Министерство образования и науки Украины

ДОНБАССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

По дисциплине

«ИНФОРМАТИКА»

для студентов заочного факультета
инженерного направления обучения

Часть 3

Утверждено на заседании
Кафедры прикладной математики
Протокол № __ от «__» _____ 2000

Краматорск 2001

УДК 681.31:001.8

Методические указания и контрольные задания по дисциплине «Информатика» для студентов заочного факультета инженерного направления обучения. Часть 3. / Сост. Л.В.Васильева, Т.В. Шевцова. – Краматорск: ДГМА, 2000 г. - с.

Рассмотрены примеры решения задач различного типа: решение дифференциальных уравнений, нахождение интегралов и производных, построение графиков функций с применением пакета MathCad. Приведены задания к контрольной работе.

Составители Л.В. Васильева, ст.препод.

Т.В. Шевцова, ассистент

Ответственный за выпуск В.Н. Черномаз, доцент.

Введение

Особенностью инженерных задач является то, что при их решении задействован весь арсенал математики, как-то: решение уравнений и систем уравнений, нахождение экстремумов, вычисление производных и интегралов, решение дифференциальных уравнений и т.д.

Современное развитие науки и техники тесно связано с использованием ЭВМ, ставших рабочим инструментом ученого, инженера, конструктора. Это позволяет строить математические модели сложных устройств и процессов и тем самым резко сократить время и стоимость инженерных разработок. В настоящее время созданы специальные математические пакеты, позволяющие решать такие задачи в численном виде. Мы рассмотрим пакет MathCAD, обладающий возможностями численного и аналитического решения математических задач.

Численное решение предпочтительнее в случае, когда аналитическое решение громоздко и содержит специальные математические функции. Инженерные задачи отличаются тем, что исходные их коэффициенты определяются из эксперимента и редко имеют точность выше 1%. В таком случае полученное аналитическое решение будет самообманом, так как решение не может быть точнее исходных данных. Поэтому сложные функции, встречающиеся в условиях задач, можно приближенно заменить более легкой функцией, чаще всего полиномом. Например, $e^{x^2} \approx 1 + x^2 + \frac{1}{2}x^4$. Нужно только помнить, что такие замены справедливы не при всех значениях *x*, а лишь на некотором промежутке, и решение можно применять тоже на этом промежутке.

Задание функции, вычисление значения функции, построение графика функции

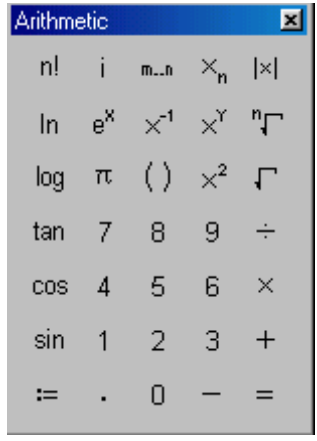
Умение строить и понимать графики является обязательным для инженера. Во-первых, зачастую в инженерной практике график – единственная возможность отразить зависимость между двумя величинами. Такие графики выдают осциллографы, самописцы и другие приспособления аналогичного назначения. Во-вторых, при приближенных расчетах сравнение графиков точного и приближенного решения позволяет быстро и наглядно оценить точность применяемого приближенного метода.

Несмотря на кажущуюся простоту действий, связанных с построением графиков и вычислением значений функции, выполнение их без ЭВМ и специальных пакетов - довольно трудоемкая работа. Поэтому рассмотрим возможности пакета MathCad при решении таких задач.

Сведения по пакету MathCad

Математические символы в MathCad задаются двумя способами: с помощью специальных панелей инструментов или с помощью так называемых кодов, набираемых на клавиатуре.

Панель инструментов **Арифметическая** (**Arithmetic Toolbar**) вызывается кнопкой  и имеет вид:



Функции и значения переменных задаются операцией присвоения.

Оператор присваивания имеет вид:

имя переменной:=выражение.

Кодировка знака «:=» - «:».

Например: $x := \frac{\sqrt{2}}{3}$

Задание диапазона:

имя переменной:=a,c..b,

где **a** – начальное значение переменной,

c – начальное значение + шаг изменения переменной,

b – конечное значение переменной.

Кодировка знака «..» - «;».

Например: x:=2,2.1..5.

Задание функции:

имя функции(список переменных):=выражение.

Например:

$y(x) := \sin(x+3)$

В MathCAD имеются встроенные математические функции, вызвать которые можно через стандартную **Панель инструментов**.

Примечание. В дальнейшем комбинации клавиш будут записываться в кавычках, если нужно нажать несколько клавиш одновременно (комбинация клавиш), между ними будем ставить знак «+», например, запись «Ctrl+V» означает, что нужно нажать клавишу «Ctrl» и, не отпуская ее, клавишу «V».

Задание функции пользователя и вычисление этой функции в заданных точках.

Пусть нужно вычислить значение функции $f(x)=x^2$ в точках x=1 и x=15.

Последовательность действий:

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1. Задать функцию.	$f(x):=x^2$	f(x):x^2
2. Вычислить функцию в точке x=1.	f(1)=1	f(1)=
3. Вычислить функцию в точке x=15.	f(15)=225	f(15)=

Построение графика функции одной переменной (двумерная графика)

Построить график функции можно с использованием специальной панели инструментов.

На этой панели представлены кнопки девяти различных типов графиков. Наиболее часто используемый – график в декартовых координатах.

Рассмотрим процесс построения графика на примере. Пусть на отрезке [5,15] нужно построить график функции $y(x):=x^2$.

Последовательность действий:

1 Зададим диапазон изменения переменной:

$$x:=5,5.1..15$$

2 Запишем функцию:

$$y(x):=x^2.$$

3 Выберем кнопку  - **Декартов график (X-Y Plots)**.

4 В полученном шаблоне под осью абсцисс задается имя переменной (для данного примера – **x**), рядом с осью ординат записывается имя функции – **y(x)**. Получился график, представленный на рис. 1.

5 Размеры окна, в котором находится график, можно менять с помощью мышки.

6 Двойной щелчок мыши на графике вызывает меню форматирования графика, которое имеет несколько вкладок.

7 На одном рисунке можно построить графики нескольких функций. Для этого нужно возле оси ординат перечислить через запятую имена нужных функций.

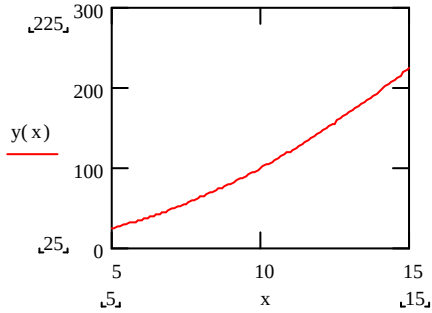


Рисунок 1 – Пример графика функции

Аппроксимация функции степенными выражениями

При решении задач инженер чаще всего использует числовые данные, полученные в результате эксперимента. Т.е. имеются данные x_i, y_i (i=1,…,n), а аналитическое выражение y=f(x) неизвестно. В этом случае неизвестную функцию можно аппроксимировать степенным выражением. Аппроксимация функции применяется также в случае, когда функция y=f(x) известна, но ее выражение очень сложное и неудобное в дальнейшем использовании. Поэтому приходится заменять исходную функцию приближенной.

Аппроксимация функции степенным выражением – это замена функции приближенной, точно совпадающей с ней в заданных точках (узлах интерполяции).

Нужно только помнить, что приближение функции производится на некотором промежутке, и в дальнейшем эту функцию можно применять только на этом промежутке.

MathCAD позволяет получать приближение функции средствами линейной (linterp) интерполяции, параболическим (pspline) и кубическим (cspline) сплайнами.

Общее требование: узлы интерполяции (x_i, y_i) должны быть заданы двумя соответствующими друг другу векторами X и Y, причем элементы вектора X должны быть расположены по возрастанию, т.е. $x_0<x_1<\ldots<x_n$.

Вектор или матрица задается с помощью панели инструментов **Матрица** (**Matrix**), которая вызывается кнопкой  либо комбинацией клавиш Ctrl+M. Вызывается окно **Вставка матрицы (Insert matrix),** в кото-

ром нужно указать количество строк (Rows) и столбцов (Columns) будущей матрицы.

Линейная интерполяция

Графически – это соединение отрезками прямых заданных точек.

Последовательность действий:

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1 Задать диапазон изменения счетчика	i:=0..3	i:0;3
2 Задать вектора исходных данных	$X := \begin{bmatrix} 1 \\ 1.8 \\ 2.5 \\ 2.8 \end{bmatrix}$ $Y := \begin{bmatrix} -1.961 \\ 2.997 \\ -2.954 \\ -0.465 \end{bmatrix}$	X: «Ctrl+M» Y: «Ctrl+M»
3 Задать функцию решения	F(x):=linterp(X,Y,x)	F(x):linterp(X,Y,x)

Теперь по этой формуле можно посчитать приближенное значение функции в любой промежуточной точке и построить график.

Интерполяция сплайном

Графически – это соединение точек кубической параболой.

Последовательность действий:

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1 Задать диапазон изменения счетчика	i:=0..3	i:0;3
2 Задать вектора исходных данных	$X := \begin{bmatrix} 1 \\ 1.8 \\ 2.5 \\ 2.8 \end{bmatrix}$ $Y := \begin{bmatrix} -1.961 \\ 2.997 \\ -2.954 \\ -0.465 \end{bmatrix}$	X: «Ctrl+M» Y: «Ctrl+M»
3 Получить коэффициенты кубического сплайна.	vs:=cspline(X,Y)	vs:=cspline(X,Y)

4 Задать функцию решения	F(x):=interp(vs,X,Y,x)	F(x):interp(vs,X,Y,x)

Теперь по этой формуле можно посчитать приближенное значение функции в любой промежуточной точке и построить график.

Вычисление производных и интегралов

Во многих инженерных задачах необходимо найти производные. Например, нахождение скорости, ускорения, исследование функции и т.д. Интеграл имеет еще более широкую область применения: масса, центр тяжести, площадь, объем, решение дифференциальных уравнений, работа и т.д. Рассмотрим реализацию возможности дифференцирования и интегрирования в пакете MathCAD 8.0. Основные математические операторы вызываются с помощью панели инструментов  . Ее вид:

Вычисление значения производной в точке

Пусть необходимо вычислить значение производной функции $y = x^3$ в точке x=2.

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1 Определить точку.	$y(x) := x^3$	y(x):x^3
2 Задать функцию.	$x := 2$	x:2
3 Вычислить производную.	$\frac{d}{dx} y(x) = 12$	Клавиша «?» выдает шаблон для производной, в который вписываются имена функции и переменной. Нажимаем «=» для получения ответа.

В MathCAD существует возможность вычисления производных n – го порядка. Порядок действий соответствует описанному выше, но для получения шаблона используется комбинация клавиш «Ctrl+Shift+?» (или через панель инструментов).

Вычисление производной в аналитическом виде

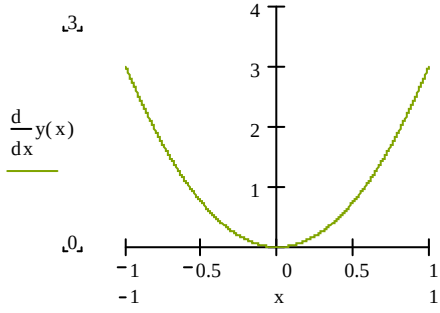
В среде пакета MathCAD это называется символьной математикой.

Пусть необходимо найти производную функции $y = x^3$.

Действие	Вид в MathCAD
1 Задать функцию.	$y(x):=x^3$
2 Задать оператор производной.	$\frac{d}{dx}y(x)$
3 Получить курсор в виде охватывающего уголка.	
4 Выполнить пункт меню Символы (Symbolics) – Упростить (Simplify).	$3\cdot x^2$
5 В следующей строке появится ответ.	

В пакете MathCad существует возможность построить график производной. Построение графика производной аналогично построению графика функции, только вместо функции задаем оператор производной.

Например, график производной для функции $y = x^3$:



Примечание.

Результат символьных вычислений будет текстом. Поэтому, если нужно далее использовать формулу производной, ее нужно переприсвоить (можно воспользоваться операцией копирования). Например, $dy(x) := 3 \cdot x^2$.

Вычисление определенных интегралов

Оператор для определенного интеграла задается клавишей & (или через Панель инструментов). Возвращает определенный интеграл f(x) на интервале [a,b], a и b должны быть вещественными числами. Все переменные в f(x), кроме x, должны быть определены заранее.

Пусть необходимо найти интеграл функции $y(x)=x^3$ на отрезке [0,2].

Последовательность действий:

Действие	Вид в MathCAD
1 Задать функцию.	$y(x):=x^3$
2 Задать оператор интеграла.	
3 Ввести функцию, переменную интегрирования и пределы.	$\int_0^2 y(x)dx = 4$
4 Нажать знак =	
5 Появится ответ.	

Аналитическое решение неопределенных интегралов

Если решением определенного интеграла является число, то решение неопределенного интеграла – функция. MathCAD позволяет получить это решение. Последовательность действий при этом аналогична вычислению производной в аналитическом виде.

Пусть необходимо найти первообразную для функции $y=x^3$.

Действие	Вид в MathCAD
1 Записать неопределенный интеграл	$\int x^3 dx$
2 Получить курсор в виде охватывающего уголка	$\frac{1}{4} \cdot x^4$
3 Выполнить пункт меню **Символы** (**Symbolics**)-**Упростить** (**Simplify**)	

Оператор для неопределенного интеграла задается комбинацией клавиш «Ctrl + I».

Решение алгебраических уравнений и систем

В большинстве случаев, инженерные задачи сводятся к решению уравнений или систем уравнений. Рассмотрим возможности пакета MathCad по решению алгебраических уравнений и систем.

Решение уравнений

Для получения численного решения алгебраического уравнения используется встроенная функция

root(f(x),x),

где f(x) – левая часть уравнения f(x)=0,

x – имя переменной, значение которой необходимо найти.

Пример 1

Пусть необходимо решить уравнение cos(x)=x+0.2.

Преобразуем его к виду cos(x)-x-0.2=0.

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1 Задать начальное приближение переменной	x:=1	x:1
2 Вычислить корень	Root(cos(x)-x-0.2,x)= 0.616	root(cos(x)-x-0.2,x)=

Так как MathCad решает уравнение в численном виде, то естественно, существует ошибка вычислений. В пакете есть встроенная переменная, которая указывает, с какой точностью производить вычисления. Эта переменная имеет значение TOL=0.001. Если этой точности недостаточно, то можно уменьшить значение переменной TOL, и, соответственно, увеличить точность полученного решения.

Например, решим уравнение $x^2 + 2x + 1 = 0$. Точное решение x=-1.

$TOL = 1 \cdot 10^{-3}$

$x := 1$

$root\left(x^2 + 2 \cdot x + 1, x\right) = -0.978$

$TOL := 0.0000000001$

$root\left(x^2 + 2 \cdot x + 1, x\right) = -1$

Видно, что при TOL=0.001 получаем приближенное решение x=-0.978. уменьшив значение TOL= 0.0000000001, получаем решение, которое в данном случае совпадает с точным решением.

Если уравнение f(x) представляет собой полином степени n, то есть

$f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+ \ldots +a_nx^n=0,$

то лучше использовать встроенную функцию **polyroots(v),**

где v – вектор коэффициентов полинома $v = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$.

Например, найдем корни полинома $x^2 - 5x + 6$.

Последовательность действий:

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1 Задать вектор коэффициентов	$v := \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$	v: «Ctrl + M» задать матрицу, и ввести коэффициенты
2 Вычисляем корни	$\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	polyroots(v)=

Т.е. наш полином имеет два корня: x=2 и x=3.

Решение систем уравнений.

Системы алгебраических уравнений в MathCAD можно решать, используя специальные решающие блоки (Solve block).

При записи знака **=** *в системе используется комбинация клавиш Ctrl+=.*

Пусть необходимо решить систему

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6, \\ x + y = 2. \end{cases}$$

Последовательность действий:

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1 Задать начальные приближения для переменных	x:=1 y:=1	x:1 y:1
2 Записать ключевое слово начала решающего блока	Given	Given
3 Записать систему уравнений	$x^2+y^2=6$ $x+y=2$	x^2+y^2 «Ctrl+=»6 x+y «Ctrl+=»2
4 Записать ключевое слово для получения решения	$\text{Find}(x,y)=\begin{bmatrix} -0.414 \\ 2.414 \end{bmatrix}$	Find(x,y)=

В случае, если точное решение невозможно получить, вместо слова **Find** используется **MinErr** – получение решения с наименьшей погрешностью.

Примечания.

1 В решающем блоке могут также использоваться неравенства (<,>,≤,≥), кроме ≠.

2 Общее количество равенств и неравенств не должно превышать 200.

3 Двойное неравенство вида a<x<c записывается как (x<c)*(x>a). Если есть условие ((x>a> или (x<c)), то оно записывается, как (x>a)+(x<c).

Нахождение экстремумов гладких функций

Найти экстремум функции в системе MathCad можно только для функций, имеющих конечное число экстремумов и не содержащих бесконечных разрывов.

Для функций, имеющих бесконечное число экстремумов (обычно это функции, в состав которых входят тригонометрические функции) нужно за-

дать интервал поиска экстремума. Для удобства желательно построить график функции и определить нужный диапазон изменения переменной, на котором функция имеет экстремум.

Сведения по пакету MathCAD

Для поиска максимумов и минимумов любых алгебраических выражений по одной или нескольким переменным используются функции вида:

P:=Minimize(<имя функции>,<список переменных>),

P:=Maximize(<имя функции>,<список переменных>),

где P – имя переменной для результата.

Эта функция может использоваться для поиска экстремальных значений выражений от одной или нескольких переменных. Ограничения могут отсутствовать, задаваться выражениями или уравнениями.

В качестве решений функция возвращает множество точек.

Пример 1: Найти минимальное значение функции $f(x,y)= (x+2)^2+y^2+3$**.**

Последовательность действий:

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1 Записать функцию.	$f(x,y):= x^2+y^2+3$	f(x,y):(x+2)^2+y^2+3
2 Задать начальные значения для переменных.	x:=1 y:=1	x:1 y:1
3 Записать функцию поиска минимума.	P:=Minimize(f,x,y)	P:Minimize(f,x,y)
4 Получить значения переменных, при которых функция достигает минимума.	$P = \begin{bmatrix} -2 \\ 9.064 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}$	P =
5 Посчитать значение функции в этой точке.	f(-2,0)=3	f(-2,0)=

Пример 2: Найти максимальное значение функции $z(x)= |x-5| - |x| - |7x+3|$.

Последовательность действий:

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1 Записать функцию.	z(x):= | x-5 | - | x | -	z(x): | x-5 | - | x | -

	|7x+3|	|7*x+3|
2 Задать начальные значения для переменных.	x:=0	x:0
3 Записать функцию поиска минимума.	P:=Maximize(z,x)	P:Maximize(z,x)
4 Получить значение переменной, при котором функция достигает минимума.	P = -0.429	P =
5 Посчитать значение функции в этой точке.	z(P)=5	z(P)=

Пример 3: Найти минимальное значение функции $f(x,y)= x^2+y^2$ при $x\in[-10,10]$ и $y\in[10,20]$.

Последовательность действий:

Действие	Вид в MathCAD	Кодировка
1 Записать функцию.	$f(x,y):= x^2+y^2$	f(x,y):x^2+y^2
2 Задать начальные значения для переменных.	x:=1 y:=1	x:1 y:1
3 Записать ключевое слово для начала блока решения.	Given	Given
4 Задать ограничения на переменные.	x≥-10 x≤10 y≥10 y≤20	x «Ctrl +0»-10 x «Ctrl +9» 10 y «Ctrl +0» 10 y «Ctrl +9» 20
5 Записать функцию поиска минимума.	P:=Minimize(f,x,y)	P:Minimize(f,x,y)
6 Получить значения переменных, при которых функция достигает минимума.	$P=\begin{bmatrix}0\\10\end{bmatrix}$	P =
7 Посчитать значение функции в этой точке.	f(0,10)=100	f(0,10)=

Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем

Обыкновенное дифференциальное уравнение – дифференциальное уравнение, в котором неизвестным является функция одной переменной,

Итогом решения дифференциального уравнения является функция, которая в зависимости от способа решения может иметь вид таблицы (как в случае использования метода Рунге-Кутта) или формулы.

Как известно из курса дифференциальных уравнений, лишь небольшое число типов уравнений первого порядка допускает сведение к обычной операции интегрирования. Еще реже удается получить решение в элементарных функциях. Поэтому большое значение имеют численные методы решения дифференциальных уравнений, позволяющие получить таблицу значений функции в требуемых точках.

В MathCAD существует 13 встроенных функций для решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем обыкновенных дифференциальных уравнений различного порядка различными методами. Рассмотрим одну из них – rkfixed – метод Рунге-Кутта 4-го порядка с фиксированным шагом интегрирования. Этот метод имеет точность порядка h^5 (h – шаг интегрирования).

Вид функции:

Z:=rkfixed(y,x1,x2,npoints,D),

где y – вектор начальных значений искомых решений,

x1 – значение точки начала отрезка интегрирования,

x2 – значение точки конца отрезка интегрирования,

npoints – число шагов интегрирования,

D – функция – вектор правых частей.

Рассмотрим несколько примеров записи обыкновенного дифференциального уравнения в пакете MathCad.

1 Дано уравнение $y'' + 3y = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$

Запишем вектор D. Число строк этого вектора равно порядку уравнения, фактически мы записываем уравнение как систему: $\begin{cases} y' = y' \\ y'' = -3y \end{cases}$. Обозна-

чим $y' = y_1; y = y_0$. Получим $D = \begin{bmatrix} y_1 \\ -3 \cdot y_0 \end{bmatrix}$. Начальные условия записываются в виде $y = \begin{bmatrix} y(0) \\ y'(0) \end{bmatrix}$, значит $y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

2 Дано уравнение $y'' + 3y = x^2 + 3,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$.

В этом случае, $D = \begin{bmatrix} y_1 \\ x^2 + 3 - 3 \cdot y_0 \end{bmatrix}$, начальные условия записываются так же, как в примере 1.

3 Дано уравнение

$y''' + 2y'' + \sin xy' - xy = 13,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = -1$.

В этом случае, $D = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 13 - 2 \cdot y_2 - \sin x \cdot y_1 + x \cdot y_0 \end{bmatrix}$,

начальные условия: $y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$.

Функция rkfixed возвращает матрицу Z с (p+1) столбцами и n строками (p – количество уравнений в системе или порядок уравнения). Z - таблица решений системы: первый столбец – это значения аргумента, задаваемого пользователем, второй столбец – ординаты искомой функции, остальные столбцы – значения ординат производных искомой функции.

Пример.

Найти решение д.у.

y′′=-y′+2y,

при следующих начальных условиях:

y(0)=1, y′(0)=3.

Решение:

Рассмотрим аргументы функции rkfixed. В данном примере это:

$y = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ - начальные условия,

x1=0, x2=2 – на этом отрезке ищем решение,

npoints=400– число шагов интегрирования,

$$D(x, y) = \begin{bmatrix} y_1 \\ -y_1 + 2 \cdot y_0 \end{bmatrix}$$

Примечание. Нижний индекс в MathCad можно поставить с помощью клавиши «[» или панели инструментов **Арифметическая**.

Вид решения в среде MathCAD:

$$y := \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$D(x, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ -y_1 + 2 \cdot y_0 \end{bmatrix}$$

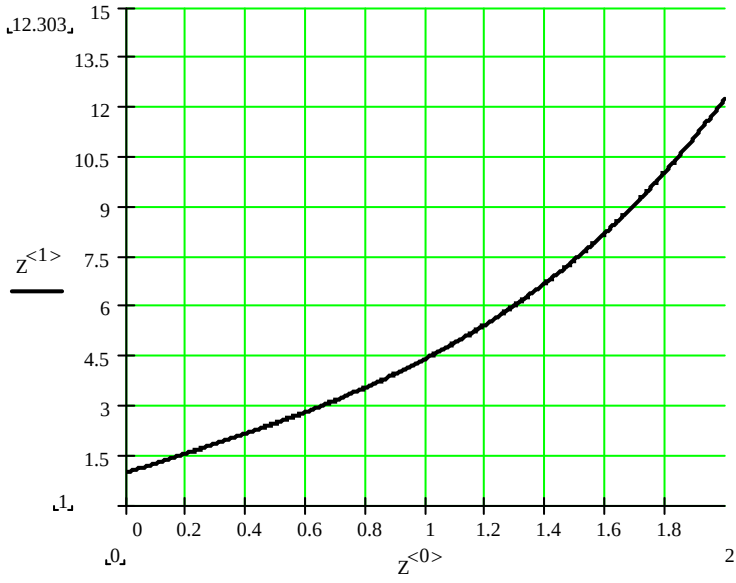
$$Z := rkfixed(y, 0, 2, 400, D)$$

Получили таблицу, в которой первый столбец – 400 точек интервала интегрирования [0; 2], второй – значения искомой функции в этих точках, третий – значения первой производной. Так как таблица очень длинная, на экране представляется ее фрагмент. Полностью просмотреть таблицу можно с помощью линеек прокрутки.

Z =

	0	1	2
24	0.12	1.355	2.928
25	0.125	1.369	2.927
26	0.13	1.384	2.926
27	0.135	1.399	2.925
28	0.14	1.413	2.925
29	0.145	1.428	2.924
30	0.15	1.443	2.924
31	0.155	1.457	2.924
32	0.16	1.472	2.924
33	0.165	1.486	2.924
34	0.17	1.501	2.925
35	0.175	1.516	2.925
36	0.18	1.53	2.926
37	0.185	1.545	2.926
38	0.19	1.56	2.927
39	0.195	1.574	2.928

Строим график функции решения, где по оси абсцисс откладывают точки нулевого столбца матрицы $Z^{\langle 0 \rangle}$ (верхний индекс набирается с помощью клавиш «Ctrl + 6»), по оси ординат - $Z^{\langle 1 \rangle}$. Это приближенный график функции решения дифференциального уравнения.



Задания к контрольной работе

Контрольная работа выполняется с помощью пакета MathCad. При защите контрольной проверяется степень овладения пакетом и понимания студентами решаемых задач..

Выбор варианта

Предпо-следняя цифра зачетки	Последняя цифра зачетки									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	25
1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	10
2	21	22	23	24	25	1	2	3	4	20
3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	5
4	16	17	18	19	20	21	22	23	24	15
5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	25
6	11	12	13	14	15	16	17	18	19	10
7	21	22	23	24	25	1	2	3	4	20
8	6	7	8	9	10	11	12	13	14	5
9	16	17	18	19	20	21	22	23	24	15

В текстовом редакторе WORD набрать титульный лист и условия ко всем задачам.

Задание № 1

Для функции, заданной в таблице _____, построить график. Интервал изменения переменной x подобрать так, чтобы на этом интервале функция имела один максимум и один минимум. Вычислить координаты четырех точек, лежащих на графике функции: координаты начала и конца интервала построения графика, а также приближенные координаты максимума и минимума.

Таблица

№	Функция	№	Функция
1	$3-\cos x^2$	14	$\ln(4-\cos x)$
2	$e^{\sin(x+4)}$	15	$2.5+\cos(x^2)$
3	$e^{\cos 2x}$	16	$y=\sin 2x+\cos^2 2x$
4	$2+\ln(3+\sin x)$	17	$e^{\cos(2+x)}$
5	$3+\sin(4+x^2)$	18	$2-\sin(2\sqrt{x})$
6	$\ln(5-\cos x)$	19	$y=e^{(1+\sin(x/2))}$
7	$e^{\sin(2x)}$	20	$\ln(3+\sin(x/2)$
8	$1.5+\cos(1+2x)$	21	$e^{\sin(x/2)}$
9	$\ln(4+\sin(2x))$	22	$y=\ln(3-\cos x^2)$
10	$2+\cos(x)$	23	$2-\sin(x^2/2)$
11	$3\sin(e^x)$	24	$y=\sin 3x+\cos(x+5)$
12	$1.1+\cos(e^x)$	25	$2+\sin(x)$
13	$2+\sin(x^2)$		

Задание № 2

Для функции из задания 1 выполнить:

1 для точек (x1; y1), (x2; y2), (x3; y3), (x4; y4), найденных в задании 1, построить линейную интерполяцию. Построить на одном рисунке график функции и интерполяции. В точках максимального расхождения графиков найти относительную погрешность по формуле

$$Отн.погр = \frac{\left| y_{точн} - y_{прибл} \right|}{y_{точн}} \cdot 100\% .$$

2 Для точек (x1; y1), (x2; y2), (x3; y3), (x4; y4), найденных в задании 1, построить кубическую интерполяцию. Построить на одном рисунке график функции и интерполяции. В точках максимального расхождения графиков найти относительную погрешность.

3 Отметить достоинства и недостатки каждого метода аппроксимации.

Задание № 3

1 Для функции f(x) из задания 1 и линейной интерполяции из задания 2 найти производную функции df и производную интерполяции dli. На одном рисунке построить графики df и dli. В точке максимального расхождения графиков найти относительную погрешность.

2 Для функции f(x) из задания 1 и кубической интерполяции из задания 2 найти производную функции df и производную интерполяции dci. На одном рисунке построить графики df и dci. В точке максимального расхождения графиков найти относительную погрешность.

3 Найти определенные интегралы по промежутку $[x_1,x_4]$ от f(x), линейной интерполяции и кубической интерполяции. Найти относительную погрешность, обусловленную заменой f(x) на каждый вид приближенной функции.

4 Свести в одну таблицу все найденные погрешности для функции (задание 2), производной и интеграла.

5 На основании таблицы сделать вывод о допустимости применения аппроксимации при интегрировании и дифференцировании.

Задание № 4

Для заданных в таблице _ дифференциальных уравнений найти решения на отрезке $[x_n, x_k]$ с правой частью вида f1, затем с правой частью вида f2. Построить графики решений.

Индивидуальные задания

Таблица

№	Левые части	Правые части		Начальные условия		Интервал	
		f_1	f_2	y(0)	y′(0)	x_n	x_k
1	$y'' + \pi y$	0	$1 - x^2 \sin x$	1	0	1	6
2	y'' +6 y′+8y	0	$6x^2+3\cos x$	-1	0	-1	3
3	$y'' + \frac{y}{4}$	0	$(1-2x)e^x$	0	1	0	3
4	y'' +3y′	0	$e^x \cos 2x$	0	-1	0	5
5	y'' +9y	0	$5(x+2)^2$	0	3	0	5
6	y'' -3y′+2y	0	$(3x+7)e^{2x}$	0	-3	0	2
7	y'' +4y	0	x^2+x-1	3	0	3	10
8	y'' +9y	0	$\cos 4x + 1$	-3	0	-3	3
9	y'' +3y‘+2y	0	$(2x+5)e^{2x}$	2	0	-2	2
10	y'' -6y′+8y	0	$4x^2\sin x$	-2	0	-2	-1
11	y'' -y′	0	$(16-2x)e^{-x}$	0	2	3	6
12	y'' +4y	0	$5x^2-1$	0	-2	0	9
13	y'' -9y′+18y	0	$4(1-x)e^{-x}$	4	0	4	5
14	y'' +4y	0	$x-x^2+2\cos x$	-4	0	-4	4
15	y'' +6y	0	$e^{x+2} \cos x$	0	4	0	5
16	$y''+\pi^2 y$	0	$3x^2+2x$	1	0	1	6
17	y'' -3y′+2y	0	$(12-16x)e^x$	-1	0	2	3
18	y'' +y′	0	$3x^2 + 2\sqrt{x} + 1$	0	1	0	5
19	y'' +5y	0	$(20x+14)e^{2x}$	0	-1	0	1
20	y'' +16y	0	$x\cos x + 2$	0	3	0	6
21	y'' +y	0	$1 + \cos^3 x$	0	-3	0	7
22	y'' -3y′	0	$(20x+14)e^{2x}$	3	0	0	1
23	y'' -6y′+8y	0	$12x^2-6x$	-3	0	0.5	1.5
24	y'' -3y′+2y	0	$49-24x^2$	2	0	3	4

25	$y''+y$	0	$3x^2+x-4$	-2	0	-2	7

Задание № 5

1 Для функции $f_1(x)$, имеющей конечное число экстремумов, найти экстремумы; построить график функции, включающие в себя все найденные экстремумы.

2 Для функции $f_2(x)$, имеющей бесконечное число экстремумов, найти два экстремума; построить графики функции, включающие в себя найденные экстремумы.

3 Построить на одном рисунке графики функции и ее производной. Проанализировать взаимообусловленность графиков функций и производных.

Индивидуальные задания

Таблица 8

№	$f_1(x)$	$f_2(x)$
1	$x(1-x)$	$\sin x / \sqrt{x}$
2	$x^2(1+x)$	$\cos^2 x$
3	$x^3(1-x)$	$1/(1+\cos^4 x)$
4	$x^4(1+x)$	$e^x \cos^2 x$
5	$x/(1+x^4)$	$e^{\sqrt{\cos x}}$
6	$(1-x^4)/x^4$	$\cos^2 x(1+\cos x)$
7	$\sqrt{x}/(1-x)$	$\sqrt[3]{\sin x}$
8	$X\sqrt{x}/(1-x)$	$\cos 4x+1$
9	$(1-x)^2\sqrt{1+x}$	$(\sin x+\cos x)^2$
10	$x^2(\sqrt{1+x})$	$\sin(x)/(e^x+1)$
11	$(1-x)^3\sqrt{1-x}$	$e^{\sin^2 x}$
12	$3\sqrt[3]{(1+x)^2}$	$\sin^2 x+2x$
13	$1/\sqrt{1+x}^2$	$\sqrt{1-\sin x}$
14	$x^5\sqrt{1+x}^2$	$\cos^5 x$

15	$x^3\sqrt[3]{(1-x)^2}$	$\sin^2 x \cdot \cos^3 x$
16	$\sqrt[3]{1+x^4}$	$e^{\sin x}\cos x$
17	$x(1-x)^2$	$1/e^{\cos^2 x}$
18	$x^3(1-x)^2$	$1/(1+tgx)$
19	$x(1-x^3)$	$\sqrt{1-\sin^4 x}$
20	$x^3(1-x)^4$	$x\cos x$
21	$x(1+x)^4$	$\sin^3 x\cos x$
22	$x/(1+x^2)$	$e^{\cos x}\sin x$
23	$x^2(1-x^4)$	$e^{\cos x}$
24	$x^4(1-x)^2$	$\cos^4 x\sin^4 x$
25	$x(x^2-1)$	$\sqrt[3]{\sin x}$

Литература

1 MathCad 6.0 plus. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95. Издание 2-е, стереотипное – М.:Информационно-издательский дом «Филинъ», 1997. –712с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
По дисциплине
«ИНФОРМАТИКА»
для студентов заочного факультета
инженерного направления обучения
Часть 3

Составители: Людмила Владимировна Васильева,
Татьяна Валентиновна Шевцова.

Редактор

Подп. в печать Форма 160х84/16.
Офсетная печать. Усл.печ.л. Уч.-изд. л.
Тираж экз.

ДГМА, 83413, г. Краматорск, ул. Шкадинова, 72.