выполнения задания 1

Параметры единицы груза	Номер груза										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Масса, т	80	62	92	82	90	60	81	83	86	65	83
Объем, м ³	100	90	96	110	120	80	114	60	106	114	86
Цена	4,4	2,7	3,2	2,8	2,7	2,8	3,3	3,5	3,7	3,9	4,0

На пароход может быть погружено не более 800 т груза, общим объемом, не превышающим 600 м³. Определить, сколько единиц каждого груза следует поместить на пароход так, чтобы общая стоимость размещенного груза была максимальной.

Задание 2. Ткань производится на станках двух типов. Для изготовления ткани используются пряжа и красители. В таблице 2.39 указаны мощности станков (в тысячах станко-часов), ресурсы пряжи и красителей (тыс. кг), время работы станков для производства каждого вида ткани (в станко-часах на 1 тыс. м), нормы расхода пряжи и краски (в килограммах на 1 тыс. м) и цена (д. е.) 1 м ткани.

Таблица 2.39 – Исходные данные для выполнения задания 2

Виды ресурсов	Объем ресурсов	Производительность и нормы расхода	
		Ткань «А»	Ткань «В»
Станки 1 типа	30	20	15
Станки 2 типа	22	16	22
Пряжа	2,2	1,1	2
Красители	0,25	0,1	0,5
Цена		14	15

Определить оптимальный ассортимент, максимизирующий прибыль, если ткани «В» нужно выпустить не менее 200 м.

Задание 3. В колхозе требуется выполнить следующие виды работ: культивацию пара (1 200 га), подъем пара (4 000 га), культивацию пропашных (350 га) и сенокошение (1 600 га). Работа выполняется при помощи тракторов ДТ-75, «Беларусь», Т-25. Сезонная норма выработки в зависимости от марки трактора составляет, соответственно, 4 000, 750 и 2 400 га. Себестоимость каждого вида работ, выполненного каждым трактором на один гектар, задается матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 4,5 & 4,2 & 5 \\ 3 & 3,5 & - \\ 4 & 4,5 & - \\ 3,5 & 3 & 4,2 \end{pmatrix}$$

Требуется распределить работы между тракторами так, чтобы они были выполнены с минимальной себестоимостью.

Вариант 21

Задание 1. При изготовлении изделий И1 и И2 используются токарные и фрезерные станки, сталь и цветные металлы. По технологическим нормам на производство единицы изделия И1 требуется токарного и фрезерного оборудования, соответственно, 300 и 200 станко-часов, 40 и 20 кг стали и цветных металлов. Для производства единицы изделия И2 требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12 400 и 4 400 станко-часами оборудования, 980 и 640 кг материалов. Прибыль от реализации единицы изделия И1 составляет 600 д. е., изделия И2 – 850 д. е.

Составить план выпуска изделий, обеспечивающий максимальную прибыль.

Задание 2. Для кормления подопытного животного ему необходимо давать ежедневно не менее 15 ед. химического вещества А1 (витамина или некоторой соли) и 15 ед. химического вещества А2. Не имея возможности давать вещество А1 или А2 в чистом виде, можно приобретать вещество В1 по 1 д. е. или В2 по 3 д. е. за 1 кг, причем каждый килограмм В1 содержит 1 ед. А1 и 3 ед. А2, а килограмм В2 – 6 ед. А1 и 2 ед. А2. Запасы веществ на складе: В1 – 7кг, В2 – 9 кг.

Определить оптимальную закупку веществ В1 и В2 для ежедневного рациона.

Задание 3. Три вида механизмов в количестве 45, 30 и 50 единиц могут использоваться на четырех участках работы. Потребности в механизмах на каждом участке, соответственно, 20, 40, 45 и 20 единиц. Производительность каждого механизма на каждом участке работы задается матрицей

$$P = \begin{matrix} & 4 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 6 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 4 & 7 \end{matrix}$$

Найти оптимальное распределение механизмов между участками работы.

Вариант 22

Задание 1. На предприятии, в состав которого входят 3 производственных цеха, изготавливается 2 изделия – 1 и 2. Изделие обрабатывается в каждом цехе. Нормы времени, необходимые для изготовления единицы

изделия в соответствующих цехах, и производственные мощности цехов в часах в расчете на сутки соответственно задаются таблицей 2.40.

Таблица 2.40 – Исходные данные для выполнения задания 1

Цех	Изделие		Производственные мощности
	1	2	
1	2	1,7	17
2	2	1	9
3	3	2,5	15,5

Прибыль от продажи 1-го изделия равна 2,3 д. е., 2-го – 3,5 д. е. Определить план производства, обеспечивающий максимальную прибыль, если выпуск изделия 1 – не менее 1 штуки.

Задание 2. При составлении суточного рациона кормления скота можно использовать свежее сено (не более 50 кг) и силос (не более 70 кг). Рацион должен обладать определенной питательностью (число кормовых единиц не менее 30) и содержать питательные вещества: белок (не менее 1 кг), кальций (не менее 100 г) и фосфор (не менее 80 г). В таблице 2.41 приведены данные о содержании указанных компонентов в 1 кг каждого продукта питания и себестоимость (коп./кг) этих продуктов.

Составить рацион, удовлетворяющий вышеизложенным требованиям и минимальный по стоимости.

Таблица 2.41 – Содержание питательных веществ в продуктах

Продукты	Компоненты				
	Кормовые единицы	Белок	Кальций	Фосфор	Себестоимость
Сено свежее	0,5	40	1,25	2	1,2
Силос	0,5	10	2,5	1	0,8

Задание 3. С трех складов необходимо вывезти картофель в четыре торговые точки. На складах картофель имеется в количествах 150, 70 и 100 т. Потребности каждой торговой точки, соответственно, 80, 40, 80 и 100 т. Стоимость перевозки 1 т картофеля с каждого склада в каждую торговую точку задаются матрицей

$$C = \begin{matrix} & 4 & 2 & 3 & 6 \\ 5 & 5 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 & 7 & 3 \end{matrix}$$

Требуется закрепить поставщиков за торговыми точками так, чтобы общая сумма затрат на перевозку была минимальной.

Вариант 23

Задание 1. Коммерсант хочет закупить обувь двух типов –А и В. Количество обуви, закупочные цены и цены, по которым он предлагает реализовать обувь, приведены в таблице 2.42.

Таблица 2.42 – Исходные данные для выполнения задания 1

Обувь	Цены		Количество пар обуви
	Закупка	Реализация	
А	11	23	20
В	12	22	25

Как выгоднее вложить деньги, если общая сумма, которой располагает коммерсант в данное время, составляет 460 д. е. и обуви А нужно закупить не менее 12 пар?

Задание 2. Из отходов производства предприятие может организовать выпуск четырех видов продукции. Для этого оно планирует использовать два вида взаимозаменяемого оборудования. Условия производства указаны в таблице 2.43.

Таблица 2.43 – Исходные данные для выполнения задания 2

Тип оборудования	Кол-во изделий за 1 ч				Затраты на производство			
	1	2	3	4	1	2	3	4
I	8	7	4	5	2,7	2,6	2,7	2,4
II	6	8	6	4	2,6	2,7	2,5	2,6

Оборудование I типа предприятие может использовать не более 80 ч, а оборудование типа II – не более 60 ч. Учитывая, что предприятию следует изготовить изделий каждого вида, соответственно, не менее 240, 160, 150 и 220 ед., определить, в течение какого времени и на каком оборудовании следует изготавливать каждое изделие так, чтобы получить не менее нужного количества изделий при минимальных затратах на их производство.

Задание 3. Товары с четырех баз поставляются в три магазина. Запасы товара на базах, соответственно, равны 30, 80, 60 и 50 тыс. ед. Потребности каждого магазина – 80, 100 и 40 тыс. ед. соответственно. Стоимость перевозок от каждой базы к каждому магазину 1 тыс. ед. товара задается матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Требуется запланировать перевозки так, чтобы полностью удовлетворить потребности магазинов, а общая сумма затрат на перевозку была минимальной.

Вариант 24

Задание 1. На кондитерской фабрике выпускается два вида карамели – К1 и К2. Для производства карамели требуются сахар, патока и повидло. Запасы сырья, расходы сырья на производство карамели и прибыль, получаемая от продажи 1 т карамели, приведены в таблице 2.44.

Составить план выпуска карамели, максимизирующий прибыль, если выпуск карамели К1 не меньше 150 т.

Таблица 2.44 – Расход сырья на изготовление карамели

Сырье	Расход сырья		Запасы
	К1	К2	
Сахар	0,7	0,5	700
Патока	0,3	0,2	300
Повидло	0,1	0,3	150
<i>Прибыль</i>	1 000	1 120	

Задание 2. Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку ежедневно необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ (г) в 1 кг продуктов и цена 1 кг продуктов указаны в таблице 2.45.

Таблица 2.45 – Содержание питательных веществ в продуктах

Питательные вещества	Содержание питательных веществ в продукте						
	Мясо	Рыба	Молоко	Масло	Сыр	Крупа	Картофель
Белки	180	190	30	10	260	130	21
Жиры	20	3	40	85	310	30	2
Углеводы	-	-	50	6	20	650	200
Мин.соли	9	10	7	12	60	20	10
<i>Цена</i>	1,8	1,0	0,28	3,4	2,9	0,5	0,1

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека в необходимых питательных веществах при минимальной стоимости потребляемых продуктов.

Задание 3. На трех металлургических заводах ежедневно производится сталь в количествах 160, 140 и 60 т соответственно. Эту сталь необходимо перевезти на четыре машиностроительных комбината, потребности которых составляют 80, 80, 60 и 80 т. Затраты на перевозку 1 т стали от каждого завода к каждому комбинату даны в матрице

$$C = \begin{matrix} & 5 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 2 & 5 & 5 \\ 1 & 6 & 3 & 2 \end{matrix}$$

Определить план перевозок, имеющий минимальную стоимость.

Вариант 25

Задание 1. Предприятие может выпускать продукцию по двум технологическим способам производства. При этом за 1 час по первому способу производства оно выпускает 20 единиц продукции, по второму способу – 25 единиц продукции. Количество производственных факторов, расходуемых за час при различных способах производства, и располагаемые ресурсы этих факторов представлены в таблице 2.46.

Спланировать работу предприятия так, чтобы получить максимум продукции, если общее время работы предприятия – 30 часов.

Таблица 2.46 – Исходные данные для выполнения задания 1

Факторы	Способ производства		Ресурсы
	1	2	
Сырье	2	1	60
Станочный парк	3	4	80
Рабочая сила	7	3	70
Энергия	2	1	50
Транспорт	1	0	40
Прочие расходы	4	2	50

Задание 2. В состав рациона кормления входят 2 продукта: сено и концентраты, содержащие питательные вещества: белок, кальций, витамины. Содержание питательных веществ (в граммах на 1 кг) соответствующего продукта питания и минимально необходимые нормы их потребления заданы таблицей 2.47.

Таблица 2.47 – Содержание питательных веществ в продуктах

Продукты	Питательные вещества		
	Белок	Кальций	Витамины
Сено	65 г/кг	6 г/кг	1 ед.
Концентр.	200 г/кг	4 г/кг	2 ед.
<i>Нормы потребления</i>	2 500 г	120 г	42 ед.

Определить оптимальный рацион кормления из условий минимальной стоимости, если цена 1 кг продукта питания, соответственно, составляет: сено – 5 д. е., концентраты – 7 д. е.

Включить в задачу условие ограниченности ресурсов на один рацион: сена – не более 25 кг, концентратов – не более 20 кг.

Задание 3. Совхозы А1, А2, А3 ежедневно собирают 80, 140 и 70 ц зерна, которое нужно перевезти на четыре элеватора – В1, В2, В3 и В4. Стоимость перевозки 1 ц зерна заданы матрицей

$$C = \begin{matrix} & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 6 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 6 & 3 \end{matrix}$$

Ежедневные мощности элеваторов составляют 80, 50, 50 и 70 ц.

Организовать перевозки так, чтобы транспортные расходы были минимальными.

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ В EXCEL

3.1 Работа с финансовыми функциями

3.1.1 Определение будущей стоимости

Финансовые функции EXCEL предназначены для вычисления базовых величин, необходимых при проведении сложных финансовых расчетов.

Будущая стоимость текущего значения вклада при постоянной процентной ставке рассчитывается с помощью функции БС:

$$= \text{БС} (\text{Ставка}; \text{Кпер}; \text{Плт}; \text{Пс}; \text{Тип}),$$

где **Ставка** – процентная ставка за один период (табл. 3.1);

Кпер (Число периодов) – общее число периодов выплат;

Плт (Выплата) – это выплата, производимая в каждый период; значение Плт не может меняться в течение всего периода выплат. Если аргумент Плт опущен, должно быть указано значение аргумента Пс;

Пс (Вклад) – это приведенная к текущему моменту стоимость. Если аргумент опущен, то он полагается равным 0. В этом случае должно быть указано значение аргумента Плт;

Тип – это число 0 или 1, обозначающее, когда производится выплата (1 – в начале периода, 0 – в конце периода). Если аргумент Тип опущен, то он полагается равным 0. Параметр Тип нужно указывать, только если выплата не равна 0, т. е. делаются взносы по периодам.

Таблица 3.1 – Расчет величин при внутригодовом учете процента (на n лет при ставке k % в год)

Метод начисления процентов	Общее число периодов начисления процентов n	Ставка процента за период начисления k , %
Ежегодный	n	k
Полугодовой	$n * 2$	$k / 2$
Квартальный	$n * 4$	$k / 4$
Месячный	$n * 12$	$k / 12$
Ежедневный	$n * 365$	$k / 365$

Пример выполнения. На сберегательный счет вносятся ежеквартальные платежи по 2 500 грн. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через 4 года при ставке процента 9 % годовых.

Решение. Методика изучения и использования финансовых функций EXCEL требует соблюдения определенной технологии:

1. На рабочем листе в отдельных ячейках осуществляется подготовка значений основных аргументов функции (рис. 3.1).

В рассматриваемом примере для расчета применяется функция БС, так как требуется найти будущее значения платежей. Так как платежи вносятся ежеквартально, то согласно рис. 3.1 число периодов начисления умножается на 4, а годовая ставка делится на 4. По условию **Плт** = – 2 500. Это отрицательное число, означающее вложение денег. Информация о величине вклада отсутствует – аргумент **Пс** = 0. Аргумент **Тип** = 0.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Расчет будущей стоимости						
	Год	Ставка	Число периодов Кпер	Выплата (Плт)	Вклад (Пс)	Тип	Величина вклада (БС)
2							
3	1	=9%/4	=A3*4	-2500	0	0	
4	2	=9%/4	=A4*4	-2500	0	0	
5	3	=9%/4	=A5*4	-2500	0	0	
6	4	=9%/4	=A6*4	-2500	0	0	
7							

Рисунок 3.1 – Расчет будущей стоимости вклада (платежей)

2. Для расчета результата финансовой функции EXCEL курсор устанавливается в новую ячейку для ввода формулы, использующей встроенную финансовую функцию. В нашем примере курсор устанавливаем в ячейку G3.

3. Осуществляется вызов Мастера функции с помощью команды *Вставка – Функция* или нажатием одноименной кнопки на панели инструментов *Стандартная*.

4. На первом шаге Мастера функций выполняется выбор категории Финансовые (рис. 3.2).

В списке *Выберите функцию* содержится полный перечень доступных функций выбранной категории. Для выбора функции курсор устанавливается на имя функции. В нижней части окна приведен краткий синтаксис и справка о назначении выбираемой функции. Кнопка *Отмена* прерывает работу Мастера функций.

5. Выполняется выбор в списке требуемой финансовой функции, в результате выбора появляется диалоговое окно для ввода аргументов (рис. 3.3).

Для каждой финансовой функции существует регламентированный по составу и формату значений перечень аргументов.

6. В поля ввода диалогового окна можно вводить как ссылки на адреса ячеек, содержащих собственно значения аргументов, так и сами значения аргументов.

Год	Ставка	Число периодов	Выплата (Плт)	Вклад (Пс)	Тип	Величина вклада (BC)
1	=9%/4	=A3*4	-2500	0	0	=BC(B3;C3;D3;E3;F3)
2	=9%/4	=A4*4	-2500	0	0	
3	=9%/4	=A5*4	-2500	0	0	
4	=9%/4	=A6*4	-2500	0	0	

Аргументы функции

Ставка: B3 = 0,0225
Кпер: C3 = 4
Плт: D3 = -2500
Пс: E3 = 0
Тип: F3 = 0

= 10342,59098

Возвращает будущую стоимость инвестиции на основе периодических постоянных (равных по величине сумм) платежей и постоянной процентной ставки.

Тип: значение 0 или 1, обозначающее, должна ли производиться выплата в начале периода (1) или же в конце периода (0 или отсутствие значения).

Справка по этой функции Значение: 10342,59098 OK Отмена

Мастер функций - шаг 1 из 2

Поиск функции:

Введите краткое описание действия, которое нужно выполнить, и нажмите кнопку "Найти"

Найти

Категория: 10 недавно использовавшихся

Выберите функцию:

- 10 недавно использовавшихся
- Полный алфавитный перечень
- Финансовые**
- Дата и время
- Математические
- Статистические
- Ссылки и массивы
- Работа с базой данных
- Текстовые
- Логические
- Проверка свойств и значений

Плт(ставка)

Возвращает сумму периодического платежа для аннуитета на основе постоянства сумм платежей и постоянства процентной ставки.

Справка по этой функции OK Отмена

Рисунок 3.2 – Мастер функций – шаг 1 из 2

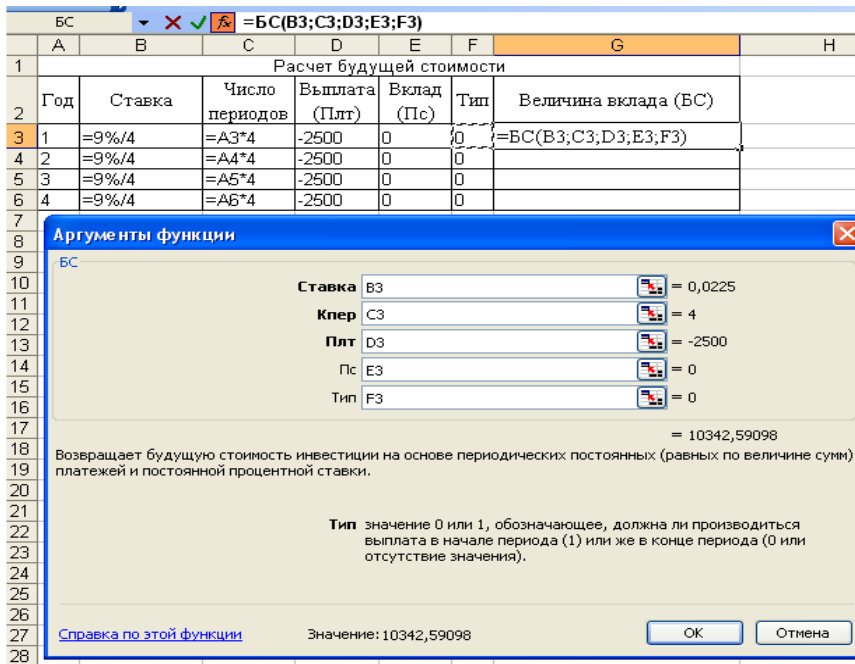


Рисунок 3.3 – Мастер функций – шаг 2 из 2

7. Завершение ввода аргументов и запуск расчета значения встроенной функции выполняется нажатием кнопки **ОК**.

Затем формула копируется в ячейки G4:G6.

Строится гистограмма, отражающая рост вклада по годам (рис. 3.4).

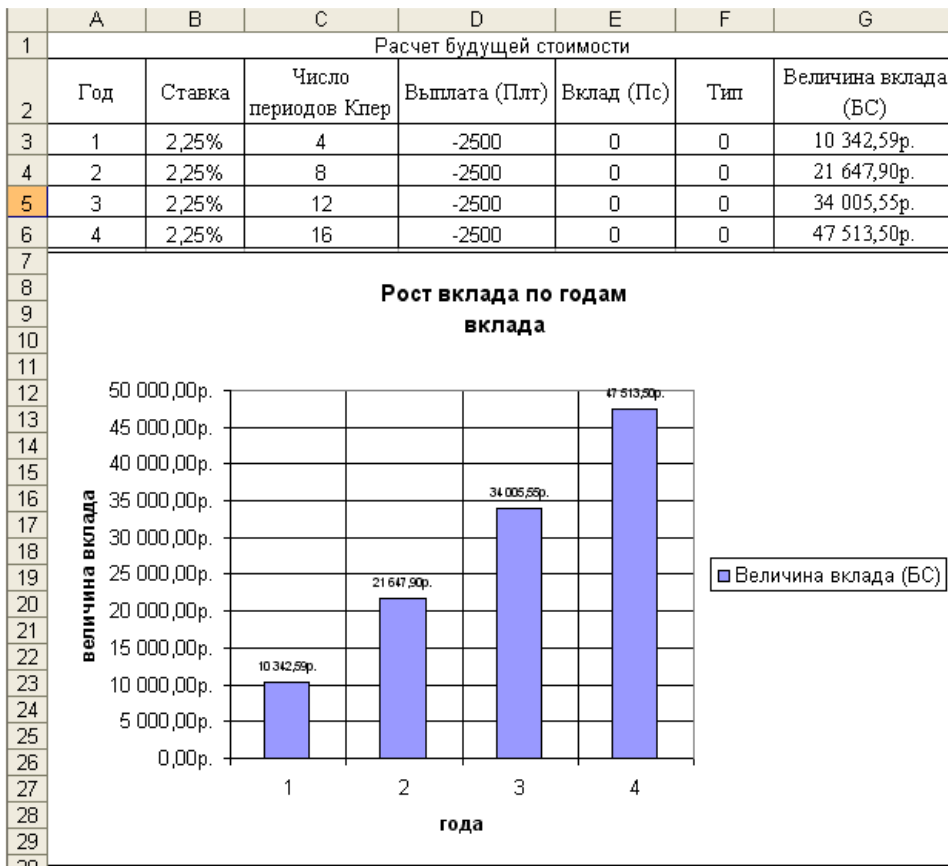


Рисунок 3.4 – Пример гистограммы

3.1.2 Определение текущей стоимости

Для расчета текущей стоимости (начального значения) вклада (займа) используется функция ПС:

$$= \text{ПС} (\text{Ставка}; \text{Кпер}; \text{Плт}; \text{Бс}; \text{Тип}),$$

где **Ставка** – процентная ставка за один период;

Кпер – общее число периодов выплат;

Плт (Выплата) – это выплата, производимая в каждый период;

Бс – будущая стоимость вклада, которой нужно достичь после последней выплаты, если аргумент Бс опущен, то он полагается равным 0;

Тип – это число 0 или 1, обозначающее, когда производится выплата (1 – в начале периода, 0 – в конце периода), если аргумент Тип опущен, то он полагается равным 0. Параметр Тип нужно указывать, только если выплата не равна 0, т. е. делаются взносы по периодам.

Пример выполнения. Рассчитайте текущую стоимость вклада, который через 5 лет составит 150 тыс. грн при ставке 9 % годовых. Построить таблицу и диаграмму EXCEL, отражающую динамику роста вклада по годам.

Заносим в ячейки исходные данные (рис. 3.5). Так как проценты начисляются раз в год, то ставка и количество периодов остаются неизменными. Аргумент Бс = – 150 000, соответственно, Плт = 0.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
1	Определение текущей стоимости						
2	Год	Ставка	Число периодов (Кпер)	Выплата (Плт)	Вклад (Бс)	Тип	Величина вклада(ПС)
3	1	=10%/12	=A3*12	-150000	0	0	=ПС(В3;С3;D3;E3;F3)
4	2	=10%/12	=A4*12	-150000	0	0	=ПС(В4;С4;D4;E4;F4)
5	3	=10%/12	=A5*12	-150000	0	0	=ПС(В5;С5;D5;E5;F5)
6	4	=10%/12	=A6*12	-150000	0	0	=ПС(В6;С6;D6;E6;F6)
7	5	=10%/12	=A7*12	-150000	0	0	=ПС(В7;С7;D7;E7;F7)
8							

Рисунок 3.5 – Расчет текущей стоимости вклада (платежей)

Устанавливаем курсор в ячейку G3 и вызываем функцию ПС (Вставка – Функция категория Финансовые). Вводим последовательно все аргументы функции.

Результирующая таблица и диаграмма будут иметь вид (рис. 3.6).

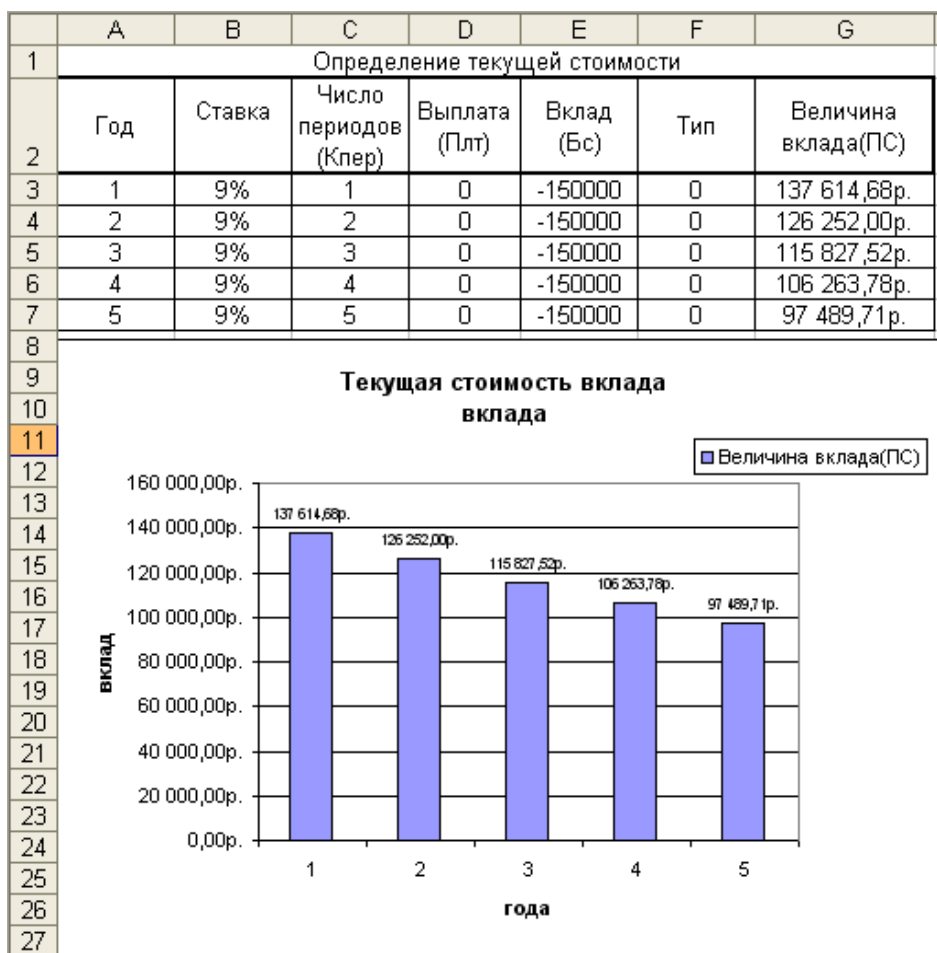


Рисунок 3.6 – Пример таблицы и диаграммы для расчета текущей стоимости вклада

3.1.3 Определение платежа по сложным процентам

Функция ПРПЛТ служит для расчета суммы платежей процентов по инвестиции за данный период при постоянных суммах периодических платежей и постоянной процентной ставке.

= ПРПЛТ (Ставка; Период; Кпер; Пс; Бс; Тип),

где **Ставка** – процентная ставка за период;

Период – период, для которого нужно определить сумм выплаты; должен быть в диапазоне от 1 до Кпер;

Кпер – общее число периодов выплат инвестиции;

Пс – приведенная (нынешняя) стоимость;

Бс – будущая стоимость, или наличный баланс, которого нужно достигнуть после последней выплаты. Если значение не указано, Бс принимается равной 0;

Тип – это число 0 или 1, обозначающее, когда производится выплата (1 – в начале периода, 0 – в конце периода). Если аргумент Тип опущен, то он полагается равным 0. Параметр Тип нужно указывать, только если выплата не равна 0, т. е. делаются взносы по периодам.

3.1.4 Определение выплат основной суммы

Функция **ОСПЛТ** возвращает величину платежа в погашение основной суммы по инвестиции за данный период при постоянных суммах периодических платежей и постоянной процентной ставке.

= ОСПЛТ (Ставка; Период; Кпер; Пс; Бс; Тип),

где **Ставка** – процентная ставка за период;

Период – период, для которого нужно определить сумму выплаты; должен быть в диапазоне от 1 до Кпер;

Кпер – общее число периодов выплат инвестиции;

Пс – приведенная (нынешняя) стоимость, или общая сумма, равноценная на данный момент серии будущих выплат;

Бс – будущая стоимость, или наличный баланс, которого нужно достигнуть после последней выплаты. Если значение не указано, Бс принимается равной 0;

Тип – это число 0 или 1, обозначающее, когда производится выплата (1 – в начале периода, 0 – в конце периода). Если аргумент Тип опущен, то он полагается равным 0. Параметр Тип нужно указывать, только если выплата не равна 0, т. е. делаются взносы по периодам.

3.1.5 Определение суммы ежегодного платежа

Фактически, ежегодный платеж составляет сумму тела кредита и выплаты процентов. Его сумма не изменяется на протяжении всего периода выплат. Меняются пропорции соотношения выплат основной суммы и процентов. В начале периода большую долю выплат занимают проценты, а в конце – выплата основной суммы. Если сумма основной выплаты или значения выплат по процентам отсутствуют, то для вычисления ежегодного платежа можно воспользоваться функцией **ПЛТ**:

= ПЛТ (Ставка; Кпер; Пс; Бс; Тип).

Аргументы этой функции такие же, как и у **ОСПЛТ** и **ПРПЛТ**.

Пример выполнения. Рассчитать платеж по сложным процентам по шестигодичному займу в 10 000 грн из расчета 10 % годовых. Какую часть основного платежа занимают выплаты основной суммы, а какую выплаты процентов? Построить гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы на протяжении всего периода выплат.

Таблица с расчетными формулами будет иметь вид (рис. 3.7).

	A	B	C	D	E	F	G
1		Процент	0,1				
2		Количество периодов (Кпер)	6				
3		Ставка	0,1				
4		Сумма займа	10000				
5				Платеж			
6	Года	Баланс на нач года	Ежегодный платеж	Выплата основной суммы	Выплата по процентам	Всего	Баланс на конец года
7	1	10000	=ПЛТ(\$C\$3;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$3;A7;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$3;A7;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=E7+D7	=B7-D7
8	2	=G7	=ПЛТ(\$C\$3;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$3;A8;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$3;A8;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=E8+D8	=B8-D8
9	3	=G8	=ПЛТ(\$C\$3;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$3;A9;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$3;A9;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=E9+D9	=B9-D9
10	4	=G9	=ПЛТ(\$C\$3;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$3;A10;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$3;A10;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=E10+D10	=B10-D10
11	5	=G10	=ПЛТ(\$C\$3;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$3;A11;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$3;A11;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=E11+D11	=B11-D11
12	6	=G11	=ПЛТ(\$C\$3;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$3;A12;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$3;A12;\$C\$2;\$C\$4;0;0)	=E12+D12	=B12-D12
13				=СУММ(D7:D12)	=СУММ(E7:E12)	=E13+D13	

Рисунок 3.7 – Пример таблицы формул с расчетом платежа, выплат основной суммы и процентов

В ячейку C1 заносим ежегодный процент – 10 %, в C2 – заносим размер ставки, в зависимости от периода начисления (см. табл. 3.1). В нашем примере процент начисляется ежегодно, значит, ставка и количество периодов начисления остаются неизменными. В ячейку C4 заносим сумму займа – 10 000 грн. Далее по годам рассчитываем размер *ежегодного платежа*, используя финансовую функцию ПЛТ (рис. 3.8).

Таким образом, функция для вычисления ежегодного платежа имеет вид:

$$= \text{ПЛТ} (10 \% ; 6 ; 10\ 000 ; 0 ; 0).$$

Результат вычисления равен –2 296,07. Отрицательное значение означает вложение денег.

Значение платежа на протяжении всего периода выплат остается неизменным (рис. 3.9).

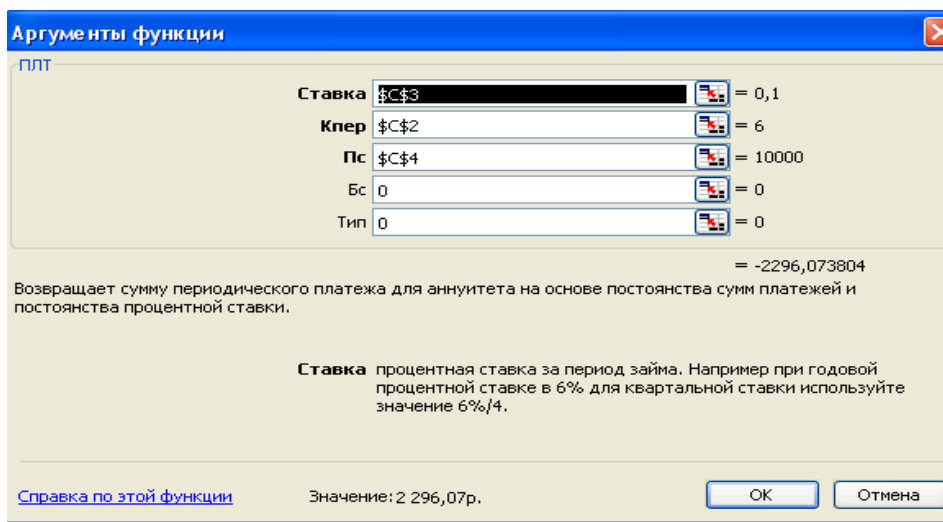
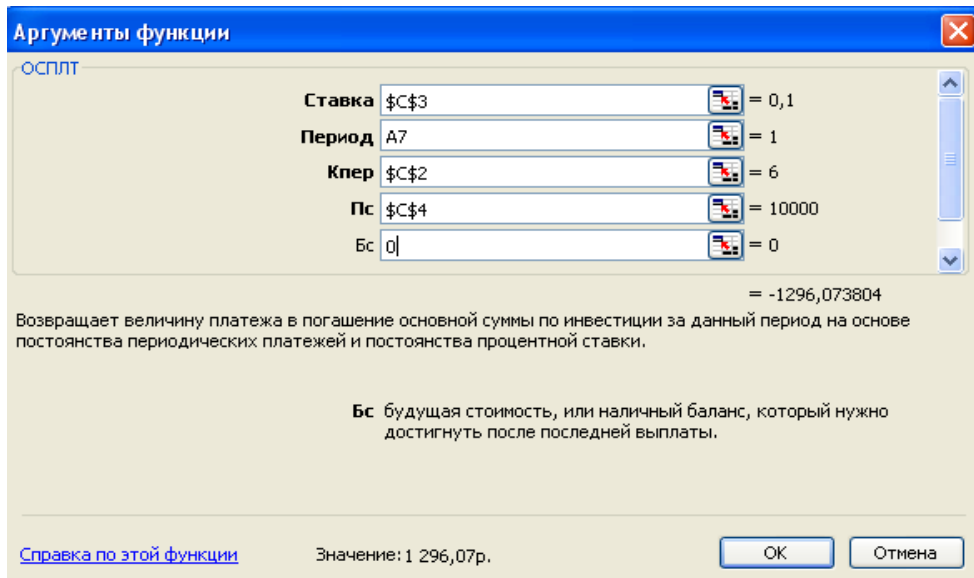


Рисунок 3.8 – Аргументы функции ПЛТ

	A	B	C	D	E	F	G
1		Процент	10%				
2		Количество периодов (Кпер)	6				
3		Ставка	10%				
4		Сумма займа	10000				
5				Платеж			
6	Года	Баланс на нач года	Ежегодный платеж	Выплата основной суммы	Выплата по процентам	Всего	Баланс на конец года
7	1	10000	2 296,07р.	1 296,07р.	1 000,00р.	2 296,07р.	8 703,93р.
8	2	8 703,93р.	2 296,07р.	1 425,68р.	870,39р.	2 296,07р.	7 278,25р.
9	3	7 278,25р.	2 296,07р.	1 568,25р.	727,82р.	2 296,07р.	5 710,00р.
10	4	5 710,00р.	2 296,07р.	1 725,07р.	571,00р.	2 296,07р.	3 984,92р.
11	5	3 984,92р.	2 296,07р.	1 897,58р.	398,49р.	2 296,07р.	2 087,34р.
12	6	2 087,34р.	2 296,07р.	2 087,34р.	208,73р.	2 296,07р.	0,00р.
13				10 000,00р.	3 776,44р.	13 776,44р.	

Рисунок 3.9 – Пример расчетной таблицы платежа, выплат основной суммы и процентов

Далее рассчитываем размер *выплат основной суммы*, используя функцию ОСПЛТ (рис. 3.10).

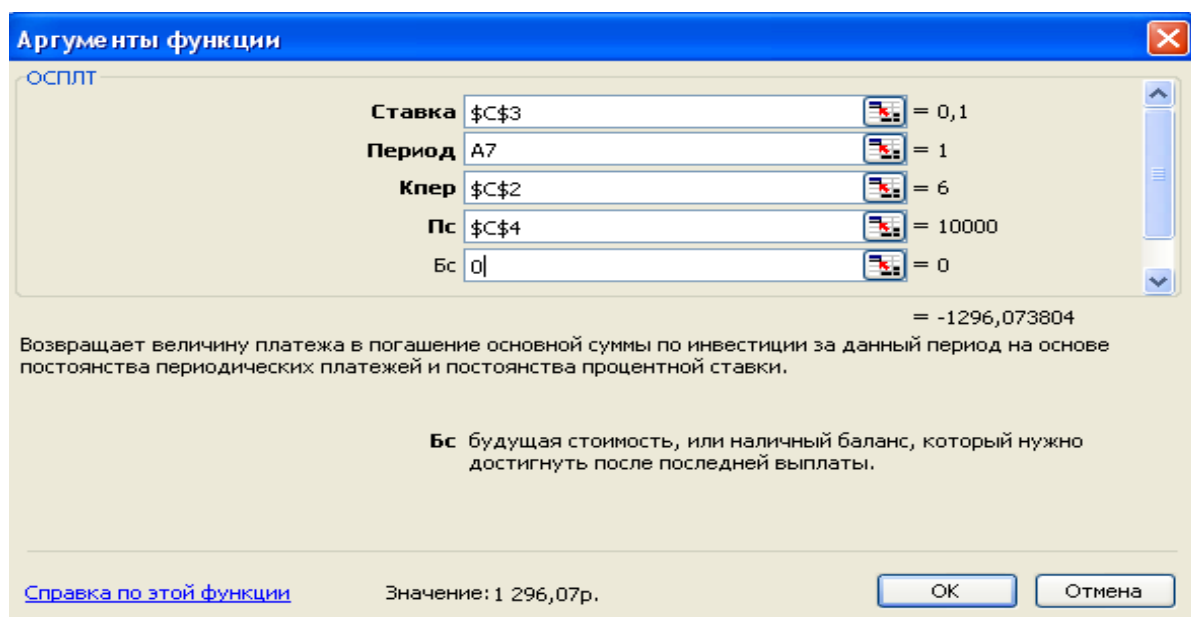


Рисунок 3.10 – Аргументы функции ОСПЛТ

Расчет осуществляется по формуле

$$= \text{ОСПЛТ} (\text{Ставка}; \text{Период}; \text{Кпер}; \text{Пс}; \text{Бс}; \text{Тип}).$$

При расчете следует обратить внимание на разницу аргументов функции ОСПЛТ: Кпер – общее число периодов выплат (в нашем примере 6 лет) и Период, для которого нужно определить сумму выплаты (для первого года 1, для второго 2 и т. д).

Общий вид функции ОСПЛТ для первого года начислений:

$$= \text{ОСПЛТ} (10\%; 1; 6; 10000; 0; 0).$$

В результате получим –2 960,7.

Значение выплат основной суммы для всего периода начислений представлено на рис. 3.9.

Далее рассчитываем размер выплат по процентам, используя финансовую функцию ПРПЛТ (рис. 3.11).

Расчет осуществляется по формуле

$$= \text{ПРПЛТ} (\text{Ставка}; \text{Период}; \text{Кпер}; \text{Пс}; \text{Бс}; \text{Тип}).$$

В результате получим значение –1 000.

Значение выплат по процентам для всего периода начислений представлено на рис. 3.9. Можно сделать проверку – сумма выплат по процен-

там и выплат основной суммы для каждого года составляет основной платеж (см. рис. 3.9).

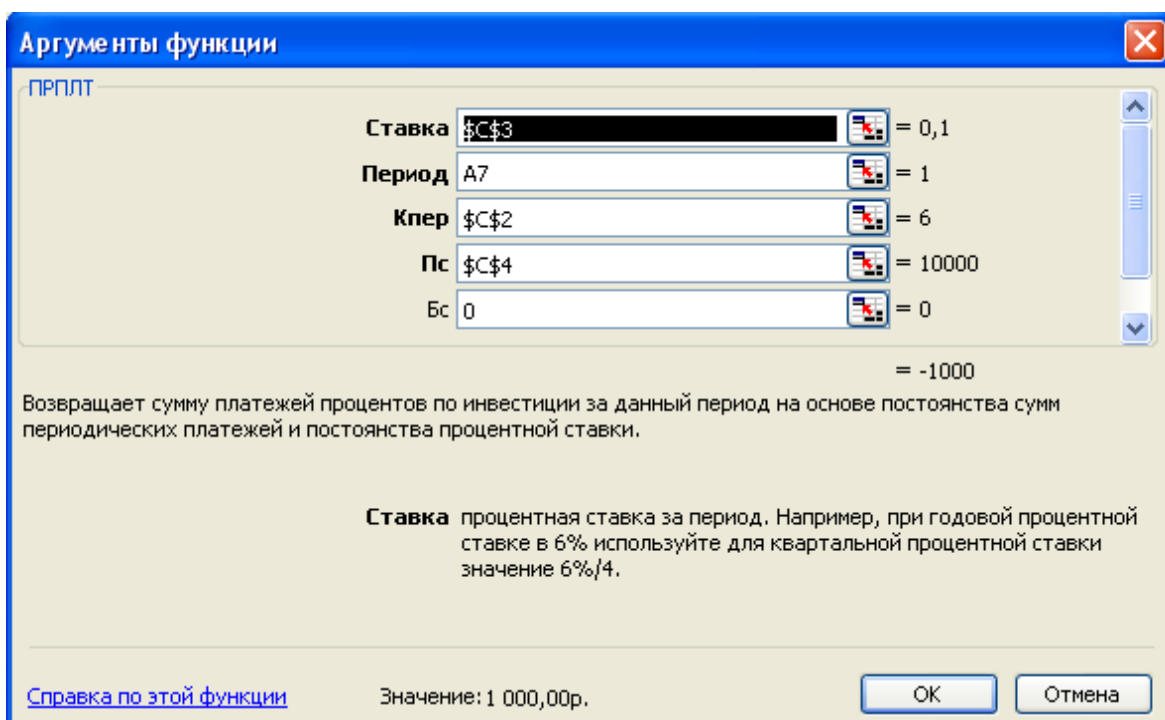


Рисунок 3.11 – Аргументы функции ПРПЛТ

Общий вид функции ПРПЛТ для первого года начислений

$$= \text{ПРПЛТ} (10\%; 1; 6; 10\ 000; 0; 0).$$

Для нахождения баланса на конец года находим разницу баланса на начало года и выплатой основной суммы. Формула баланса на конец первого года имеет вид

$$= B7 - D8.$$

В результате получим значение 8 703,93.

Так как выплата процентов и основной суммы рассчитывается из остатка суммы, то баланс на конец первого года служит балансом на начало второго года и так далее (см. рис. 3.9). Для заполнения ячейки баланса на начало второго года (С8) нужно скопировать значение (а не формулу) с ячейки баланса на конец первого года (G7). Для этого:

1. Выделяем ячейку G7.
 2. Меню: *Правка – Копировать*.
 3. Ставим курсор в ячейку С8.
 4. Меню: *Правка – Специальная вставка – Значения* (рис. 3.12).
- Эта процедура повторится для всего периода начислений.

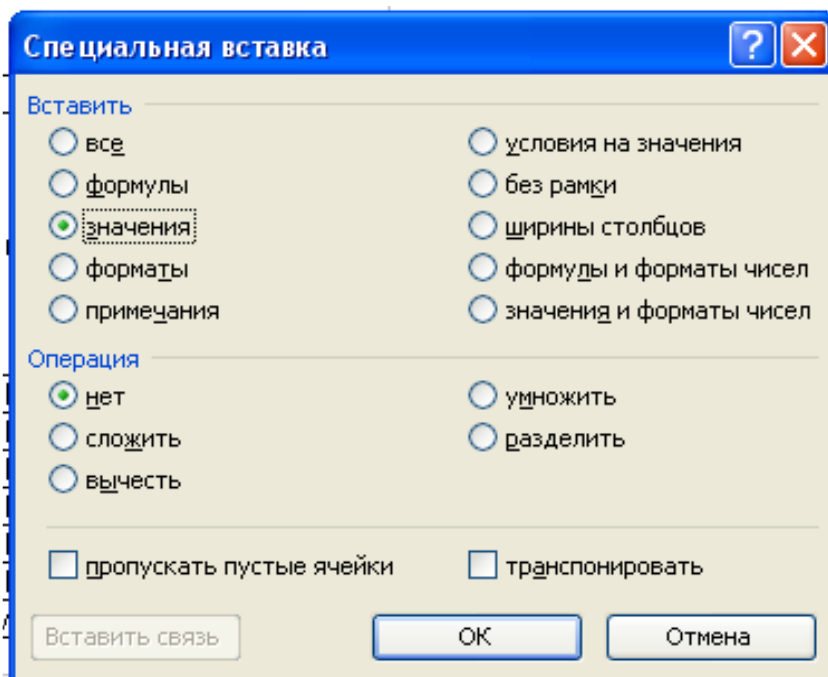


Рисунок 3.12 – Диалоговое окно Специальная вставка

Завершаем анализ построением диаграммы, которая наглядно отражает соотношение по годам выплат основной суммы и выплат по процентам (рис. 3.13).

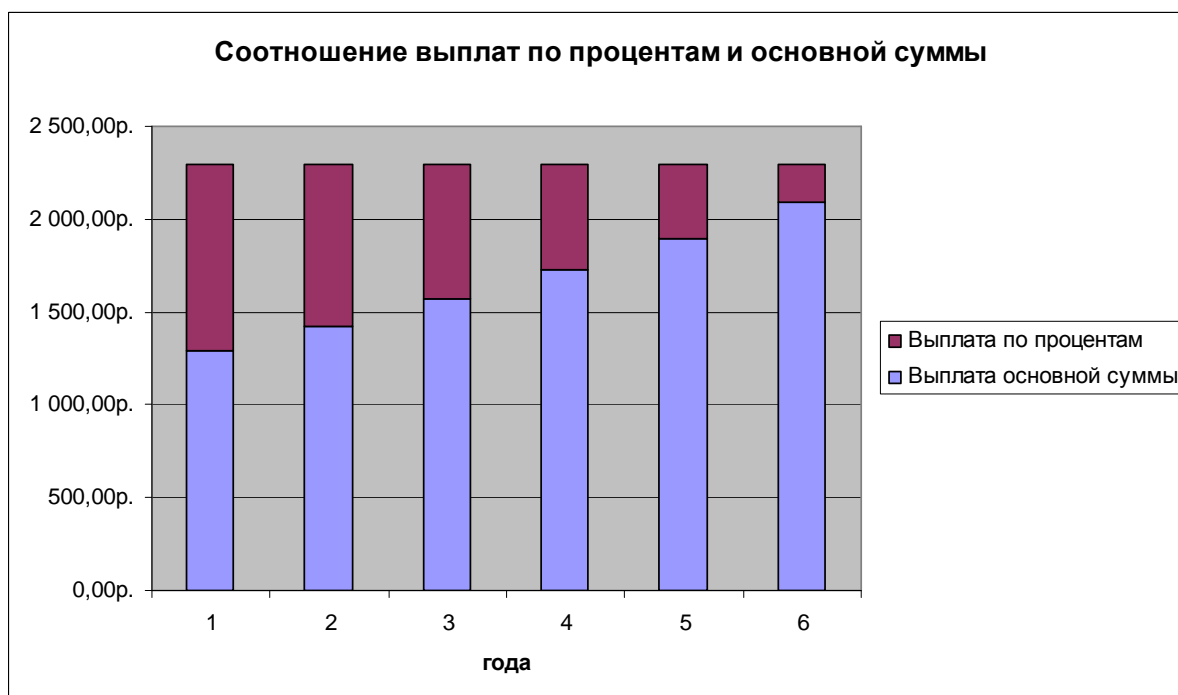


Рисунок 3.13 – Диаграмма соотношения выплат по процентам и основной суммы

3.2 Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ)

Одной из основных задач, возникающих в макроэкономике, является задача, связанная с эффективностью ведения многоотраслевого хозяйства: каким должен быть объем производства каждой отрасли, чтобы удовлетворить все потребности в продукции этой отрасли. При этом каждая отрасль выступает, с одной стороны, как производитель некоторой продукции, а с другой – как потребитель продукции: и своей, и произведенной другими отраслями.

Для определенности используем модель Леонтьева для построения баланса производства и распределения продукции между цехами предприятия.

Рассмотрим модель межотраслевого баланса, называемую еще моделью Леонтьева, или моделью «затраты – выпуск».

Предположим, что производственный сектор народного хозяйства разбит на n отраслей (энергетика, машиностроение, сельское хозяйство и т. д.).

Рассмотрим отрасль i , $i = 1, 2, \dots, n$. Она выпускает некую продукцию за данный промежуток времени (например, за год) в объеме x_i , который еще называют валовым выпуском. Часть объема продукции x_i , произведенная i -й отраслью, используется для собственного производства в объеме x_{ii} , часть – поступает в остальные отрасли $j = 1, 2, \dots, n$ для потребления при производстве в объемах x_{ij} , и некоторая часть объемом y_i – для потребления в непромышленной сфере, так называемый объем конечного потребления. Перечисленные сферы распределения валового продукта i -й отрасли приводят к соотношению баланса

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Введем *коэффициенты прямых затрат* a_{ij} , которые показывают, сколько единиц продукции i -й отрасли затрачивается на производство одной единицы продукции в отрасли j . Тогда можно записать, что количество продукции, произведенной в отрасли i в объеме x_{ij} и поступающей для производственных нужд в отрасль j , равно

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot x_j.$$

Считаем сложившуюся технологию производства во всех отраслях неизменной (за рассматриваемый период времени), означающей, что коэффициенты прямых затрат a_{ij} постоянны. Тогда получаем следующее соотношение баланса, называемого моделью Леонтьева:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j + y_i, \quad i=1,2,\dots,n.$$

Введем вектор валового выпуска \bar{X} , матрицу прямых затрат A и вектор конечного потребления \bar{Y} :

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Модель Леонтьева можно записать в матричном виде

$$\bar{X} = A \cdot \bar{X} + \bar{Y}.$$

Матрица $A \geq 0$, у которой все элементы $a_{ij} \geq 0$ (неотрицательны), называется продуктивной матрицей, если существует такой неотрицательный вектор $\bar{X} \geq 0$, для которого выполняется неравенство

$$\bar{X} > A \cdot \bar{X}.$$

Это неравенство означает, что существует хотя бы один режим работы отраслей данной экономической системы, при котором продукции выпускается больше, чем затрачивается на ее производство. Другими словами, при этом режиме создается конечный (прибавочный) продукт

$$\bar{Y} = \bar{X} - A \cdot \bar{X} > 0.$$

Модель Леонтьева с продуктивной матрицей A называется продуктивной моделью.

Для проверки продуктивности матрицы A достаточно существования обратной матрицы $B = (E - A)^{-1}$ с неотрицательными элементами, где матрица E – единичная матрица:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}.$$

С помощью модели Леонтьева можно выполнить три вида плановых расчетов, при условии соблюдения условия продуктивности матрицы A :

1. Зная (или задавая) объемы валовой продукции всех отраслей \bar{X} , можно определить объемы конечной продукции всех отраслей \bar{Y}

$$\bar{Y} = (E - A) \cdot \bar{X}.$$

2. Задавая величины конечной продукции всех отраслей \bar{Y} , можно определить величины валовой продукции каждой отрасли

$$\bar{X} = (E - A)^{-1} \cdot \bar{Y}.$$

3. Задавая для ряда отраслей величины валовой продукции, а для всех остальных отраслей – объемы конечной продукции, можно найти величины конечной продукции первых отраслей и объемы валовой продукции вторых.

Матрица $B = (E - A)^{-1}$ называется матрицей полных материальных затрат. Ее смысл следует из матричного равенства, которое можно записать в виде $\bar{X} = B \cdot \bar{Y}$. Элементы матрицы B показывают, сколько всего необходимо произвести продукции в i -ой отрасли, для выпуска в сферу конечного потребления единицы продукции отрасли j .

Пример выполнения. Промышленное предприятие состоит из трех цехов, выпускающих каждый один вид продукции. В таблице 3.2 указаны расходные коэффициенты («прямые» затраты) a_{ik} единиц продукции i -го цеха, используемые как «сырье» («промежуточный продукт») для выпуска единицы продукции k -го цеха, объемы y_i , предназначенные для реализации (конечный продукт).

Таблица 3.2 – Расходные коэффициенты и объемы продукции

Продукция	Прямые затраты			Конечный продукт y_i
	I	II	III	
1-го цеха	0	0,2	0	200
2-го цеха	0,2	0	0,1	100
3-го цеха	0	0,1	0,2	300

Определить:

- коэффициент полных затрат;
- валовой выпуск (план) для каждого цеха;
- производственную программу цехов;
- коэффициенты косвенных затрат.

Решение. Обозначим производственную программу предприятия через $\bar{X} = (x_1, x_2, x_3)$, где x_i есть валовой выпуск продукции i -го цеха и план выпуска товарной продукции через $\bar{Y} = (y_1, y_2, y_3)$. Кроме того, введем матрицу $A = \|a_{ik}\|$ расходных коэффициентов, указанных в табл. 3.2. Тогда производственные взаимосвязи завода могут быть представлены следующей системой трех уравнений: $x_i - (a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3) = y_i$, где $i = 1, 2, 3$, $(a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3)$ – внутрипроизводственное потребление.

Записав последнее уравнение в матричном виде $(E - A)\bar{X} = \bar{Y}$, где E – единичная матрица, найдем его решение:

$$\bar{X} = (E - A)^{-1}\bar{Y}.$$

а) Элементы обратной матрицы $(E - A)^{-1} = \|s_{ik}\|$ представляют собой искомые коэффициенты полных внутрипроизводственных затрат.

Выполнив расчеты, получим:

$$(E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1,04 & 0,21 & 0,013 \\ 0,21 & 1,05 & 0,13 \\ 0,026 & 0,13 & 1,36 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получим, например, что для выпуска единицы продукции 1, 2 и 3-го цехов необходимо затратить продукции 1-го цеха, соответственно, 1,04, 0,21 и 0,013 единиц.

б) Для определения валового выпуска продукции цехов воспользуемся равенством

$$\bar{X} = (E - A)^{-1}\bar{Y} = \begin{pmatrix} 1,04 & 0,21 & 0,0 \\ 0,21 & 1,05 & 0,13 \\ 0,03 & 0,13 & 1,26 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 235 \\ 186 \\ 397 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, $x_1 = 235$, $x_2 = 186$, $x_3 = 397$.

в) Производственную программу каждого из цехов можно определить из соотношения $x_{ik} = a_{ik} x_k$, ($k = 1, 2, 3$; $i = 1, 2, 3$).

В результате получим таблицу 3.3.

Таблица 3.3 – Валовой выпуск и производственная программа цехов

Цех	Внутрипроизводственное потребление			Итого $\sum x_{ik}$	Конечный продукт y_i	Валовой выпуск x_i
	I	II	III			
1	0	37	0	37	200	237
2	47	0	40	87	100	187
3	0	19	79	98	300	398

г) Коэффициенты косвенных затрат найдем как разность между s_{ik} и a_{ik} , или в матричной форме:

$$(E - A)^{-1} - A = \begin{pmatrix} 1,04 & 0,01 & 0,02 \\ 0,01 & 1,05 & 0,03 \\ 0,03 & 0,03 & 1,06 \end{pmatrix}.$$

Как видно, расчет будет очень громоздким, и требуются достаточно глубокие знания математики. Упростить расчет помогают встроенные функции в пакете EXCEL.

В пакете EXCEL существует несколько функций для работы с матрицами:

ТРАНСП – транспонирование матрицы;

МОПРЕД – нахождение определителя матрицы;

МУМНОЖ – умножение матриц;

МОБР – нахождение обратной матрицы.

Рассмотрим *решение* нашего примера в пакете EXCEL.

Введем исходные данные в ячейки пакета EXCEL (рис. 3.14).

	А	В	С	Д	Е	Ф
1	Продукция	Прямые затраты				Конечный Продукт У
2		І	ІІ	ІІІ		
3	1-го цеха	0	0,2	0		200
4	2-го цеха	0,2	0	0,1		100
5	3-го цеха	0	0,1	0,2		300

Рисунок 3.14 – Исходные данные для балансового анализа

а) Определим матрицу прямых затрат $(E - A)^{-1} = \|s_{ik}\|$.

Введем в ячейки элементы матрицы А и единичную матрицу Е (рис. 3.15).

	А	В	С	Д	Е	Ф
1	Продукция	Прямые затраты				Конечный Продукт У
2		І	ІІ	ІІІ		
3	1-го цеха	0	0,2	0		200
4	2-го цеха	0,2	0	0,1		100
5	3-го цеха	0	0,1	0,2		300
6						
7		0	0,2	0		
8	А=	0,2	0	0,1		
9		0	0,1	0,2		
10						
11		1	0	0		
12	Е=	0	1	0		
13		0	0	1		

Рисунок 3.15 – Подготовка к расчетам

Рассчитаем матрицу $(E - A)$, отнимая от каждого элемента матрицы Е соответствующий элемент матрицы А (рис. 3.16).

	A	B	C	D	E	F
1	Продукция	Прямые затраты				Конечный Продукт Y
2		I	II	III		
3	1-го цеха	0	0,2	0		200
4	2-го цеха	0,2	0	0,1		100
5	3-го цеха	0	0,1	0,2		300
6						
7		0	0,2	0		
8	A=	0,2	0	0,1		
9		0	0,1	0,2		
10						
11		1	0	0		
12	E=	0	1	0		
13		0	0	1		
14						
15		1	-0,2	0		
16	E-A=	-0,2	1	-0,1		
17		0	-0,1	0,8		

Рисунок 3.16 – Расчет матрицы E-A

Необходимым и достаточным условием существования обратной матрицы является отличие от нуля ее определителя.

Для вычисления определителя используем функцию *МОПРЕД*. Ставим курсор в ячейку B19 (там будет располагаться значение определителя). Вызываем Мастер функций. Выбираем категорию *Математические* и функцию *МОПРЕД* (рис. 3.17).

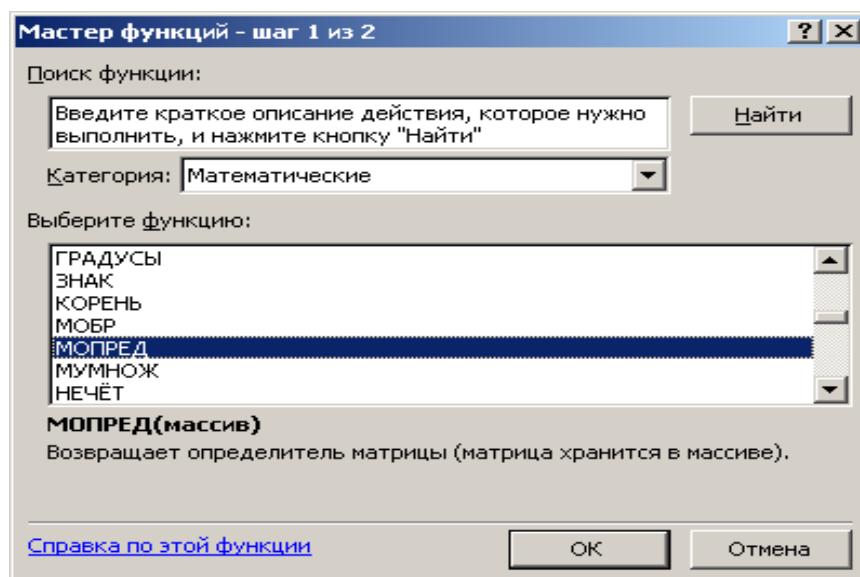


Рисунок 3.17 – Расчет определителя с помощью Мастера функций

Далее вводим адрес матрицы, для которой будет вычислен определитель. В нашем случае это матрица $(E - A)$, ее адрес B15:D17 (рис. 3.18).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Прямые затраты				Конечный Продукт				
2	Продукция	I	II	III		Y				
3	1-го цеха	0	0,2	0		200				
4	2-го цеха	0,2	0	0,1		100				
5	3-го цеха	0	0,1	0,2		300				
6										
7		0	0,2	0						
8	A=	0,2	0	0,1						
9		0	0,1	0,2						
10										
11		1	0	0						
12	E=	0	1	0						
13		0	0	1						
14										
15		1	-0,2	0						
16	E-A=	-0,2	1	-0,1						
17		0	-0,1	0,8						
18										
19		=МОПРЕД(B15:D17)								
20										
21										
22										
23										
24										
25										
26										
27										
28										
29										
30										

Аргументы функции

МОПРЕД

Массив: [B15:D17] = {1;-0,2;0;-0,2;1;-0,2;0;0,1;0,2}

Возвращает определитель матрицы (матрица хранится в массиве).

Массив: числовой массив с равным количеством строк и столбцов, диапазон ячеек или массив.

Значение: 0,758

OK Отмена

Рисунок 3.18 – Ввод диапазона для расчета определителя

В ячейке B19 появилось значение определителя 0,758. Определитель не равен 0, значит, для матрицы $(E - A)$ существует обратная матрица.

Для определения матрицы прямых затрат $(E - A)^{-1} = \|s_{ik}\|$ нужно воспользоваться встроенной функцией МОБР. Для этого выделяем блок, где будет находиться ответ – обратная матрица – H9:J11 (рис. 3.19).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
		Прямые затраты				Конечный Продукт				
	Продукция	I	II	III		Y				
	1-го цеха	0	0,2	0		200				
	2-го цеха	0,2	0	0,1		100				
	3-го цеха	0	0,1	0,2		300				
	A=	0	0,2	0						
		0,2	0	0,1						
		0	0,1	0,2						
		1	0	0						
	E=	0	1	0						
		0	0	1						
		1	-0,2	0						
	E-A=	-0,2	1	-0,1						
		0	-0,1	0,8						
	det(E-A)=	0,758								

Рисунок 3.19 – Подготовка к расчету обратной матрицы

Выбираем категорию *Математические*, функцию *МОБР*, вводим адрес матрицы, *OK*. После этого видим, что в выделенном блоке появилось

только первое значение. Для того чтобы получить все значения обратной матрицы, нажимаем клавишу $F2$, а затем одновременно три клавиши: $Ctrl+Shift+Enter$ (рис. 3.20).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Прямые затраты				Конечный Продукт				
2	Продукция	I	II	III		Y				
3	1-го цеха	0	0,2	0		200				
4	2-го цеха	0,2	0	0,1		100				
5	3-го цеха	0	0,1	0,2		300				
6										
7		0	0,2	0						
8	A=	0,2	0	0,1						
9		0	0,1	0,2						
10							(E-A) ⁻¹ =	1,042216359	0,21108	0,02639
11		1	0	0				0,211081794	1,05541	0,13193
12	E=	0	1	0				0,026385224	0,13193	1,26649
13		0	0	1						
14										
15		1	-0,2	0						
16	E-A=	-0,2	1	-0,1						
17		0	-0,1	0,8						
18										
19	det(E-A)=	0,758								

Рисунок 3.20 – Результат расчета обратной матрицы

б) Чтобы определить валовой выпуск (матрицу X), надо матрицу $(E - A)^{-1}$ умножить на матрицу Y (конечный продукт):

$$\bar{X} = (E - A)^{-1} \cdot \bar{Y}.$$

Для этого воспользуемся функцией *МУМНОЖ*, вводим адреса матриц $(E - A)^{-1}$ и матрицы Y (рис. 3.21), нажимаем *OK*.

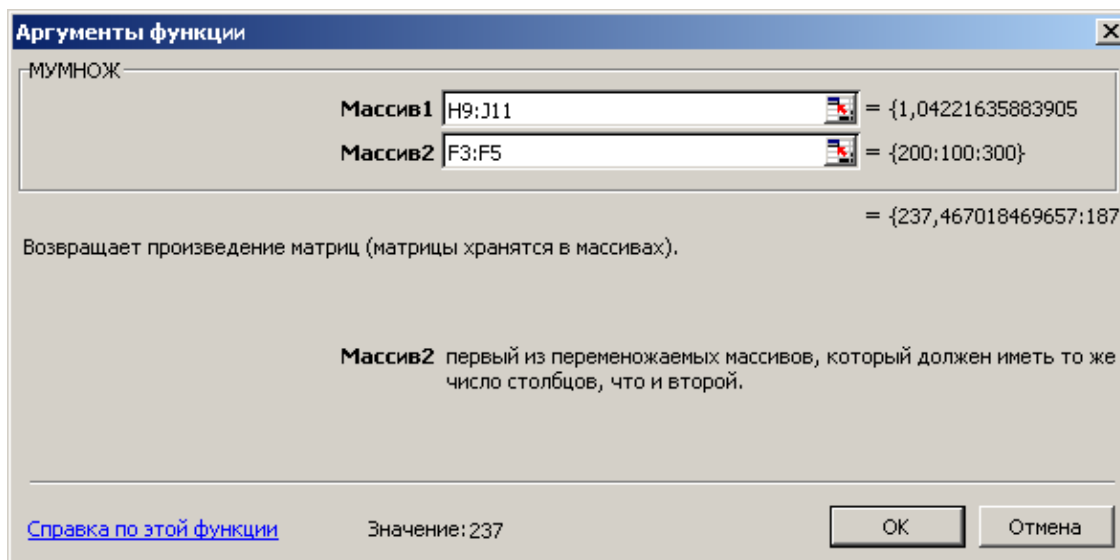


Рисунок 3.21 – Расчет валовой продукции

После этого видим, что в выделенном блоке появилось только первое значение. Для того чтобы получить остальные значения, нажимаем клави-

шу F2, а затем одновременно три клавиши *Ctrl+Shift+Enter*. Получим значения вектора валовой продукции. В нашем случае $x_1 = 237$, $x_2 = 187$, $x_3 = 398$ (рис. 3.22).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	Продукция	Прямые затраты				Конечный Продукт Y					
2		I	II	III							
3		1-го цеха	0	0,2							
4	2-го цеха	0,2	0	0,1	100						
5	3-го цеха	0	0,1	0,2	300						
6											
7		0	0,2	0							
8	A=	0,2	0	0,1							
9		0	0,1	0,2							
10							(E-A) ⁻¹ =	1,042216359	0,21108	0,02639	
11								0,211081794	1,05541	0,13193	
12	E=	1	0	0				0,026385224	0,13193	1,26649	
13		0	1	0							
14		0	0	1							
15							X=	237			
16	E-A=	1	-0,2	0				187			
17		-0,2	1	-0,1				398			
18		0	-0,1	0,8							
19	det(E-A)=	0,758									
20											

Рисунок 3.22 – Результаты расчета валовой продукции

в) Производственную программу каждого из цехов можно определить из соотношения $x_{ik} = a_{ik} x_k$, ($k = 1,2,3$; $i = 1,2,3$).

Матрица производственной программы получается простым перемножением каждого элемента матрицы A на соответствующий элемент матрицы X, т. е. в ячейку H18 вводим формулу = B7 * H13 и так далее.

В ячейках H18:J20 находятся расчетные значения производственной программы цехов (рис. 3.23).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	Продукция	Прямые затраты				Конечный Продукт Y					
2		I	II	III							
3		1-го цеха	0	0,2							
4	2-го цеха	0,2	0	0,1	100						
5	3-го цеха	0	0,1	0,2	300						
6											
7		0	0,2	0							
8	A=	0,2	0	0,1							
9		0	0,1	0,2							
10							(E-A) ⁻¹ =	1,042216359	0,21108	0,02639	
11								0,211081794	1,05541	0,13193	
12	E=	1	0	0				0,026385224	0,13193	1,26649	
13		0	1	0							
14		0	0	1				237			
15							X=	187			
16	E-A=	1	-0,2	0				398			
17		-0,2	1	-0,1							
18		0	-0,1	0,8							
19	det(E-A)=	0,758					Производственная программа	0	37,5	0	
20								47,5	0	39,8	
21								0	18,7	79,7	

Рисунок 3.23 – Результаты расчета производственной программы цехов

Лист с формулами имеет следующий вид (рис. 3.24).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Продукция	Прямые затраты				Конечный Продукт Y				
2		I	II	III						
3	1-го цеха	0	0,2	0		200				
4	2-го цеха	0,2	0	0,1		100				
5	3-го цеха	0	0,1	0,2		300				
6										
7		0	0,2	0						
8	A=	0,2	0	0,1						
9		0	0,1	0,2				=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)
10							(E-A) ⁻¹	=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)
11		1	0	0				=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)
12	E=	0	1	0						
13		0	0	1				=МУМНОЖ(H9:J11,F3:F5)		
14							X=	=МУМНОЖ(H9:J11,F3:F5)		
15		=B11-E7	=C11-C7	=D11-D7				=МУМНОЖ(H9:J11,F3:F5)		
16	E-A=	=B12-E8	=C12-C8	=D12-D8						
17		=B13-E9	=C13-C9	=D13-D9						
18								=B7*H13	=C7*H14	=D7*H15
19	det(E-A)=	=МОИПРЕД(B15:D17)					Производственная программа	=B8*H13	=C8*H14	=D8*H15
20								=B9*H13	=C9*H14	=D9*H15

Рисунок 3.24 – Лист с формулами расчета производственной программы цехов

г) Коэффициенты косвенных затрат найдем как разность между s_{ik} и a_{ik} , или в матричной форме $(E - A)^{-1} - A$ (рис. 3.25).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Продукция	Прямые затраты				Конечный продукт Y				
2		I	II	III						
3	1-го цеха	0	0,2	0		200				
4	2-го цеха	0,2	0	0,1		100				
5	3-го цеха	0	0,1	0,2		300				
6										
7		0	0,2	0						
8	A=	0,2	0	0,1						
9		0	0,1	0,2						
10										
11		1	0	0				(E-A) ⁻¹	1,04221636	0,21108179
12	E=	0	1	0					0,21108179	1,05540897
13		0	0	1					0,02638522	0,13192612
14								X=	237	187
15		1	-0,2	0					398	
16	E-A=	-0,2	1	-0,1						
17		0	-0,1	0,8						
18								Производственная программа	0	37,4670185
19	det(E-A)=	0,758							47,4934037	0
20									0	18,7335092
21										79,6833773
22										
23	Виды продукции	Производственная программа цехов			Итого	Конечный продукт Y	Валовый продукт			
24	1	0	37,46701847	0	37,46701847	200	237,4670185			
25	2	47,4934	0	39,84168865	87,33509235	100	187,3350923			
26	3	0	18,73350923	79,68337731	98,41688654	300	398,4168865			
27										
28		Коэффициенты косвенных затрат								
29		1,042216	0,011081794	0,026385224						
30	(E-A) ⁻¹ - A=	0,011082	1,055408971	0,031926121						
31		0,026385	0,031926121	1,066490765						

Рисунок 3.25 – Расчет коэффициентов косвенных затрат

Лист с формулами имеет вид (рис. 3.26).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Продукция	Прямые затраты				Конечный продукт Y				
2		I	II	III						
3	1-го цеха	0	0,2	0		200				
4	2-го цеха	0,2	0	0,1		100				
5	3-го цеха	0	0,1	0,2		300				
6										
7		0	0,2	0						
8	A=	0,2	0	0,1						
9		0	0,1	0,2						
10							(E-A) ¹ =	=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)
11		1	0	0				=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)	=МОБР(B15:D17)
12	E=	0	1	0						
13		0	0	1						
14							X=	=МУМНОЖ(H9:J11:F3:F5)		
15								=МУМНОЖ(H9:J11:F3:F5)		
16	E-A=	=B11-B3	=C11-C3	=D11-D3						
17		=B12-B4	=C12-C4	=D12-D4						
18		=B13-B5	=C13-C5	=D13-D5						
19	det(E-A)=	=МОПРЕД(B15:D17)					Производственная программа	=B7*H13	=C7*H14	=D7*H15
20								=B8*H13	=C8*H14	=D8*H15
21								=B9*H13	=C9*H14	=D9*H15
22										
23	Виды продукции	Производственная программа цехов			Итого	Конечный продукт Y	Валовый продукт			
24	1	0	37,467018469657	0	=СУММ(B24:D24)	200	237,467018469657			
25	2	47,4934036939314	0	39,84168886543536	=СУММ(B25:D25)	100	187,335092348285			
26	3	0	18,7335092348285	79,6833773087071	=СУММ(B26:D26)	300	398,4168886543536			
27										
28		Коэффициенты косвенных затрат								
29		=H9-B7	=I9-C7	=J9-D7						
30	(E-A) ¹ . A=	=H10-B8	=I10-C8	=J10-D8						
31		=H11-B9	=I11-C9	=J11-D9						

Рисунок 3.26 – Лист с формулами

3.3 Обзор типов задач, которые сводятся к задаче линейного программирования

3.3.1 Задача производственного планирования

Для производства трех видов изделий (A, B, C) используются три разных вида ресурсов. Нормы затрат каждого из видов ресурсов на единицу продукции каждого вида, запасы ресурсов и прибыль от выпуска единицы продукции приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Исходные данные

Вид ресурсов	Нормы затрат на 1 изделие типа			Запасы ресурсов
	A	B	C	
Труд, чел.-ч	4	2	1	180
Сырье, кг	3	1	3	210
Оборудование, часов	1	2	5	244
Прибыль, ден. ед.	10	14	12	–

Определить план выпуска продукции, при котором суммарная прибыль будет максимальной.

Формализация задачи. Обозначим количество единиц изделия А, выпускаемого предприятием, через x_1 , изделия В – x_2 , изделия С – x_3 .

Определим прибыль от выпуска изделий. Прибыль от выпуска одного изделия А составляет по условию 10 ден. ед. План выпуска изделий А – x_1 ед. Прибыль от выпуска изделий А составляет $10x_1$ ден. ед. Аналогично определяем прибыль от выпуска изделий В – $14x_2$ ден. ед. и изделий С – $12x_3$ ден. ед. Суммарная прибыль от выпуска всех изделий составляет $(10x_1 + 14x_2 + 12x_3)$ ден.ед. Тогда целевая функция имеет вид: $F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3$ – суммарная прибыль должна быть наибольшей.

Составим систему ограничений.

1. Ограничение на использование ресурса «труд».

На выпуск единицы изделия А расходуется 4 человеко-часов ресурса «труд», на x_1 единиц изделия А расходуется $4x_1$ человеко-часов ресурса «труд». На выпуск x_2 изделий В расходуется $2x_2$ человеко-часов ресурса «труд»; на выпуск x_3 изделий С $1x_3$ человеко-часов ресурса «работа». Всего на выпуск изделий расходуется ресурса «труд» $(4x_1 + 2x_2 + x_3)$ человеко-часов, что по условию не должно превышать 180 человеко-часов. Ограничение на ресурс «труд»: $3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 180$.

2. Ограничение на использование сырья.

На выпуск единицы изделия А тратится 3 кг сырья, на x_1 единиц изделия А тратится $3x_1$ кг сырья. На выпуск x_2 изделий В тратится $1x_2$ кг сырья; на выпуск x_3 изделий С тратится $3x_3$ кг сырья. Всего на выпуск изделий тратится $(3x_1 + x_2 + 3x_3)$ кг сырья, которые по условию не превышают 210 кг. Ограничение на использование сырья: $3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 210$.

3. Ограничение на использование времени работы оборудования.

На выпуск единицы изделия А тратится 1 час оборудования, на x_1 единиц изделия А тратится x_1 часов оборудования. На выпуск x_2 изделий В тратится $2x_2$ часов оборудования; на выпуск x_3 изделий С тратится $5x_3$ часов оборудования. Всего на выпуск изделий тратится $(x_1 + 2x_2 + 5x_3)$ часов оборудования, которое по условию не превышает 244 часов. Ограничение на час работы оборудования: $x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 244$.

Так как x_1 , x_2 и x_3 – выпуск изделий, то они неотрицательные.

Получили математическую модель задачи:

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max ,$$
$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 180, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 210, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 244, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Рабочий лист EXCEL с исходными данными представлен на рис. 3.27.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3	Значения							
4	Коэффициенты целевой функции F	10	14	12				
5								
6		Коэффициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Недоиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	2	1		<=	180	
8		3	1	3		<=	210	
9		1	2	5		<=	244	
10								

Рисунок 3.27 – Исходные данные

Для расчета затрат ресурсов в ячейку E7 ставим курсор, вызываем функцию *СУММПРОИЗВ* (категории *Математические*) и вводим требуемый диапазон (рис. 3.28).

Адрес диапазона ячеек B3:D3 делаем абсолютным – \$B\$3:\$D\$3 . Это делает возможным дальнейшее копирование формулы. Далее копируем формулу для введения второго и третьего неравенства системы ограничений.

Аналогичным образом вводится и уравнение целевой функции – в ячейку E4 (рис. 3.29).

Недоиспользование ресурсы рассчитываются как разница между запасами и затратами ресурсов. Лист с формулами имеет вид (рис. 3.30).

Для поиска количества единиц изделия А, В и С, выпускаемых предприятием, ставим курсор в ячейку E4 и подключаем окно *Поиск решения* (*Сервис – Настройки*, отмечаем *Поиск решения*) (рис. 3.31).

Далее EXCEL предлагает установить компоненты. Для вызова окна *Поиск решения*, выполнить команду *Сервис – Поиск решения*. Окно *Поиск решения* имеет следующий вид (рис. 3.32).

Целевая ячейка – ячейка, в которой содержится уравнение целевой функции. Так как в задаче нужен максимум функции, то устанавливаем позицию *Равной максимальному значению*. *Изменяя ячейки* – адрес ячеек который зарезервирован под значения переменных x_1, x_2, x_3 .

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3	Значения							
4	Коэффициенты целевой функции F	10	14	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B4:D4)				
5								
6		Коэффициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Недоиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	2	1		<=	180	
8		3	1	3		<=	210	
9		1	2	5		<=	244	

Аргументы функции

СУММПРОИЗВ

Массив1: \$B\$3:\$D\$3 = {0;0;0}

Массив2: B4:D4 = {10;14;12}

Массив3: = массив

= 0

Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.

Массив1: массив1;массив2;... от 2 до 30 массивов, чьи компоненты нужно перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одну и ту же размерность.

[Справка по этой функции](#) Значение: 0

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3	Значения							
4	Коэффициенты целевой функции F	10	14	12				
5								
6		Коэффициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Недоиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B7:D7)					
8		3	1	3		<=	210	
9		1	2	5		<=	244	

Аргументы функции

СУММПРОИЗВ

Массив1: \$B\$3:\$D\$3 = {0;0;0}

Массив2: B7:D7 = {4;2;1}

Массив3: = массив

= 0

Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.

Массив2: массив1;массив2;... от 2 до 30 массивов, чьи компоненты нужно перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одну и ту же размерность.

[Справка по этой функции](#) Значение: 0

Рисунок 3.28 – Расчет затрат ресурсов

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3	Значения							
4	Коэффициенты целевой функции F	10	14		=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B4:D4)			
5								
6		Коэффициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Недоиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	2	1		<=	180	
8		3	1	3		<=	210	
9		1	2	5		<=	244	
10								
11	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>Аргументы функции</p> <p>СУММПРОИЗВ</p> <p>Массив1: <input type="text" value="\$B\$3:\$D\$3"/> = {0;0;0}</p> <p>Массив2: <input type="text" value="B4:D4"/> = {10;14;12}</p> <p>Массив3: <input type="text"/> = массив</p> <p>= 0</p> <p>Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.</p> <p>Массив1: массив1;массив2;... от 2 до 30 массивов, чьи компоненты нужно перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одну и ту же размерность.</p> <p>Справка по этой функции Значение: 0 <input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Отмена"/></p> </div>							
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								

Рисунок 3.29 – Расчет целевой функции

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3	Значения							
4	Коэффициенты целевой функции F	10	14	12	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B4:D4)			
5								
6		Коэффициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Недоиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	2	1	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B7:D7)	<=	180	=G7-E7
8		3	1	3	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B8:D8)	<=	210	=G8-E8
9		1	2	5	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B9:D9)	<=	244	=G9-E9
10								

Рисунок 3.30 – Лист с формулами

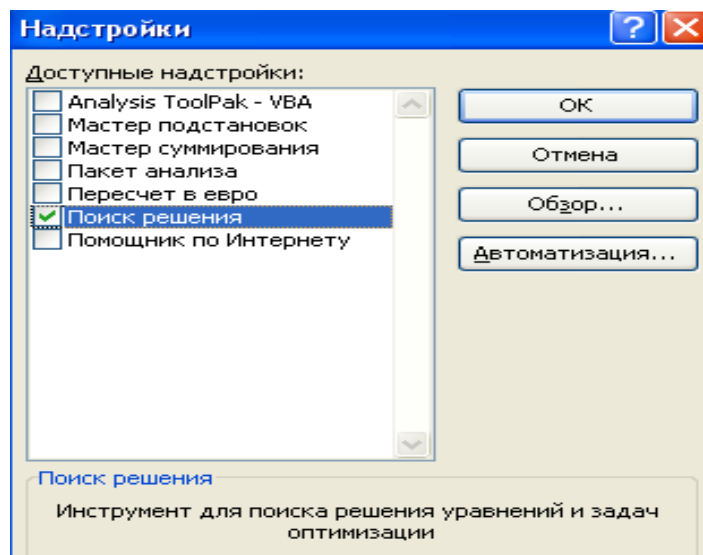


Рисунок 3.31 – Подключение Поиска решения

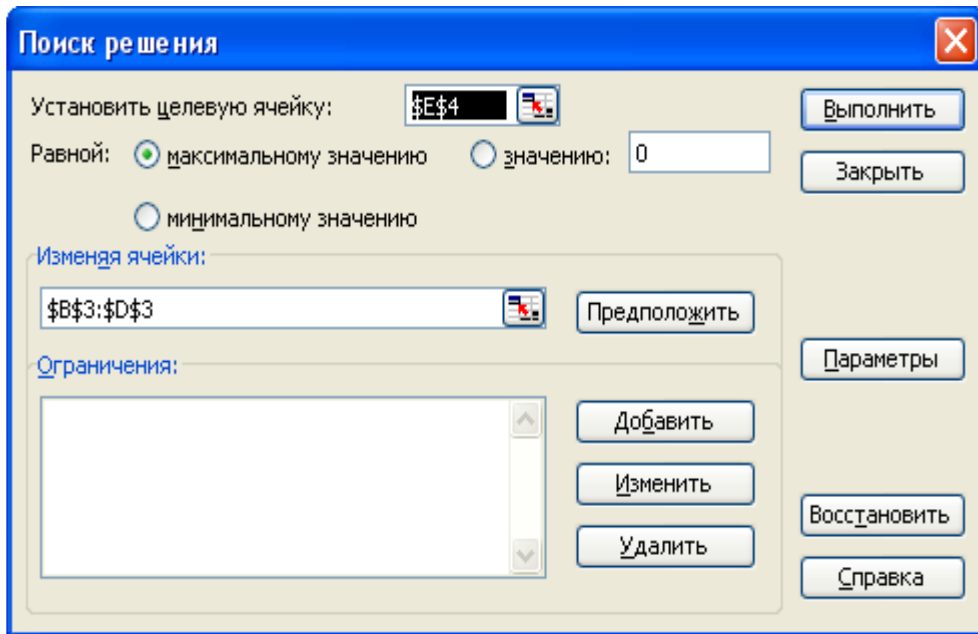


Рисунок 3.32 – Вид окна Поиск решений

Для добавления ограничений – щелчок по кнопке *Добавить*. Появится окно для ввода ограничений (рис. 3.33).

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1		Переменные							
2		x1	x2	x3					
3	Значения	0	0	0					
4	Кoeffициенты целевой функции F	10	14	12	0				
5									
6		Кoeffициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Недоиспользованные ресурсы	
7	Система ограничений	4	2	1	0	<=	180	180	
8		3	1	3	0	<=	210	210	
9		1	2	5	0	<=	244	244	
10	<div data-bbox="363 1422 1029 1646" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>Добавление ограничения</p> <p>Ссылка на ячейку: <input type="text" value="\$E\$7"/> Ограничение: <input type="text" value="\$G\$7"/></p> <p><input style="width: 50px;" type="text" value="<="/></p> <p><input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Отмена"/> <input type="button" value="Добавить"/> <input type="button" value="Справка"/></p> </div>								
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									

Рисунок 3.33 – Окно для ввода ограничений

Щелчком по кнопке *Добавить* вводим поочередно все ограничения. Прерываем ввод ограничений щелчком по кнопке *OK*. Окно *Поиск решения* имеет вид (рис. 3.34).

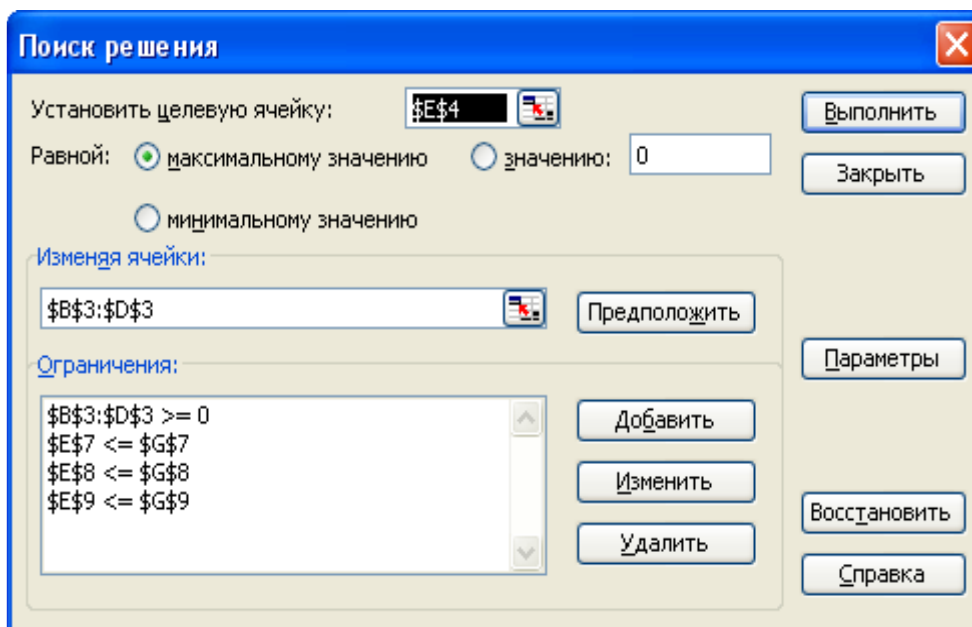


Рисунок 3.34 – Окно Поиск решений с введенными ограничениями

Щелчком по кнопке *Выполнить* запускается расчет искомых переменных. Рабочий лист EXCEL с результатом – на рисунке 3.35.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3	Значения	0	82	16				
4	Кoeffициенты целевой функции F	10	14	12	1340			
5								
6		Кoeffициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Недоиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	2	1	180	<=	180	0
8		3	1	3	130	<=	210	80
9		1	2	5	244	<=	244	0
10								

Рисунок 3.35 – Результаты выполнения Поиск решений

Решив задачу с помощью пакета EXCEL, получили значение переменных: $x_1 = 0$, $x_2 = 82$, $x_3 = 16$, $F_{max} = 1340$.

Экономический вывод. План выпуска продукции должен быть таким: изделие А – не выпускается, выпуск изделия В – 82 ед., изделия С – 16 единиц. Максимальная прибыль при этом составит 1 340 д. е.

Затраты ресурсов составляют:

«труд» – 180 чел.-ч при запасе 180 чел.-ч;

«сырье» – 130 кг при запасе 210 кг (остаток – 80 кг);

«оборудование» – 244 ч при запасе 244 часов.

Избыточным является ресурс «сырье», недостаточным – «труд» и «оборудование».

3.3.2 Задача об оптимальной смеси

При составлении суточного рациона кормления скота можно использовать свежее сено (не более 50 кг), силос (не более 85 кг) и комбикорм (не более 10 кг). В таблице 3.5 приведены данные о содержимом указанных компонентов в 1 кг каждого продукта питания, питательность рациона (минимальные нормы) и стоимость продуктов.

Составить рацион, который удовлетворяет вышеизложенным требованиям и минимальный по стоимости.

Формализация задачи. Пусть x_1 , кг – количество сена, x_2 , кг – количество силоса, а x_3 , кг – количество комбикорма, который необходимо использовать в рационе. Тогда целевая функция – стоимость продуктов – имеет вид

$$F = 1,2x_1 + 0,8x_2 + 2x_3 \rightarrow \min.$$

Составим систему ограничений.

1. Ограничение на содержание в рационе кормовых единиц – не менее 30. В одном килограмме сена, силоса и комбикорма содержится по 0,5, 0,3 и 0,2 кормовых единиц соответственно. Всего в рационе будет $(0,5x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3)$ кормовых единиц. Значит, $0,5x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3 \geq 30$.

2. Ограничение на содержание в рационе белка – не менее 1 кг. В одном килограмме сена содержится 40 г белка, в 1 кг силоса – 10 г белка, а в одном килограмме комбикорма содержится 20 г белка.

Перейдем к одной единице измерения – килограмму. Всего в рационе будет $(0,04x_1 + 0,01x_2 + 0,2x_3)$ кг белка. Ограничение имеет вид: $0,04x_1 + 0,01x_2 + 0,2x_3 \geq 1$.

Таблица 3.5 – Содержание компонентов, питательность рациона и стоимость продуктов

Питательные вещества	Продукт			Питательность рациона
	Свежее сено	Силос	Комбикорм	
Кормовые единицы	0,5	0,3	0,2	30 единиц
Белок, г/кг	40	10	20	1 кг
Кальций, г/кг	1,25	2,5	1,23	100 г
Фосфор, г/кг	2	1	1	80 г
Стоимость, ден. ед.	1,2	0,8	2	-

3. Аналогично размышляя, составим ограничения на содержание кальция – не менее 0,1 кг: $0,00125x_1 + 0,0025x_2 + 0,00123x_3 \geq 0,1$.

4. Содержание фосфора – не менее 0,08 кг: $0,002x_1 + 0,001x_2 + 0,001x_3 \geq 0,08$.

5. По условию, закупка сена не должна превышать 50 кг, силоса – 85 кг, а комбикорма – 10 кг. Значит, $x_1 \leq 50$, $x_2 \leq 85$ и $x_3 \leq 10$.

Так как x_1 и x_2 – количество продукта, то x_1 и x_2 неотрицательны.

Получили математическую модель задачи о смесях:

$$F = 1,2x_1 + 0,8x_2 + 2x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3 \geq 30, \\ 0,04x_1 + 0,01x_2 + 0,2x_3 \geq 1, \\ 0,00125x_1 + 0,0025x_2 + 0,00123x_3 \geq 0,1 \\ 0,002x_1 + 0,001x_2 + 0,001x_3 \geq 0,08, \\ 0 \leq x_1 \leq 50, 0 \leq x_2 \leq 85, 0 \leq x_3 \leq 10. \end{cases}$$

Рабочий лист EXCEL с исходными данными представлен на рис. 3.36.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Переменные					
2		x1	x2	x3			
3	Значения						
4	Коэффициенты целевой функции F	1,2	0,8	2	0		
5	Нижняя граница	0	0	0			
6	Верхняя граница	50	85	10			
7							
8		Коэффициенты			Фактическая питательность рациона		Питательность рациона
9	Система ограничений	0,5	0,3	0,2	0	>=	30
10		0,04	0,01	0,2	0	>=	1
11		0,00125	0,0025	0,00123	0	>=	0,1
12		0,002	0,001	0,001	0	>=	0,08
13							
14							

Рисунок 3.36 – Лист с исходными данными

Вводим систему ограничений и уравнения целевой функции аналогичным способом (см. п. 3.4.1). Лист с формулами имеет вид (рис. 3.37).

	A	B	C	D	E	F	G
1		Переменные					
2		x1	x2	x3			
3	Значения	50	16,6666	0			
4	Коэффициенты целевой функции F	1,2	0,8	2	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B4:D4)		
5	Нижняя граница	0	0	0			
6	Верхняя граница	50	85	10			
7							
8		Коэффициенты			Фактическая питательность рациона		Питательность рациона
9	Система ограничений	0,5	0,3	0,2	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B9:D9)	>=	30
10		0,04	0,01	0,2	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B10:D10)	>=	1
11		0,00125	0,0025	0,00123	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B11:D11)	>=	0,1
12		0,002	0,001	0,001	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$D\$3;B12:D12)	>=	0,08
13							

Рисунок 3.37 – Лист с формулами

Окно *Поиск решения* имеет следующий вид (рис. 3.38).

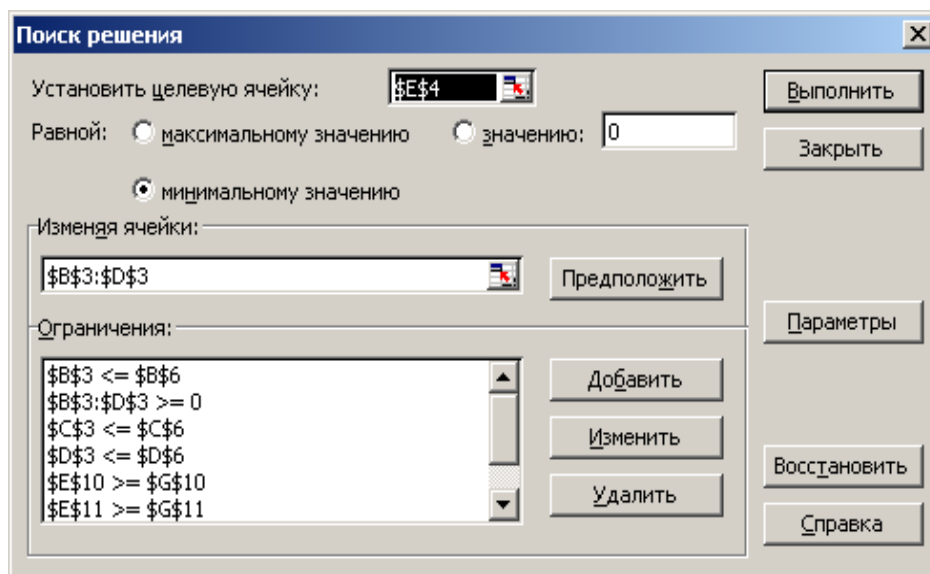


Рисунок 3.38 – Вид окна *Поиск решения*

Решив задачу с помощью пакета EXCEL, получили значение переменных: $x_1 = 50$, $x_2 = 16,66$, $x_3 = 0$, $F_{min} = 73,33$.

Экономический вывод. В суточном рационе должно быть сена 50 кг, силоса 16,66 кг, комбикорм рекомендовано не использовать. Стоимость такого рациона составит 73,33 ден. ед.

Питательность рациона составит:

- кормовых единиц – 30 ед. при норме 30 ед.;
- белок – 2 кг при норме 1 кг;
- кальций – 104 г при норме 100 г;
- фосфора – 117 г при норме 80 г.

Рабочий лист с результатом представлен на рисунке 3.39.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Переменные					
2		x1	x2	x3			
3	Значения	50	16,667	0			
4	Коэффициенты целевой функции F	1,2	0,8	2	73,33333363		
5	Нижняя граница	0	0	0			
6	Верхняя граница	50	85	10			
7							
8		Коэффициенты			Фактическая питательность рациона		Питательность рациона
9	Система ограничений	0,5	0,3	0,2	30,00000011	>=	30
10		0,04	0,01	0,2	2,16666667	>=	1
11		0,00125	0,0025	0,00123	0,104166668	>=	0,1
12		0,002	0,001	0,001	0,116666667	>=	0,08
13							

Рисунок 3.39 – Результаты решения задачи о смесях

3.3.3 Транспортная задача

Пусть число пунктов отправления и число пунктов назначения равно 2. Запасы, нужды и стоимость перевозок указаны в таблице 3.6. Найти такой план перевозки груза, чтобы стоимость перевозок была минимальной.

Таблица 3.6 – Исходные данные

Пункты отправления	Запасы	Пункты назначения			
		В ₁		В ₂	
A ₁	100	x ₁₁	4	x ₁₂	2
A ₂	150	x ₂₁	3	x ₂₂	6
Потребности		120		130	

Формализация задачи. Пусть x_{ij} – количество груза, перевезенного из пункта A_i в пункт B_j . Проверим соответствие запасов и потребностей: $100 + 150 = 250$, $120 + 130 = 250$. Задача, в которой это соответствие выполняется, называется замкнутой. Ограничимся рассмотрением только таких задач. Целевая функция F равна стоимости всех перевозок:

$$F = 4x_{11} + 2x_{12} + 3x_{21} + 6x_{22} \rightarrow \min.$$

Система ограничений определяется следующими условиями:

а) количество вывозимых грузов равно запасам:

$$x_{11} + x_{12} = 100,$$

$$x_{21} + x_{22} = 150;$$

б) количество ввозимых грузов равно потребностям:

$$x_{11} + x_{21} = 120,$$

$$x_{12} + x_{22} = 130;$$

в) количество вывозимых грузов неотрицательно:

$$x_{11} \geq 0, x_{12} \geq 0, x_{21} \geq 0, x_{22} \geq 0.$$

Получили математическую модель транспортной задачи:

$$F = 4x_{11} + 2x_{12} + 3x_{21} + 6x_{22} \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 100, \\ x_{21} + x_{22} = 150, \\ x_{11} + x_{21} = 120, \\ x_{12} + x_{22} = 130, \end{cases}$$

$$x_{11} \geq 0, x_{12} \geq 0, x_{21} \geq 0, x_{22} \geq 0.$$

Рабочий лист EXCEL с исходными данными представлен на рис. 3.40.

	A	B	C	D
1	Пункты отправления	Запасы	Пункты назначения	
2			B ₁	B ₂
3	A ₁	100	4	2
4	A ₂	150	3	6
5	потребности		120	130
6				
7		Ответ		
8	Стоимость перевозок			
9				
10	Пункты отправления	Запасы	Пункты назначения	
11			B ₁	B ₂
12	A ₁			
13	A ₂			
14	потребности			

Рисунок 3.40 – Исходные данные для решения транспортной задачи

Проводим подготовку рабочего листа к поиску решений. В ячейках C12:D13 будут располагаться искомые значения x_{ij} – количество груза, перевезенного из пункта A_i в пункт B_j . Подводим по запасам и потребностям в соответствии с пунктами отправления и назначения итоги (рассчитываем суммы).

Рабочий лист EXCEL с формулами представлен на рисунке 3.41.

	A	B	C	D
1	Пункты отправления	Запасы	Пункты назначения	
2			B ₁	B ₂
3	A ₁	100	4	2
4	A ₂	150	3	6
5	потребности		120	130
6				
7		Ответ		
8	Стоимость перевозок	=СУММПРОИЗВ(C3:D4;C12:D13)		
9				
10	Пункты отправления	Запасы	Пункты назначения	
11			B ₁	B ₂
12	A ₁	=СУММ(C12:D12)		
13	A ₂	=СУММ(C13:D13)		
14	потребности		=СУММ(C12:C13)	=СУММ(D12:D13)
15				

Рисунок 3.41 – Лист с формулами для решения транспортной задачи

Окно Поиск решения представлено на рисунке 3.42.

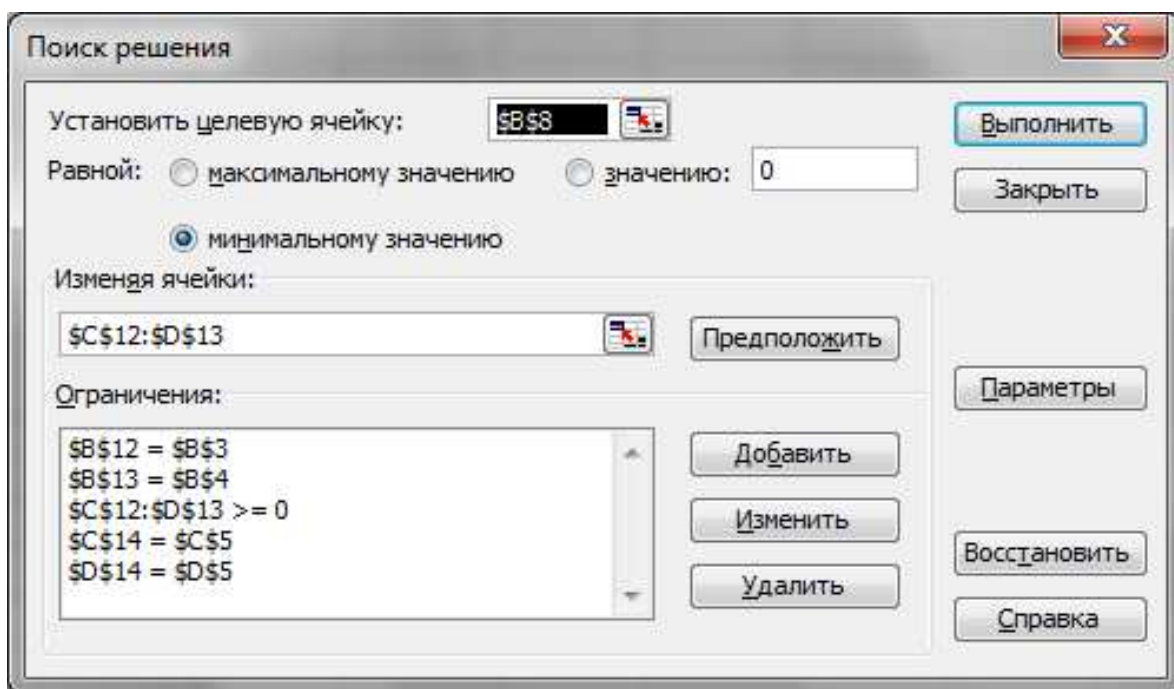


Рисунок 3.42 – Окно Поиск решения

Рабочий лист EXCEL с результатом представлен на рисунке 3.43.

Решив задачу с помощью пакета EXCEL, получили: $x_{11} = 0$; $x_{12} = 100$; $x_{21} = 120$; $x_{22} = 30$; $F_{\min} = 740$.

	A	B	C	D
1	Пункты отправления	Запасы	Пункты назначения	
2			B ₁	B ₂
3	A ₁	100	4	2
4	A ₂	150	3	6
5	потребности		120	130
6				
7		Ответ		
8	Стоимость перевозок	740		
9				
10	Пункты отправления	Запасы	Пункты назначения	
11			B ₁	B ₂
12	A ₁	100	0	100
13	A ₂	150	120	30
14	потребности		120	130
15				

Рисунок 3.43 – Результат выполнения Поиска решений

Экономический вывод. Перемещение груза от поставщиков к потребителям оформим в виде таблицы распределения (табл. 3.7).

Таблица 3.7 – Распределение груза

Пункты отправления	Запасы	Пункты назначения	
		B ₁	B ₂
A ₁	100	0	100
A ₂	150	120	30
Нужды		120	130

По таблице видно, что все потребности удовлетворены и все запасы вывезены.

Минимальная стоимость перевозки груза – 740 д. е.

3.3.4 Задача на раскрой материала

На складе имеются доски длиной 4 м. Требуется получить 40 комплектов деталей, в каждый из которых входят 2 детали по 1,8 м, 3 детали по 1,4 м и 1 деталь длиной 1 м. Составить план раскроя с минимумом отходов. Сколько досок потребуется?

Перед формализацией задачи требуется составить таблицу, которая будет учитывать все возможные способы раскроя каждой доски. Так как длина доски составляет 4 м, то из нее можно выкроить 2 детали по 1,8 м

или 1 деталь длиной 1,8 м и одну длиной 1,4 м и так далее. Все способы раскроя представлены в таблице 3.8. Требуемое количество деталей рассчитывается исходя количества каждого вида деталей в комплекте (комплектность) и требуемого количества комплектов (40 шт.). Эти величины перемножаются.

Таблица 3.8 – Способы раскроя

Длина детали, см	Количество деталей, выкраиваемых из одной доски при разрезе способом				Комплектность	Требуемое количество деталей, шт.
	1	2	3	4		
1,8	2	1	0	0	2	80
1,4	0	1	2	0	3	120
1	0	0	1	4	1	40
Отходы	0,4	0,8	0,2	0		

Формализация задачи. Пусть x_i – количество досок, выкраиваемых i -м способом ($i = 1...n$, где n – общее количество способов раскроя (в нашем случае – четыре)).

Тогда количество деталей длиной 1,8 м равно: $2x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4$. По условию, эта величина должна быть не меньше 80 шт., т. е.

$$2x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 \geq 80.$$

Ограничение на количество деталей длиной 1,4 м:

$$0x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 0x_4 \geq 120.$$

Ограничение на количество деталей длиной 1 м:

$$0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 4x_4 \geq 40.$$

По условию, нужно минимизировать отходы. Для этого нужно рассчитать количество отходов при каждом способе раскроя.

Количество отходов с каждой доски длиной 4 м при первом способе раскроя составляет $(4 - (1,8 \cdot 2 + 1,4 \cdot 0 + 1 \cdot 0))$, со всех досок, выкраиваемых первым способом: $x_1 \cdot (4 - (1,8 \cdot 2 + 1,4 \cdot 0 + 1 \cdot 0))$, т. е. $0,4x_1$.

Отходы при втором способе раскроя составят $0,8x_2$, при третьем – $0,2x_3$, при четвертом – $0x_4$.

Целевая функция имеет вид

$$F = 0,4x_1 + 0,8x_2 + 0,2x_3 + 0x_4 \rightarrow \min.$$

Так как x_1, x_2, x_3 и x_4 – количество досок, то они неотрицательные и целые.

Получили математическую модель задачи:

$$F = 0,4x_1 + 0,8x_2 + 0,2x_3 + 0x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 1x_2 \geq 80, \\ x_2 + 2x_3 \geq 120, \\ x_3 + 4x_4 \geq 40, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0.$$

Рабочий лист Excel с исходными данными показан на рисунке 3.44.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3	x4			
3	Значения	0	0	0	0			
4	Кoeffициенты целевой функции F	0,4	0,8	0,2	0	0		
5								
6		Кoeffициенты				Затраты ресурсов		Треб. кол-во деталей, шт
7	Система ограничений	2	1	0	0	0	=	80
8		0	1	2	0	0	=	120
9		0	0	1	4	0	=	40
10								

Рисунок 3.44 – Исходные данные для решения задачи на раскрой материала

Лист с формулами представлен на рисунке 3.45.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3	x4			
3	Значения	0	0	0	0			
4	Кoeffициенты целевой функции F	0,4	0,8	0,2	0	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B4:E4)		
5								
6		Кoeffициенты				Затраты ресурсов		Треб. количество деталей, шт
7	Система ограничений	2	1	0	0	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B7:E7)	=	80
8		0	1	2	0	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B8:E8)	=	120
9		0	0	1	4	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B9:E9)	=	40
10								

Рисунок 3.45 – Лист с формулами

На рисунке 3.46 представлено окно *Поиск решения* для решения задачи на распил материала.

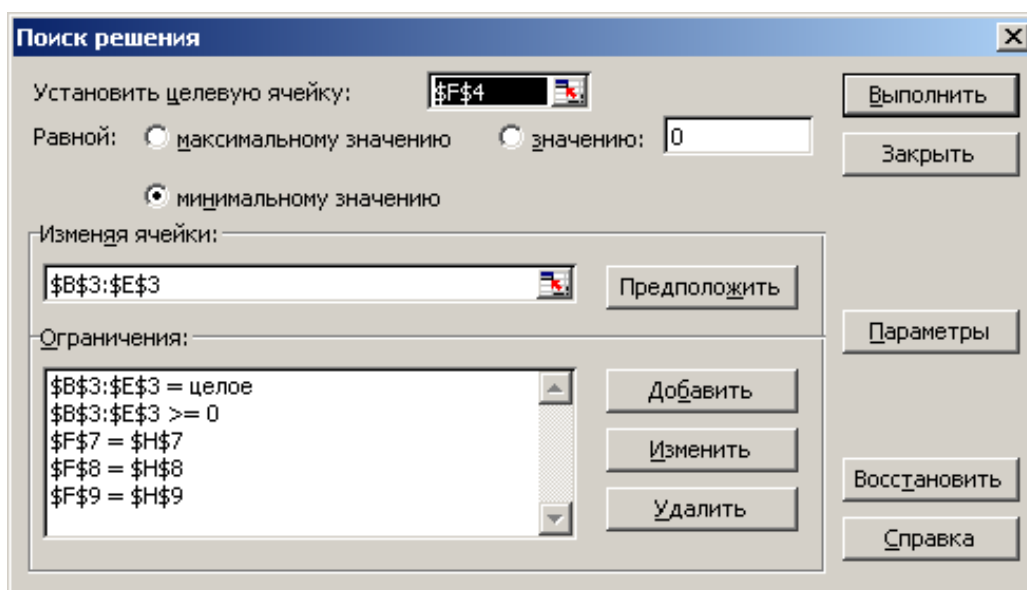


Рисунок 3.46 – Вид окна *Поиск решения*

Результаты выполнения команды *Поиск решения* представлены на рисунке 3.47.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3	x4			
3	Значения	20	40	40	0			
4	Кoeffициенты целевой функции F	0,4	0,8	0,2	0	48		
5								
6		Кoeffициенты				Затраты ресурсов		Требуемое количество деталей, шт
7	Система ограничений	2	1	0	0	80	=	80
8		0	1	2	0	120	=	120
9		0	0	1	4	40	=	40
10								

Рисунок 3.47 – Результаты выполнения команды *Поиск решения*

Решив задачу с помощью пакета Excel, получили: $x_1 = 20$, $x_2 = 40$, $x_3 = 40$, $x_4 = 48$, $F = 48$.

Экономический вывод. Оптимальный план раскроя таков:

- по первому способу раскроя нужно раскроить 20 досок;
- по второму способу раскроя нужно раскроить 40 досок;
- по третьему способу 40 досок.

Четвертый способ раскроя не используется.

Таким образом, для требуемого количества комплектов в размере 40 шт. нужно раскроить 100 досок.

При этом суммарные отходы будут минимальными и составят 48 м.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ В OPENOFFICE.ORG CALC

В таблицах 4.1, 4.2 приведены соответствия математических и финансовых функций, используемых в электронных таблицах Excel и OpenOffice.org calc.

Таблица 4.1 – Таблица соответствия математических (Math&Trig) функций Excel и OOO Calc

Функция Excel (рус.)	Функция Calc (англ.)	Назначение
ABS	ABS	Возвращает модуль (абсолютную величину) числа
ACOS	ACOS	Возвращает арккосинус числа. Если нужно преобразовать результат из радиан в градусы, то умножьте его на 180/ПИ()
ACOSH	ACOSH	Возвращает гиперболический арккосинус числа
ASIN	ASIN	Возвращает арксинус числа
ASINH	ASINH	Возвращает гиперболический арксинус числа
ATAN	ATAN	Возвращает арктангенс числа
ATAN2	ATAN2	Возвращает арктангенс для заданных координат X и Y
ATANH	ATANH	Возвращает гиперболический арктангенс числа
COS	COS	Возвращает косинус заданного угла
COSH	COSH	Возвращает гиперболический косинус числа
EXP	EXP	Возвращает число «е», возведенное в указанную степень
LN	LN	Возвращает натуральный логарифм числа
LOG	LOG	Возвращает логарифм числа по заданному основанию. Если основание опущено, то оно полагается равным 10
LOG10	LOG10	Возвращает десятичный логарифм числа
SIN	SIN	Возвращает синус заданного угла
SINH	SINH	Возвращает гиперболический синус числа
TAN	TAN	Возвращает тангенс заданного угла
TANH	TANH	Возвращает гиперболический тангенс числа

Продолжение таблицы 4.1

Функция Excel (рус.)	Функция Calc (англ.)	Назначение
ГРАДУСЫ	DEGREES	Преобразует радианы в градусы
КОРЕНЬ	SQRT	Возвращает положительное значение квадратного корня из неотрицательного числа
МОБР	MINVERSE	Возвращает обратную матрицу
МОПРЕД	MDETERM	Возвращает определитель матрицы
МУМНОЖ	MMULT	Возвращает произведение матриц
НЕЧЕТ	ODD	Возвращает число, округленное до ближайшего нечетного целого
ОКРВВЕРХ	CEILING	Возвращает результат округления с избытком до ближайшего числа, кратного точности
ОКРВНИЗ	FLOOR	Возвращает результат округления числа до заданной точности с недостатком
ОКРУГЛ	ROUND	Округляет число до указанного количества десятичных разрядов
ОКРУГ-ЛВВЕРХ	ROUNDUP	Округляет число до ближайшего большего по модулю целого
ОКРУГ-ЛВНИЗ	ROUNDDOWN	Округляет число до ближайшего меньшего по модулю целого
ОСТАТ	MOD	Возвращает остаток от деления числа на делитель
ОТБР	TRUNC	Усекает число до целого, отбрасывая его дробную часть
ПИ	PI()	Возвращает значение числа π
ПРОИЗВЕЛ	PRODUCT	Возвращает произведение чисел, заданных в качестве аргументов
ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ИТОГИ	SUBTOTAL	Возвращает промежуточный итог списка или базы данных
РАДИАНЫ	RADIANS	Преобразует градусы в радианы
РИМСКОЕ	ROMAN	Преобразует число из арабской записи в римскую
СЛЧИС	RAND	Возвращает равномерно распределенное случайное число, большее либо равное 0 и меньшее 1

Продолжение таблицы 4.1

Функция Excel (рус.)	Функция Calc (англ.)	Назначение
СУММКВ	SUMSQ	Возвращает сумму квадратов аргументов
СТЕПЕНЬ	POWER	Возвращает результат возведения числа в степень
СУММ	SUM	Возвращает сумму всех чисел, входящих в список аргументов
СУММПРАЗ- НКВ	SUMX2MY2	Возвращает сумму разностей квадратов соответствующих значений в двух массивах
СУММ- СУММКВ	SUMX2PY2	Возвращает сумму сумм квадратов соответствующих элементов двух массивов
СЧЁТЕСЛИ	COUNTIF	Возвращает количество непустых ячеек заданного диапазона, удовлетворяющих заданному критерию
СЧИ- ТАТЬПУ- СТОТЫ	COUNTBLANK	Возвращает количество пустых ячеек в заданном диапазоне
ФАКТР	FACT	Возвращает факториал числа
ЦЕЛОЕ	INT	Возвращает число, округленное до ближайшего меньшего целого
ЧЁТН	EVEN	Возвращает число, округленное до ближайшего четного целого
ЧИСЛКОМБ	COMBIN	Возвращает количество комбинаций для заданного числа объектов

Таблица 4.2 – Таблица соответствия финансовых (Finance) функций Excel и Oo Calc

Функция Excel (рус.)	Функция Calc (англ.)	Назначение
АМГД { стоимость; остаточная стоимость; время эксплуатации; период)	SYD	Возвращает годовую амортизацию имущества для указанного периода
АМР (стоимость; остаток; период)	SLN	Возвращает величину непосредственной амортизации имущества за один период

Продолжение таблицы 4.2

Функция Excel (рус.)	Функция Calc (англ.)	Назначение
БЗ(ставка; кпер; плата; нз; тип)	FV	Возвращает будущее значение вклада на основе периодических постоянных платежей и постоянной процентной ставки
ВНДОХ (значения; прогноз)	IRR	Возвращает внутреннюю скорость оборота для ряда последовательных операций с наличными, представленными числовыми значениями
ДОБ (нач_стоимость; ост_стоимость; время_эксплуатации; период; месяц)	DB	Возвращает амортизацию имущества на заданный период, используя метод постоянного учета амортизации
КПЕР(ставка; платеж; нз; бз; тип)	NPER	Возвращает общее количество периодов выплаты для данного вклада на основе периодических постоянных выплат и постоянной процентной ставки
МВСД(значения; ф_ставка; р_ставка)	MIRR	Возвращает модифицированную внутреннюю скорость оборота средств для ряда последовательных периодических операций с наличными
НОРМА (клер; выплата; нз; бз; тип; нач_прибл)	RATE	Возвращает процентную ставку за один период при выплате ренты
НПЗ(ставка; значение1; значение2; ...)	NPV	Возвращает чистый текущий объем вклада, вычисляемый на основе ряда последовательных поступлений наличных и нормы амортизации
ОСНПЛАТ(ставка; период; кпер; нз; бз; тип)	PPMT	Возвращает величину выплаты на данный период на основе периодических постоянных платежей и постоянной процентной ставки
СДОБ (стоимость; остаток; период; нач период; кон период; коэфф; без_переключения)	VDB	Возвращает значение амортизации имущества за данный период, включая конкретные периоды, используя метод двойного процента со снижающегося остатка или иной явно указанный метод

Продолжение таблицы 4.2

Функция Excel (рус.)	Функция Calc (англ.)	Назначение
ПЗ(ставка; кпер; выплата; бз; тип)	PV	Возвращает текущий объем вклада
ПЛПРОЦ(ставка; период; кпер; нз; бз; тип)	IFMT	Возвращает платежи по процентам за данный период на основе периодических постоянных выплат и постоянной процентной ставки
ППЛАТ(ставка; кпер; нз; бз; тип)	PMT	Возвращает величину выплаты за один период годовой ренты на основе постоянных выплат и постоянной процентной ставки

4.1 Определение будущей стоимости. Пример выполнения

На сберегательный счет вносятся ежеквартальные платежи по 2 500 грн. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через 4 года при ставке процента 9 % годовых.

На рисунке 4.1 приведен лист с расчетами.

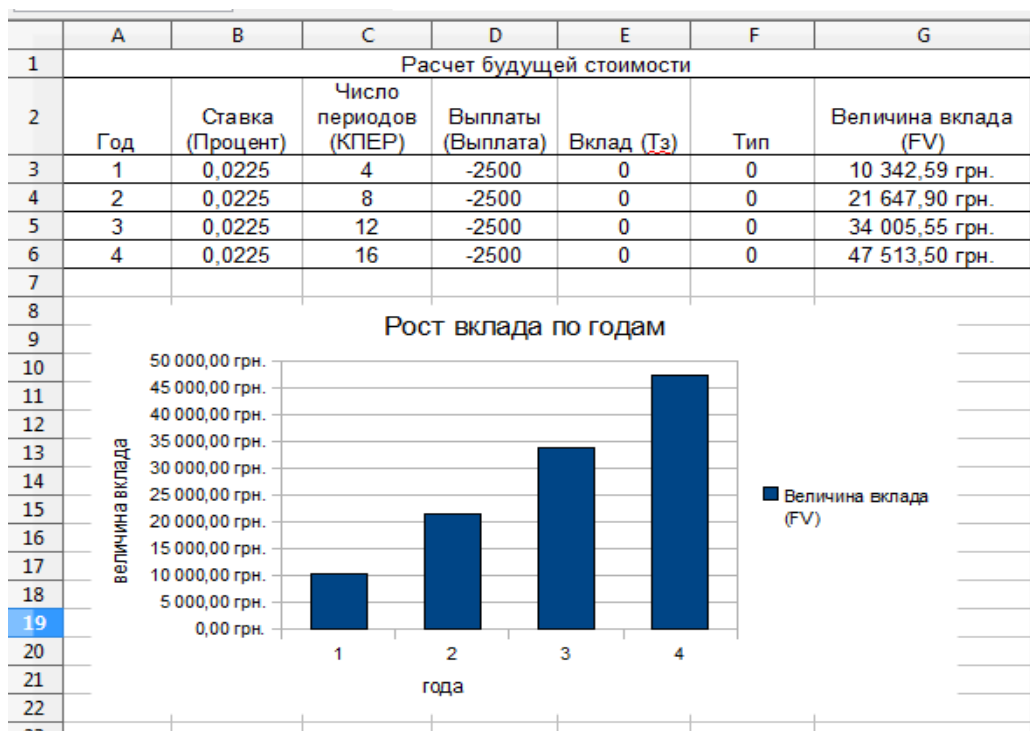


Рисунок 4.1 – Лист с расчетами

Для создания листа с формулами используется опция *Сервис – Параметры – Вид – Формулы* (рис. 4.2, 4.3).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Расчет будущей стоимости						
2	Год	Ставка (Процент)	Число периодов (КПЕР)	Выплаты (Выплата)	Вклад (Тз)	Тип	Величина вклада (FV)
3	1	=0,09/4	=A3*4	-2500	0	0	=FV(B3:B3;C3:C3;D3:D3;E3:E3;F3:F3)
4	2	=0,09/4	=A4*4	-2500	0	0	=FV(B4:B4;C4:C4;D4:D4;E4:E4;F4:F4)
5	3	=0,09/4	=A5*4	-2500	0	0	=FV(B5:B5;C5:C5;D5:D5;E5:E5;F5:F5)
6	4	=0,09/4	=A6*4	-2500	0	0	=FV(B6:B6;C6:C6;D6:D6;E6:E6;F6:F6)
7							

Рисунок 4.2 – Лист с формулами

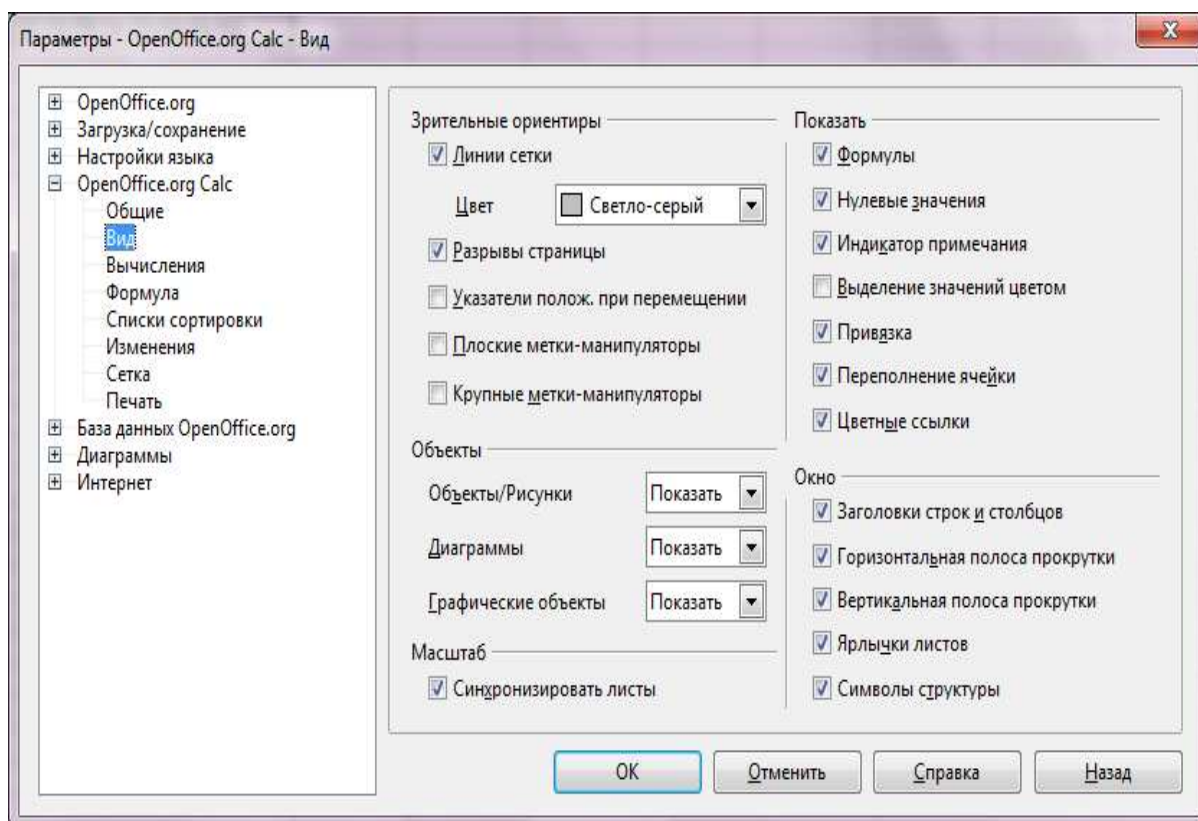


Рисунок 4.3 – Создание листа с формулами

4.2 Определение текущей стоимости. Пример выполнения

Рассчитайте текущую стоимость вклада, который через 5 лет составит 150 тыс. грн при ставке 9 % годовых. Построить таблицу и диаграмму EXCEL, отражающую динамику роста вклада по годам.

Решение задачи и лист с формулами приведены на рисунках 4.4, 4.5.

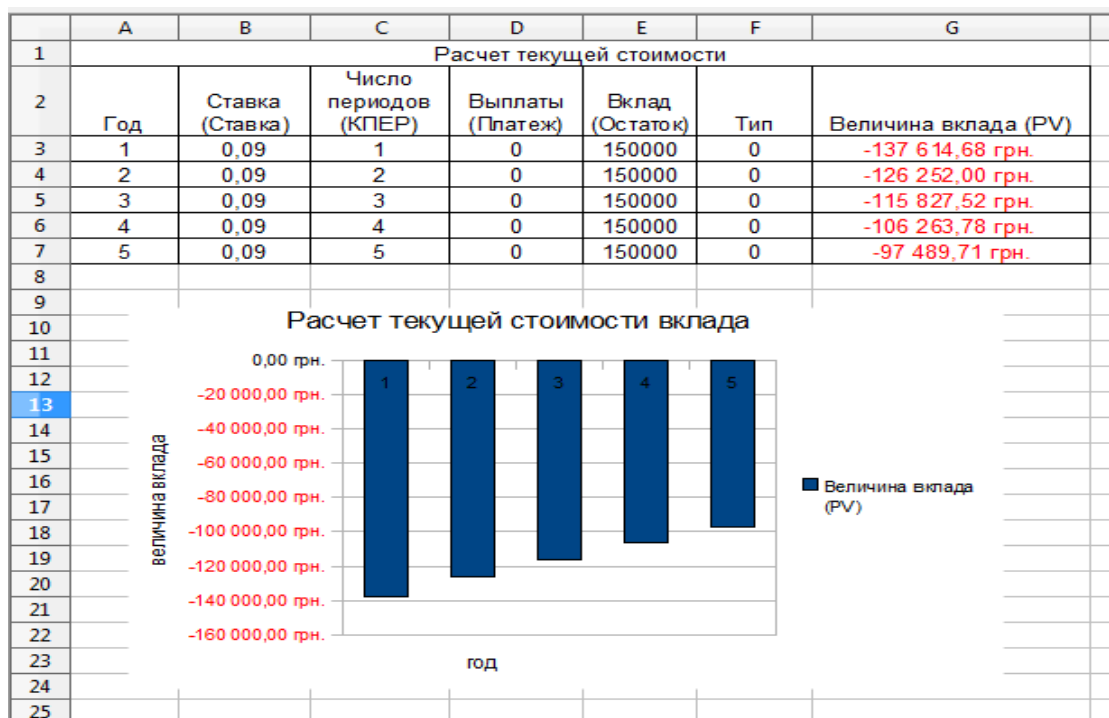


Рисунок 4.4 – Лист с расчетами

	A	B	C	D	E	F	G
1	Расчет текущей стоимости						
2	Год	Ставка (Ставка)	Число периодов (КПЕР)	Выплаты (Платеж)	Вклад (Остаток)	Тип	Величина вклада (PV)
3	1	=0,09	=A3	0	150000	0	=PV(B3:B3;C3:C3;D3:D3;E3:E3;F3:F3)
4	2	=0,09	=A4	0	150000	0	=PV(B4:B4;C4:C4;D4:D4;E4:E4;F4:F4)
5	3	=0,09	=A5	0	150000	0	=PV(B5:B5;C5:C5;D5:D5;E5:E5;F5:F5)
6	4	=0,09	=A6	0	150000	0	=PV(B6:B6;C6:C6;D6:D6;E6:E6;F6:F6)
7	5	=0,09	=A7	0	150000	0	=PV(B7:B7;C7:C7;D7:D7;E7:E7;F7:F7)

Рисунок 4.5 – Лист с формулами

4.3 Определение платежа по процентам и основной суммы. Пример выполнения

Рассчитать платеж по сложным процентам по шестигодичному займу в 10 000 грн из расчета 10 % годовых. Какую часть основного платежа занимают выплаты основной суммы, а какую выплаты процентов? Построить гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы на протяжении всего периода выплат.

Решение задачи и лист с формулами приведены на рисунках 4.6, 4.7.

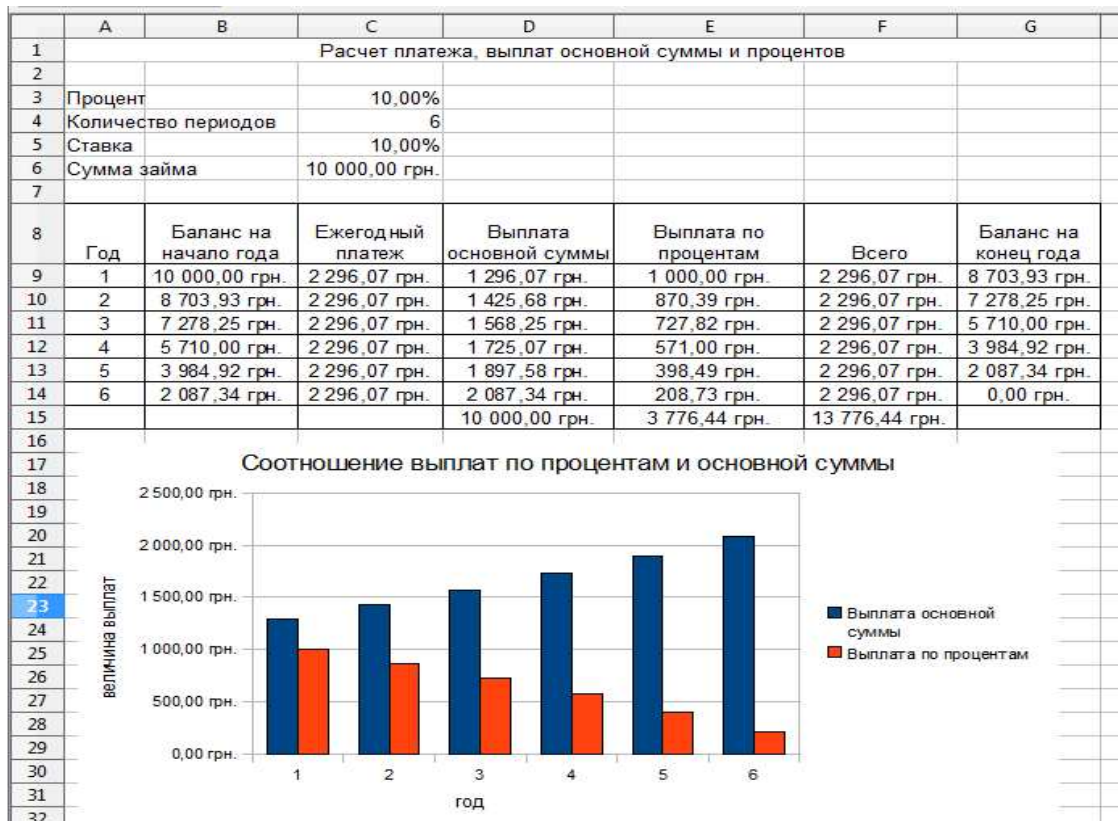


Рисунок 4.6 – Лист с расчетами

	A	B	C	D	E	F	G
1			Расчет платежа, выплат основной суммы и процентов				
2							
3	Процент		10,00%				
4	Количество		6				
5	Ставка		10,00%				
6	Сумма		10 000,00 грн.				
7							
8	Год	Баланс на начало года	Ежегодный платеж	Выплата основной суммы	Выплата по процентам	Всего	Баланс на конец года
9	1	=C6	=PMT(C5:C5;C4:C4;C6:C6;0;0)	=PPMT(C5:C5;A9:A9;C4:C4;C6:C6;0;0)	=IPMT(C5:C5;A9:A9;C4:C4;C6:C6;0;0)	=D9+E9	=B9-D9
10	2	=G9	=PMT(C5:C5;C4:C4;C6:C6;0;0)	=PPMT(C5:C5;A10:A10;C4:C4;C6:C6;0;0)	=IPMT(C5:C5;A10:A10;C4:C4;C6:C6;0;0)	=D10+E10	=B10-D10
11	3	=G10	=PMT(C5:C5;C4:C4;C6:C6;0;0)	=PPMT(C5:C5;A11:A11;C4:C4;C6:C6;0;0)	=IPMT(C5:C5;A11:A11;C4:C4;C6:C6;0;0)	=D11+E11	=B11-D11
12	4	=G11	=PMT(C5:C5;C4:C4;C6:C6;0;0)	=PPMT(C5:C5;A12:A12;C4:C4;C6:C6;0;0)	=IPMT(C5:C5;A12:A12;C4:C4;C6:C6;0;0)	=D12+E12	=B12-D12
13	5	=G12	=PMT(C5:C5;C4:C4;C6:C6;0;0)	=PPMT(C5:C5;A13:A13;C4:C4;C6:C6;0;0)	=IPMT(C5:C5;A13:A13;C4:C4;C6:C6;0;0)	=D13+E13	=B13-D13
14	6	=G13	=PMT(C5:C5;C4:C4;C6:C6;0;0)	=PPMT(C5:C5;A14:A14;C4:C4;C6:C6;0;0)	=IPMT(C5:C5;A14:A14;C4:C4;C6:C6;0;0)	=D14+E14	=B14-D14
15				=SUM(D9:D14)	=SUM(E9:E14)	=SUM(F9:F14)	
16							

Рисунок 4.7 – Лист с формулами

4.4 Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ). Пример выполнения

Промышленное предприятие состоит из трех цехов, выпускающих каждый один вид продукции. В таблице 4.3 указаны расходные коэффициенты («прямые» затраты) a_{ik} единиц продукции i -го цеха, используемые

как «сырье» («промежуточный продукт») для выпуска единицы продукции k -го цеха, объемы u_i , предназначенные для реализации (конечный продукт).

Таблица 4.3 – Расходные коэффициенты и объемы продукции

Продукция	Прямые затраты			Конечный продукт u_i
	I	II	III	
1-го цеха	0	0,2	0	200
2-го цеха	0,2	0	0,1	100
3-го цеха	0	0,1	0,2	300

Определить:

- а) коэффициент полных затрат;
- б) валовой выпуск (план) для каждого цеха;
- в) производственную программу цехов;
- г) коэффициенты косвенных затрат.

Решение задачи и лист с формулами приведены на рисунках 4.8, 4.9.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	Продукция	Прямые затраты				Конечный продукт Y					
2		I	II	III							
3		1-го цеха	0	0,2	0			200			
4		2-го цеха	0,2	0	0,1			100			
5		3-го цеха	0	0,1	0,2			300			
6											
7		0	0,2	0							
8	A=	0,2	0	0,1							
9		0	0,1	0,2							
10							(E-A) ⁻¹ =	1,042216359	0,211081794	0,026385224	
11		1	0	0				0,211081794	1,055408971	0,131926121	
12	E=	0	1	0				0,026385224	0,131926121	1,266490765	
13		0	0	1							
14							X=	237,47			
15		1	-0,2	0				187,34			
16	E-A=	-0,2	1	-0,1				398,42			
17		0	-0,1	0,8							
18											
19	det(E-A)=	0,758					Производственная программа	0	37,46701847	0	
20								47,49340369	0	39,84168865	
21								0	18,73350923	79,68337731	
22	Предприятие (виды продукции)	Производственная программа цехов			Итого	Конечный продукт Y	Валовой продукт				
23	1	0	37,4670185	0	37,46701847	200	237,47				
24	2	47,4934037	0	39,84168865	87,33509235	100	187,34				
25	3	0	18,7335092	79,68337731	98,41688654	300	398,42				
26											
27		Коэффициенты косвенных затрат									
28		1,04221636	0,01108179	0,026385224							
29	(E-A) ⁻¹ ·A=	0,01108179	1,05540897	0,031926121							
30		0,02638522	0,03192612	1,066490765							
31											

Рисунок 4.8 – Лист с расчетами

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Прямые затраты								
2	продукция					Конечный продукт Y				
		I	II	III						
3	4-го цех	0	0,2	0		200				
4	4-го цех	0,2	0	0,1		100				
5	4-го цех	0	0,1	0,2		300				
6										
7		0	0,2	0						
8	A=	0,2	0	0,1						
9		0	0,1	0,2				{=MINVERSE(B15:D17)}	{=MINVERSE(B15:D17)}	{=MINVERSE(B15:D17)}
10						(E-A) ⁻¹		{=MINVERSE(B15:D17)}	{=MINVERSE(B15:D17)}	{=MINVERSE(B15:D17)}
11		1	0	0				{=MINVERSE(B15:D17)}	{=MINVERSE(B15:D17)}	{=MINVERSE(B15:D17)}
12	E=	0	1	0						
13		0	0	1				{=MMULT(H9:J11;F3:F5)}		
14						X=		{=MMULT(H9:J11;F3:F5)}		
15		=B11-B7	=C11-C7	=D11-D7				{=MMULT(H9:J11;F3:F5)}		
16	E-A=	=B12-B8	=C12-C8	=D12-D8						
17		=B13-B9	=C13-C9	=D13-D9						
18								=B7*H13	=C7*H14	=D7*H15
19	4*(E-A)=	0,758				Производственная программа		=B8*H13	=C8*H14	=D8*H15
20								=B9*H15	=C9*H14	=D9*H15
21										
22	(виды продукции)	Коэффициенты прямых затрат a _{ij}			Итого	Конечный продукт Y	Валовой продукт			
23	1	=H18	=I18	=J18	=SUM(B23:D23)	200	=H13			
24	2	=H19	=I19	=J19	=SUM(B24:D24)	100	=H14			
25	3	=H20	=I20	=J20	=SUM(B25:D25)	300	=H15			
26										
27		Коэффициенты косвенных затрат								
28		=H9-B3	=I9-C3	=J9-D3						
29	(E-A) ⁻¹	=H10-B4	=I10-C4	=J10-D4						
30		=H11-B5	=I11-C5	=J11-D5						
31										

Рисунок 4.9 – Лист с формулами

4.5 Решение задач линейного программирования. Пример выполнения

Решим формализованную задачу линейного программирования (п. 3.3.1).

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 180, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 210, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 244, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Решение задачи представлено на рисунках 4.10...4.13.

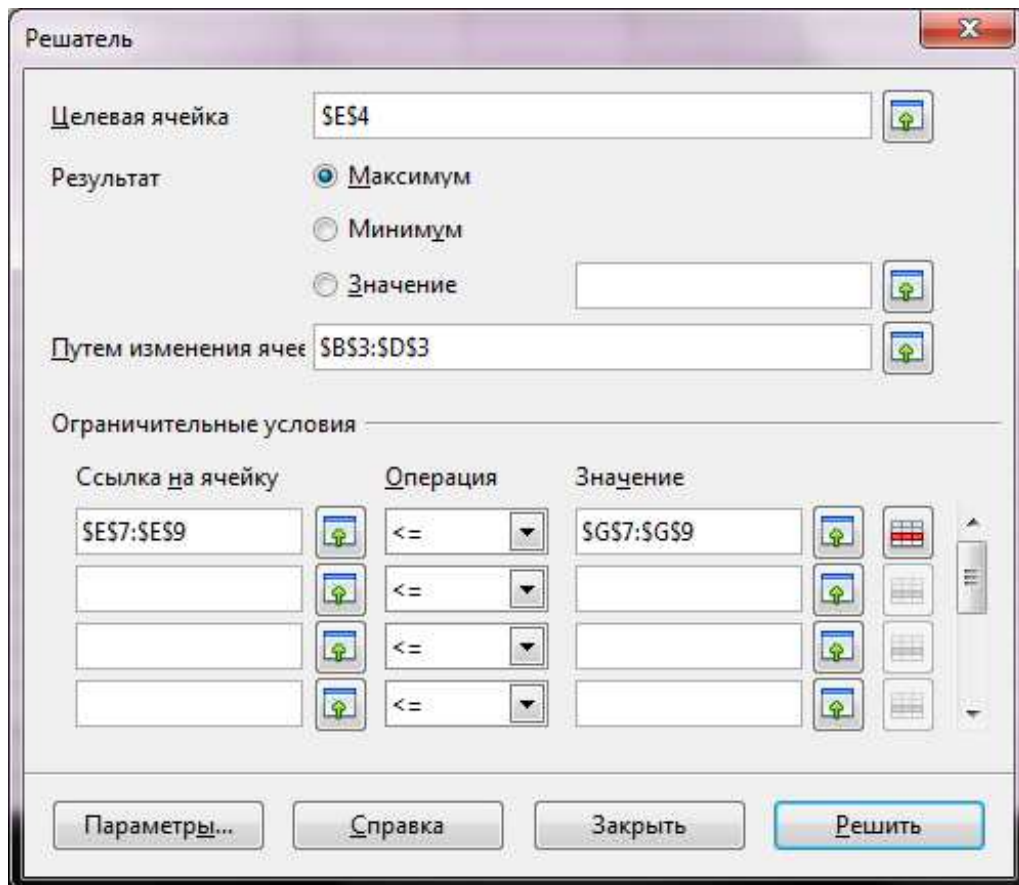


Рисунок 4.10 – Окно Поиск решения

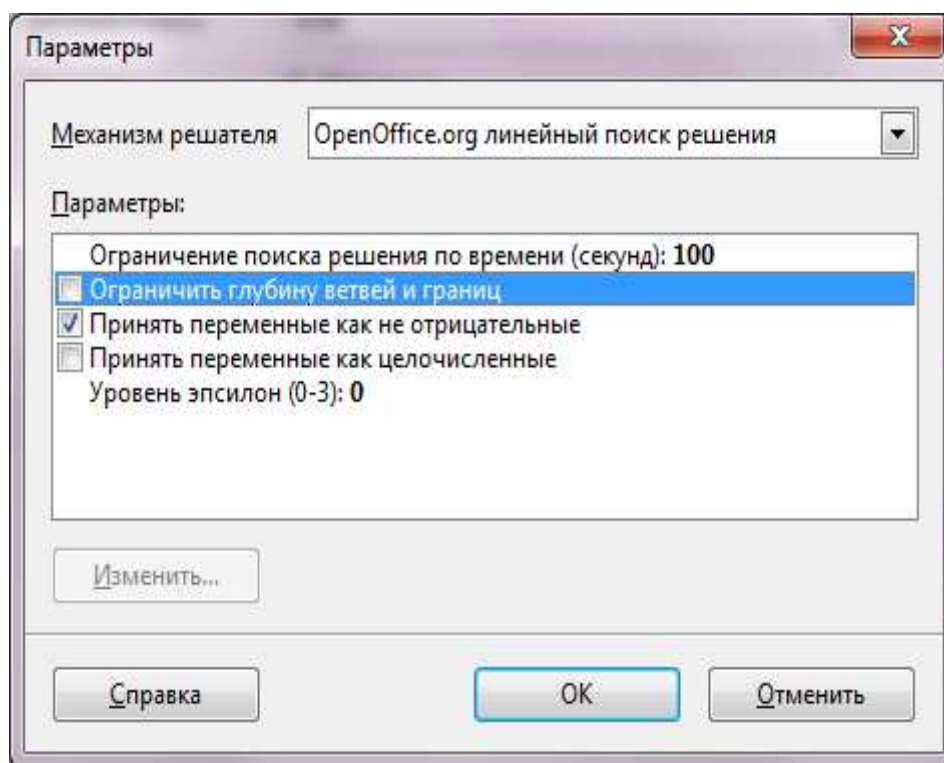


Рисунок 4.11 – Окно Поиск решения – Параметры (установка неотрицательности переменных x)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3	Значения	0	82	16				
4	Коэффициенты целевой функции F	10	14	12	1340			
5								
6		Коэффициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Неиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	2	1	180	<=	180	0
8		3	1	3	130	<=	210	80
9		1	2	5	244	<=	244	0
10								

Рисунок 4.12 – Лист с расчетами

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3	Значения	0	82	16				
4	Коэффициенты целевой функции F	10	14	12	=SUMPRODUCT(B4:D4;B3:D3)			
5								
6		Коэффициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Неиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	2	1	=SUMPRODUCT(B7:D7;B3:D3)	<=	180	=G7-E7
8		3	1	3	=SUMPRODUCT(B8:D8;B3:D3)	<=	210	=G8-E8
9		1	2	5	=SUMPRODUCT(B9:D9;B3:D3)	<=	244	=G9-E9
10								

Рисунок 4.13 – Лист с формулами

5 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ В MICROSOFT EXCEL 2010

5.1 Определение будущей стоимости. Пример выполнения

На сберегательный счет вносятся ежеквартальные платежи по 2 500 грн. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через 4 года при ставке процента 9 % годовых (рис. 5.1, 5.2).

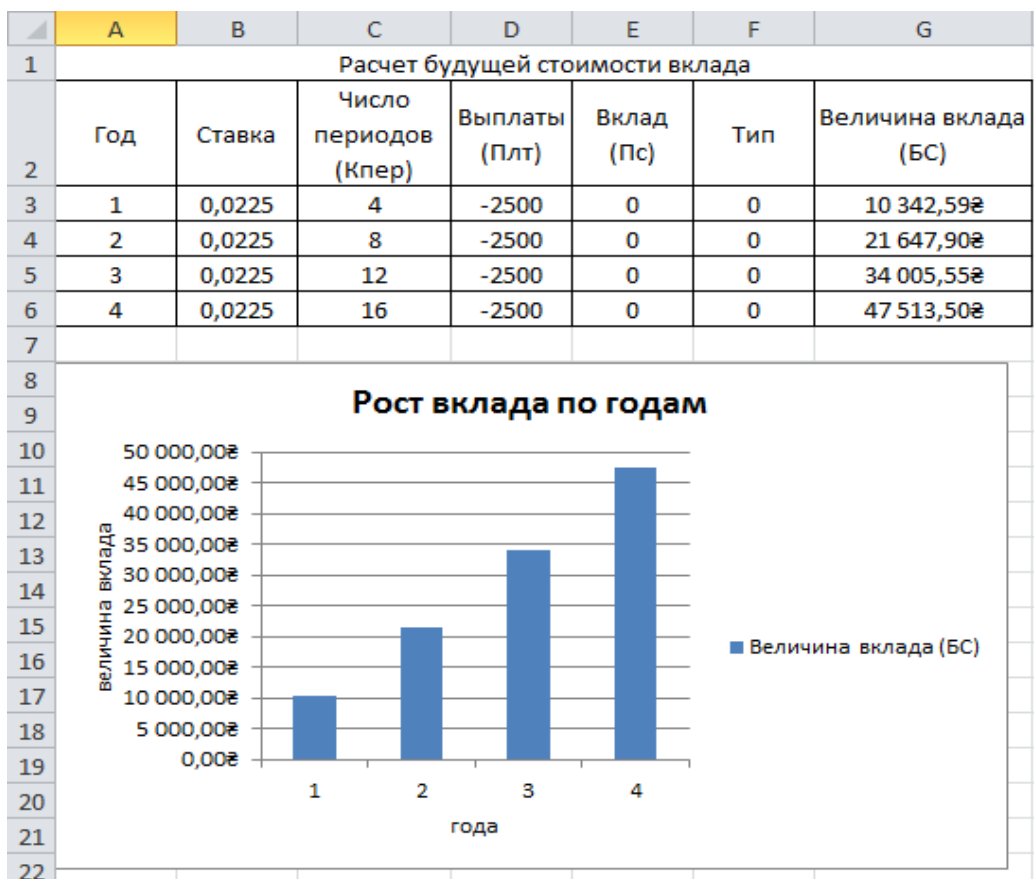


Рисунок 5.1 – Лист с расчетами

	A	B	C	D	E	F	G
1	Расчет будущей стоимости вклада						
2	Год	Ставка	Число периодов (Кпер)	Выплаты (Плт)	Вклад (Пс)	Тип	Величина вклада (БС)
3	1	=9%/4	=A3*4	-2500	0	0	=БС(В3;С3;D3;E3;F3)
4	2	=9%/4	=A4*4	-2500	0	0	=БС(В4;С4;D4;E4;F4)
5	3	=9%/4	=A5*4	-2500	0	0	=БС(В5;С5;D5;E5;F5)
6	4	=9%/4	=A6*4	-2500	0	0	=БС(В6;С6;D6;E6;F6)
7							

Рисунок 5.2 – Лист с формулами

Для создания листа с формулами используется опция *Формулы – Показать формулы* (в полноэкранном режиме) или *Формулы – Зависимость формул – Показать формулы* (в обычном режиме) (рис. 5.3).

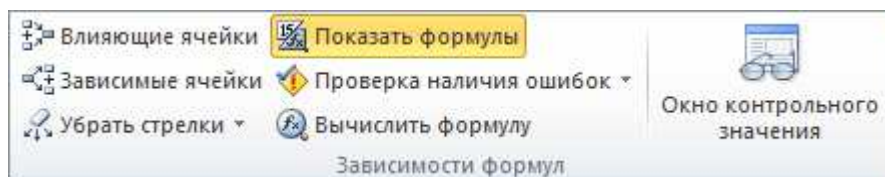


Рисунок 5.3 – Создание листа с формулами

Для установки печати заголовков строк и столбцов используется опция *Разметка страницы – Печатать заголовки – Лист*. Установить флажки перед соответствующими командами. Здесь же во вкладке *Страница* можно изменить ориентацию страницы (книжная или альбомная) (рис. 5.4).

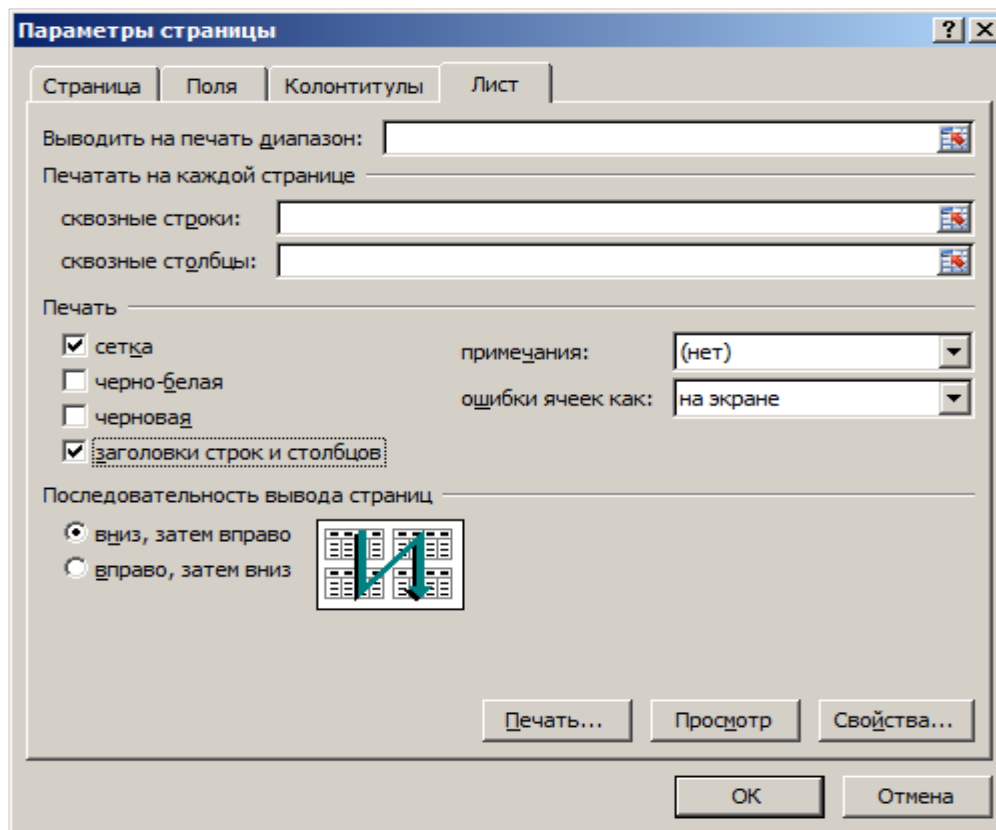


Рисунок 5.4 – Печать заголовков строк и столбцов

5.2 Определение текущей стоимости. Пример выполнения

Рассчитайте текущую стоимость вклада, который через 5 лет составит 150 000 грн при ставке 9 % годовых. Построить таблицу и диаграмму EXCEL, отражающую динамику роста вклада по годам (рис. 5.5, 5.6).



Рисунок 5.5 – Лист с расчетами

	A	B	C	D	E	F	G
1	Расчет текущей стоимости вклада						
2	Год	Ставка	Число периодов (Кпер)	Выплаты (Плт)	Вклад (Бс)	Тип	Величина вклада (ПС)
3	1	=9%	=A3	0	150000	0	=ПС(B3;C3;D3;E3;F3)
4	2	=9%	=A4	0	150000	0	=ПС(B4;C4;D4;E4;F4)
5	3	=9%	=A5	0	150000	0	=ПС(B5;C5;D5;E5;F5)
6	4	=9%	=A6	0	150000	0	=ПС(B6;C6;D6;E6;F6)
7	5	=9%	=A7	0	150000	0	=ПС(B7;C7;D7;E7;F7)
8							

Рисунок 5.6 – Лист с формулами

5.3 Определение платежа по процентам и основной суммы. Пример выполнения

Рассчитать платеж по сложным процентам по шестигодичному займу в 10 000 грн. из расчета 10 % годовых. Какую часть основного платежа занимают выплаты основной суммы, а какую выплаты процентов. Построить гистограмму соотношения выплат по процентам и основной суммы на протяжении всего периода выплат (рис. 5.7, 5.8).

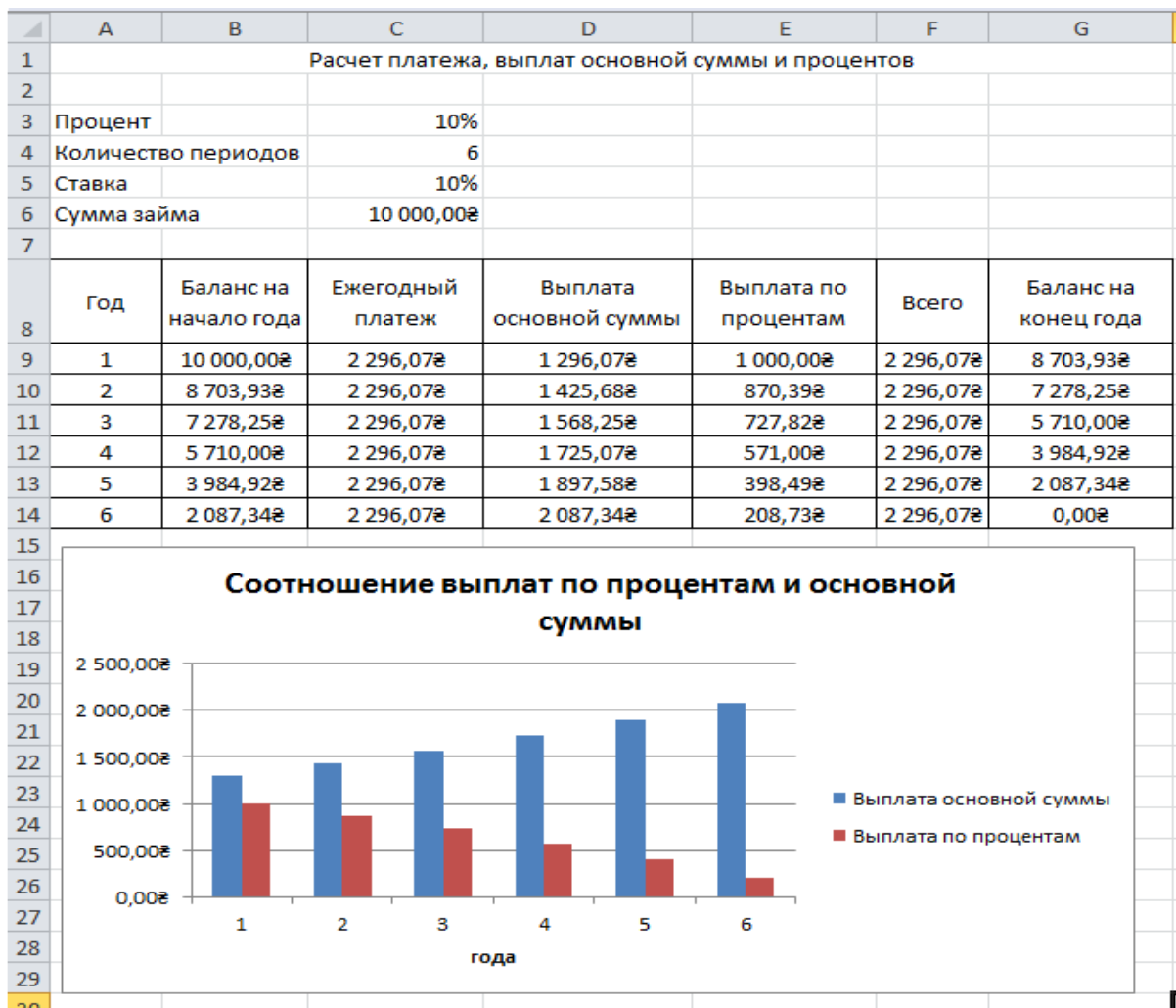


Рисунок 5.7 – Лист с расчетами

	A	B	C	D	E	F	G
1	Расчет платежа, выплат основной суммы и процентов						
2							
3	Пр	0,1					
4	Ко	6					
5	Ста	0,1					
6	Сум	10000					
7							
8	Год	Баланс на начало года	Ежегодный платеж	Выплата основной суммы	Выплата по процентам	Всего	Баланс на конец года
9	1	=C6	=ПЛТ(\$C\$5;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$5;A9;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$5;A9;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=D9+E9	=B9-D9
10	2	=G9	=ПЛТ(\$C\$5;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$5;A10;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$5;A10;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=D10+E10	=B10-D10
11	3	=G10	=ПЛТ(\$C\$5;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$5;A11;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$5;A11;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=D11+E11	=B11-D11
12	4	=G11	=ПЛТ(\$C\$5;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$5;A12;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$5;A12;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=D12+E12	=B12-D12
13	5	=G12	=ПЛТ(\$C\$5;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$5;A13;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$5;A13;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=D13+E13	=B13-D13
14	6	=G13	=ПЛТ(\$C\$5;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ОСПЛТ(\$C\$5;A14;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=ПРПЛТ(\$C\$5;A14;\$C\$4;\$C\$6;0;0)	=D14+E14	=B14-D14

Рисунок 5.8 – Лист с формулами

5.4 Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ). Пример выполнения

Промышленное предприятие состоит из трех цехов, выпускающих каждый один вид продукции. В таблице 5.1 указаны расходные коэффициенты («прямые» затраты) a_{ik} единиц продукции i -го цеха, используемые как «сырье» («промежуточный продукт») для выпуска единицы продукции k -го цеха, объемы u_i , предназначенные для реализации (конечный продукт).

Таблица 5.1 – Расходные коэффициенты и объемы продукции

Продукция	Прямые затраты			Конечный продукт u_i
	I	II	III	
1-го цеха	0	0,2	0	200
2-го цеха	0,2	0	0,1	100
3-го цеха	0	0,1	0,2	300

Определить:

- коэффициент полных затрат;
- валовой выпуск (план) для каждого цеха;
- производственную программу цехов;
- коэффициенты косвенных затрат.

Решение задачи и лист с формулами приведены на рисунках 5.9, 5.10.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		0	0,2	0			200		
2	A=	0,2	0	0,1		Y=	100		
3		0	0,1	0,2			300		
4									
5		1	0	0					
6	E=	0	1	0					
7		0	0	1			1,0422164	0,2110818	0,0263852
8						B=(E-A) ⁻¹ =	0,2110818	1,055409	0,1319261
9		1	-0,2	0			0,0263852	0,1319261	1,2664908
10	E-A=	-0,2	1	-0,1					
11		0	-0,1	0,8					
12							237,46702		
13	det(E-A)=	0,758				X=	187,33509		
14							398,41689		
15	Производственная программа								
16							0	37,467018	0
17	X _г =	237,46702	187,33509	398,41689		X _{ij} =	47,493404	0	39,841689
18							0	18,733509	79,683377
19									
20	Коэффициенты косвенных затрат						1,0422164	0,0110818	0,0263852
21						(E-A) ⁻¹ -A=	0,0110818	1,055409	0,0319261
22							0,0263852	0,0319261	1,0664908

Рисунок 5.9 – Лист с расчетами

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	0		0,2	0			200		
2	A=0,2		0	0,1		Y=	100		
3	0		0,1	0,2			300		
4									
5	1		0	0					
6	E=0		1	0					
7	0		0	1			=МОБР(В9:D11)	=МОБР(В9:D11)	=МОБР(В9:D11)
8						B=(E-A)^4=	=МОБР(В9:D11)	=МОБР(В9:D11)	=МОБР(В9:D11)
9	=B5-B1		=C5-C1	=D5-D1			=МОБР(В9:D11)	=МОБР(В9:D11)	=МОБР(В9:D11)
10	=A-B6-B2		=C6-C2	=D6-D2					
11	=B7-B3		=C7-C3	=D7-D3					
12							=МУМНОЖ(Г7:І9;Г1:Г3)		
13	de =+МОПРЕД(В9:D11)					X=	=МУМНОЖ(Г7:І9;Г1:Г3)		
14							=МУМНОЖ(Г7:І9;Г1:Г3)		
15	Πf								
16							=B1*B17	=C1*C17	=D1*D17
17	X1=ТРАНСП(Г12:Г14)		=ТРАНСП(Г12:Г14)	=ТРАНСП(Г12:Г14)		Xij=	=B2*B17	=C2*C17	=D2*D17
18							=B3*B17	=C3*C17	=D3*D17
19									
20	Kc						=G7-B1	=H7-C1	=I7-D1
21						(E-A)^4-A=	=G8-B2	=H8-C2	=I8-D2
22							=G9-B3	=H9-C3	=I9-D3
23									

Рисунок 5.10 – Лист с формулами

5.5 Решение задач линейного программирования. Пример выполнения

Решим формализованную задачу линейного программирования (п. 3.3.1)

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 180, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 210, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 244, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Для решения использовать *Данные – Поиск решения*. Если *Поиск решения* не установлен, установить используя *Файл – Параметры – Надстройки – Перейти*. В открывшемся диалоговом окне установить флажок около соответствующей надстройки (рис. 5.11).

После вышеописанных действий на *ПИ* появится соответствующая процедура.

Ввести исходные данные. Установить флажок для неотрицательности переменных (рис. 5.12).

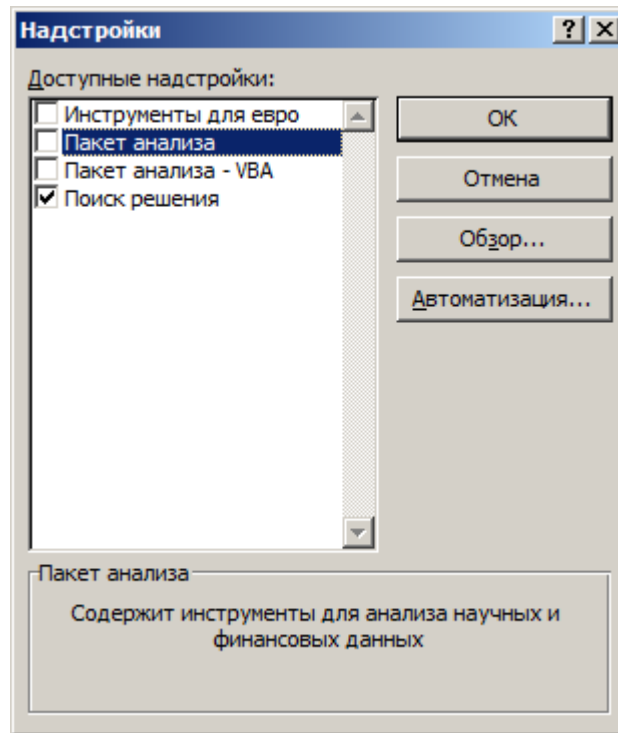


Рисунок 5.11 – Окно установки Поиска решения

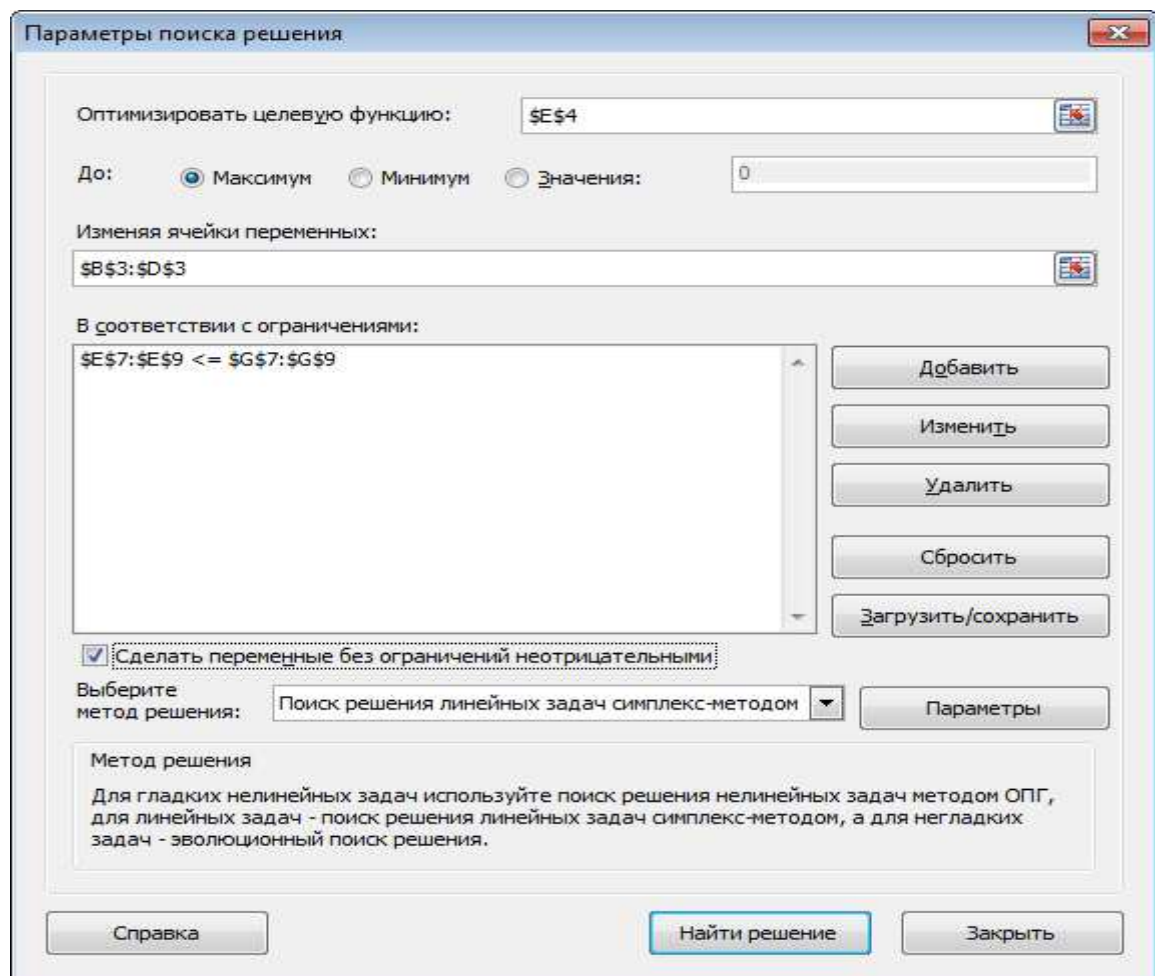


Рисунок 5.12 – Окно Поиск решения

На рисунках 5.13, 5.14 представлены окно с расчетами и лист с формулами.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3		0	82	16				
4	Коэффициенты целевой функции	10	14	12	1340			
5								
6		Коэффициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Неиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	2	1	180	<=	180	0
8		3	1	3	130	<=	210	80
9		1	2	5	244	<=	244	0
10								

Рисунок 5.13 – Лист с расчетами

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2		x1	x2	x3				
3		0	82	16				
4	Коэффициенты целевой функции	10	14	12	=СУММПРОИЗВ(B4:D4;B3:D3)			
5								
6		Коэффициенты			Затраты ресурсов		Запасы ресурсов	Неиспользованные ресурсы
7	Система ограничений	4	2	1	=СУММПРОИЗВ(B7:D7;\$B\$3:\$D\$3)	<=	180	=G7-E7
8		3	1	3	=СУММПРОИЗВ(B8:D8;\$B\$3:\$D\$3)	<=	210	=G8-E8
9		1	2	5	=СУММПРОИЗВ(B9:D9;\$B\$3:\$D\$3)	<=	244	=G9-E9
10								

Рисунок 5.14 – Лист с формулами

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Акулич, И. Л.** Математическое программирование в примерах и задачах : учеб. пособ. для экон. спец. вузов / И. Л. Акулич. – М. : Высш. шк., 1986. – 317 с.
2. **Банди, Б.** Основы линейного программирования : пер. с англ. / Б. Банди. – М. : Радио и связь, 1989. – 176 с.
3. **Бережная, Е. В.** Математические методы моделирования экономических систем : учебн. пособие / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 368 с.
4. **Васильева, Л. В.** Використання комп'ютерних технологій для розв'язання оптимізаційних задач в економіці : навч. посібник / Л. В. Васильева, І. А. Гетьман. – Краматорськ : ДДМА, 2011. – 200 с.
5. **Горчаков, А. А.** Компьютерные экономико-математические модели / А. А. Горчаков, И. В. Орлова. – М. : Компьютер, 1995. – 135 с.
6. Інформаційні системи і технології в обліку : навч. посібн. / В. Д. Шквір, А. Г. Загородній, О. С. Височан. – Львів : Львівська політехніка, 2003. – 268 с.
7. Исследование операций в экономике : учебн. пособ. / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман. – М.: ЮНИТИ, 2002. – 407 с.
8. **Карасев, А. И.** Математические методы и модели в планировании / А. И. Карасев – М. : Экономика, 1987. – 221 с.
9. **Коробов, П. Н.** Математическое программирование и моделирование процессов : учебник / П. Н. Коробов. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : ДНК, 2003. – 376 с.
10. Методы экономико-математического моделирования и прогнозирования в новых условиях хозяйствования / А. А. Горчаков, И. В. Орлова, В. А. Плотников. – М. : ВЗВЭИ, 1991. – 181 с.
11. Математичне програмування : навчальний посібник / А. Ф. Барвінський [та ін.]. – Львів : Інтелект-Захід, 2004. – 448 с.
12. Математичне програмування : навч. посіб. / М. М. Глушик, І. М. Копич, О. С. Пенцак, В. М. Сороківський. – Львів : Новий Світ, 2000, 2006. – 216 с.
13. **Орлова, И. В.** Экономико-математические методы и модели. Выполнение расчетов в среде Excel. Практикум : учебное пособие / И. В. Орлова. – М. : Финстастинформ, 2000. – 136 с.
14. **Тынкевич, М. А.** Экономико-математические методы (исследование операций) / М. А. Тынкевич. – 2-е изд., испр. и доп. – Кемерово, 2000. – 177 с.
15. **Трояновский, В. М.** Математическое моделирование в менеджменте : учебн. пособ. / В. М. Трояновский. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : РДЛ, 2000. – 256 с.
16. **Фомин, Г. П.** Методы и модели линейного программирования коммерческой деятельности : учебн. пособ. / Г. П. Фомин. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 128 с.
17. Экономико-математические методы и прикладные модели : учебн. пос. / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов. – М. : ЮНИТИ, 2000. – 391 с.

Навчальне видання

**ГЕТЬМАН Ірина Анатоліївна,
ЧОРНОМАЗ Володимир Миколайович**

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ ЗАСОБАМИ ЕЛЕКТРОННИХ ТАБЛИЦЬ

Навчальний посібник

**Для студентів економічних спеціальностей
післявузівської форми навчання**

(Російською мовою)

Редактор О. О. Дудченко

Комп'ютерна верстка О. С. Орда

112/2012. Формат 60 x 84/16. Ум. друк. арк. .
Обл.-вид. арк. . Тираж пр. Зам. №

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК №1633 від 24.12.2003