

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ДОНБАССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНАЯ
АКАДЕМИЯ**

***МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИМ
РАБОТАМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ***

“ СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ”

(для студентов ускоренного курса обучения

всех механических специальностей)

У т в е р ж д е н о

на заседании кафедры

технической механики.

Протокол № 8 от 21.12 1999г

Краматорск 2001

УДК 539. 3/6

Методические указания к расчетно-графическим работам по дисциплине “Соппротивление материалов” (для студентов ускоренного курса обучения всех механических специальностей) / Сост. Т.П.Зинченко.- Краматорск: ДГМА, 2001. – 104 стр.

Лекционный курс составляет 48ч, практические занятия – 64ч, студенты выполняют три расчетно-графические работы.

Содержатся программа курса, рекомендуемая литература, содержание расчетно-графических работ 1 - 3, которые выполняют студенты, общие, методические указания к ним, примеры их решения, экзаменационные вопросы и типы экзаменационных задач курса.

Составитель

доц. Т.П. Зинченко

Рецензент

доц. Овчаренко В.А.

Ответственный за выпуск

доц. Подлесный С.В.

1 Рабочая программа курса

1.1 Введение

Задачи курса “ Соппротивление материалов ”. Связь курса с общеобразовательными, инженерными и специальными дисциплинами. Соппротивление материалов, теория упругости и теория пластичности. Реальный объект и расчетная схема. Основные гипотезы о деформируемом теле. Определение стержня, оболочки, массивного тела. Внешние силы и их классификация. Внутренние силы и метод их определения (метод сечения).. Напряжения полные, нормальные и касательные.

1.2 Растяжение и сжатие

Растяжение и сжатие стержня. Напряжение в поперечных сечениях. Деформации продольные и поперечные. Закон Гука для абсолютной и относительной деформации при растяжении (сжатии). Модуль упругости первого рода. Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона). Определение продольных сил, нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня и осевых перемещений этих сечений в различных случаях нагружения стержня осевыми силами. Построение соответствующих эпюр. Механические свойства материалов при растяжении и сжатии.

Расчёты на прочность и жёсткость при растяжении и сжатии. Предельное состояние. Критерии предельного состояния в зависимости от свойств материалов, условий работы и назначения конструкций. Коэффициент запаса. Технико-экономические факторы, влияющие на величину коэффициента запаса. Типы задач при расчёте на прочность, проверка на прочность, подбор сечений и определение допускаемой нагрузки. Соппротивление материалов и экономичность конструкций и машин. Понятие о рациональных конструкциях.

1.3 Сдвиг (срез) и кручение

Условия нагружения стержня, приводящие к деформации сдвига или среза. Напряжения при сдвиге (срезе). Деформация чистого сдвига. Закон Гука при чистом сдвиге. Модуль упругости 2-го рода. Условия нагружения стержня, вызывающие деформацию кручения. Эпюры крутящих моментов. Напряжения в поперечных сечениях круглых стержней. Деформации при кручении. Условия прочности и жесткости.

1.4 Геометрические характеристики плоских сечений

Статические моменты плоских фигур. Определение положения центра тяжести плоской фигуры. Осевые, центробежный и полярный моменты инерции. Моменты инерции простейших фигур. Зависимость между моментами инерции для параллельных осей, при повороте осей. Главные моменты инерции. Определение положения главных центральных осей плоской фигуры и вычисление моментов инерции относительно этих осей.

1.5 Теории напряженного и деформируемого состояния

Напряженное состояние в точке. Линейное (одноосное), плоское и объемное

напряженные состояния. Главные площадки и главные напряжения. Определение нормальных и касательных напряжений на любых наклонных площадках при линейном и плоском напряженных состояниях. Прямая и обратная задачи плоского напряженного состояния. Аналитическое и графическое решения (с помощью круга Мора) прямой и обратной задач. Объемная деформация. Обобщенный закон Гука. Удельная энергия изменения объема и формы.

1.6 Критерии прочности

Задачи теорий прочности. Гипотезы возникновения пластических деформаций и разрушения. Эквивалентные напряжения. Классические критерии (теории прочности): критерий наибольших нормальных напряжений, критерий наибольших относительных удлинений, критерий наибольших касательных напряжений, критерий удельной потенциальной энергии формоизменения, критерий Мора. Пределы применимости классических теорий прочности. Последовательность расчета конструкций с использованием теорий прочности.

1.7 Изгиб прямых брусев

Внешние силы, вызывающие деформацию изгиба. Опоры и опорные реакции. Определение внутренних силовых факторов в поперечных сечениях балок при изгибе (поперечная сила и изгибающий момент). Дифференциальные зависимости между интенсивностью нагрузки q , поперечной силой и изгибающим моментом. Чистый и поперечный изгиб в одной из главных плоскостей бруса. Зависимость между изгибающим моментом и кривизной оси изогнутого бруса при чистом изгибе. Определение нормальных напряжений. Распространение выводов чистого изгиба на поперечный изгиб. Касательные напряжения при изгибе. Расчеты на прочность при изгибе. Полная проверка прочности при изгибе. Рациональные сечения балок.

1.8 Потенциальная энергия деформации и общие методы определения перемещений

Потенциальная энергия деформации бруса при различных случаях нагружения. Выражение потенциальной энергии деформации бруса через внутренние силовые факторы. Теорема о взаимности работ и взаимности перемещений. Теорема Кастилиано. Интеграл Мора для определения перемещений произвольно нагруженных брусев. Способ Верещагина. Численные методы определения перемещений.

1.9 Статически неопределимые системы

Анализ структуры простейших стержневых систем. Понятие о степенях свободы и связях. Степень статической неопределимости системы. Метод сил. Выбор основной системы, требования предъявляемые к ней. Канонические уравнения. Расчет статически неопределимых балок и различных систем. Особенности выбора основной системы для неразрезной балки, расчеты на прочность. Определение перемещений статически неопределимых систем.

1.10 Устойчивость равновесия деформируемых систем

Понятие об устойчивых и неустойчивых формах равновесия. Критическая нагрузка. Устойчивость сжатых стержней. Формула Эйлера при различных случаях опорных закреплений и пределы ее применимости. Понятие о потере устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности. Формула Ф.С.Ясинского. Расчет по коэффициенту снижения основного допускаемого напряжения.

1.11 Прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени

Современные представления о прочности материалов при напряжениях, циклически изменяющихся во времени. Механизм усталостного разрушения. Кривая усталости и предел выносливости. Влияние на выносливость качества поверхности, наклепа и окружающей среды. Концентрация напряжений и абсолютные размеры как факторы, влияющие на выносливость. Эффективные коэффициенты концентрации при напряжениях, изменяющихся во времени. Характеристики циклов переменных напряжений. Диаграммы предельных напряжений при асимметричных циклах. Расчеты на прочность при одноосном напряженном состоянии и кручении для несимметричных циклов. Коэффициент запаса прочности при переменных напряжениях. Понятие о повышении предела выносливости конструктивными и технологическими мероприятиями.

2 Расчетно-графические работы и методические указания по их выполнению

2.1 Порядок выполнения расчетно-графических работ

Студент ускоренного курса обучения выполняет три расчетно-графические работы. Первая содержит 6 задач, вторая и третья – по 3 задачи.

Номер варианта состоит из четырех цифр. Первая цифра указывает номер столбца первой таблицы, вторая – номер столбца второй таблицы, третья и четвертая – номер схемы.

Задание должно иметь следующее содержание:

1 Для каждой задачи на первой странице должно быть написано условие с данными, соответствующими варианту, выполнен рисунок со всеми необходимыми для расчетов размерами и значениями нагрузок.

2 На следующих листах необходимо привести в произвольной форме текстовую часть, расчеты и дополнительные рисунки, разъясняющие решение задачи. Задание должно быть написано от руки на одной стороне листа.

3 Все рисунки и эпюры следует выполнять в масштабе;

все физические величины необходимо приводить в соответствии с Международной системой единиц (СИ);

титальный лист должен быть выполнен на плотной бумаге формата А1 по форме, приведенной в приложении А.

2.2 Расчетно-графическая работа №1

Расчеты на прочность при растяжении и изгибе

Задача 1

Определить усилия в стержнях заданной системы, подобрать размеры их поперечных сечений. Принять стержни 1- круглым, 2- квадратным, 3- состоящим из двух равнобоких уголков, если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ (заштрихованные элементы конструкции считать недеформированными). Определить абсолютное удлинение (укорочение) стержней.

Данные для решения задачи 1 взять из таблиц 1 и 2, номер схемы - из рис. 1.

Таблица 1

| № столбца | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| a, м | 0.8 | 0.6 | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.8 | 1.2 | 1.6 |
| b, м | 1.2 | 1.0 | 0.8 | 0.8 | 1.2 | 0.8 | 1.2 | 0.6 | 1.0 | 0.8 |
| c, м | 1.4 | 1.2 | 1.6 | 1.0 | 0.8 | 1.0 | 0.8 | 1.2 | 0.6 | 1.0 |

Таблица 2

| № столбца | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| P, кН | 100 | 124 | 140 | 160 | 180 | 200 | 220 | 240 | 260 | 280 |
| q, кН/м | 120 | 100 | 80 | 100 | 120 | 160 | 80 | 100 | 60 | 100 |
| M, кН·м | 80 | 80 | 100 | 60 | 60 | 80 | 100 | 80 | 100 | 60 |

Указания по выполнению задачи 1

1 Рассматриваемые конструкции статически определимые. Усилия в стержнях могут быть найдены из уравнений равновесия системы сил, приложенных к телу, равновесие которого рассматривается. Для этого следует освободить его от наложенных на него связей и составить уравнения равновесия, содержащие неизвестные усилия в стержнях. Если рассматриваемая конструкция состоит из системы тел, следует рассмотреть отдельно равновесие ее частей в последовательности, позволяющей определить неизвестные усилия.

2 Размеры поперечных сечений стержней определяются из условия прочности на растяжение (сжатие):

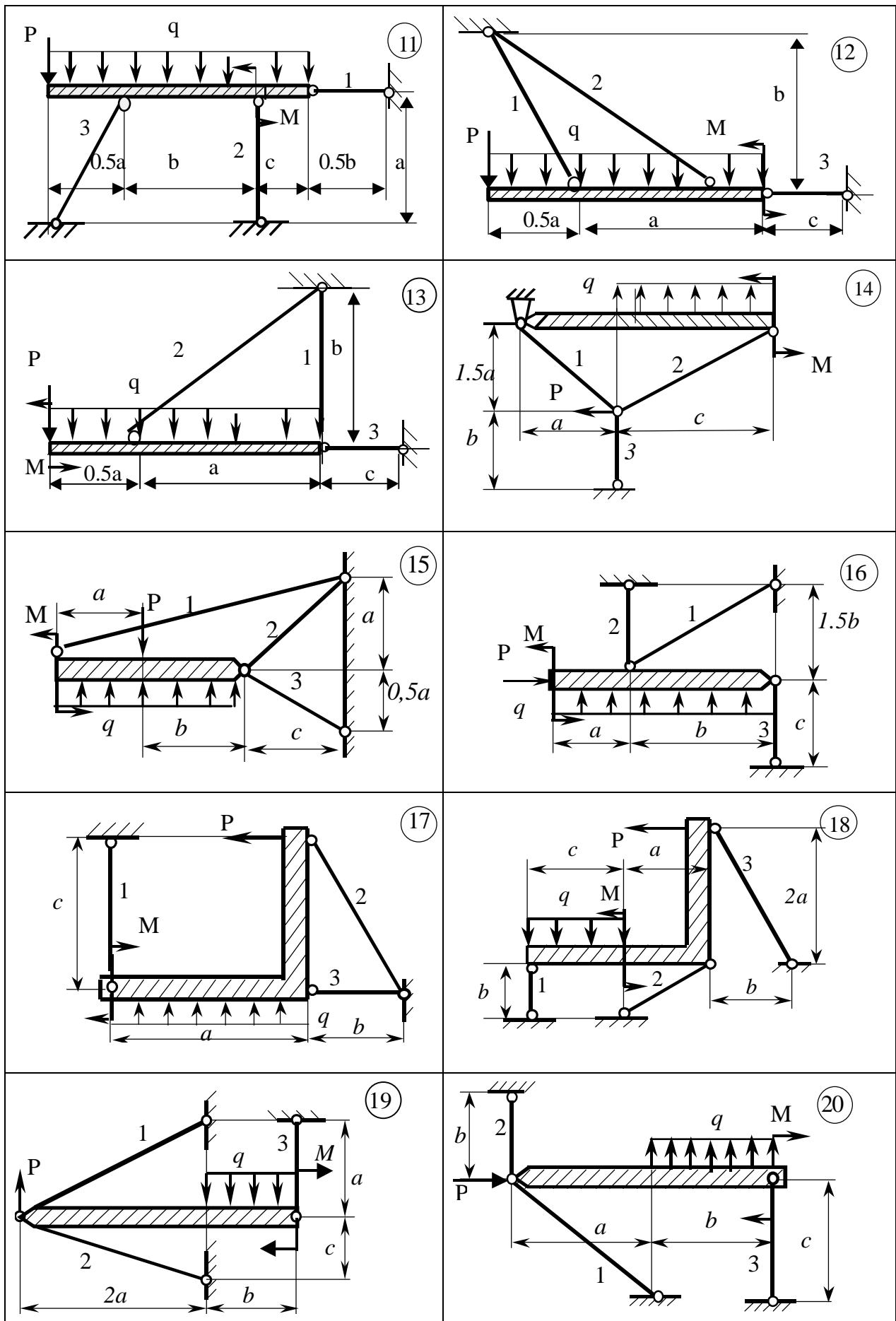


Рисунок 1, лист 2

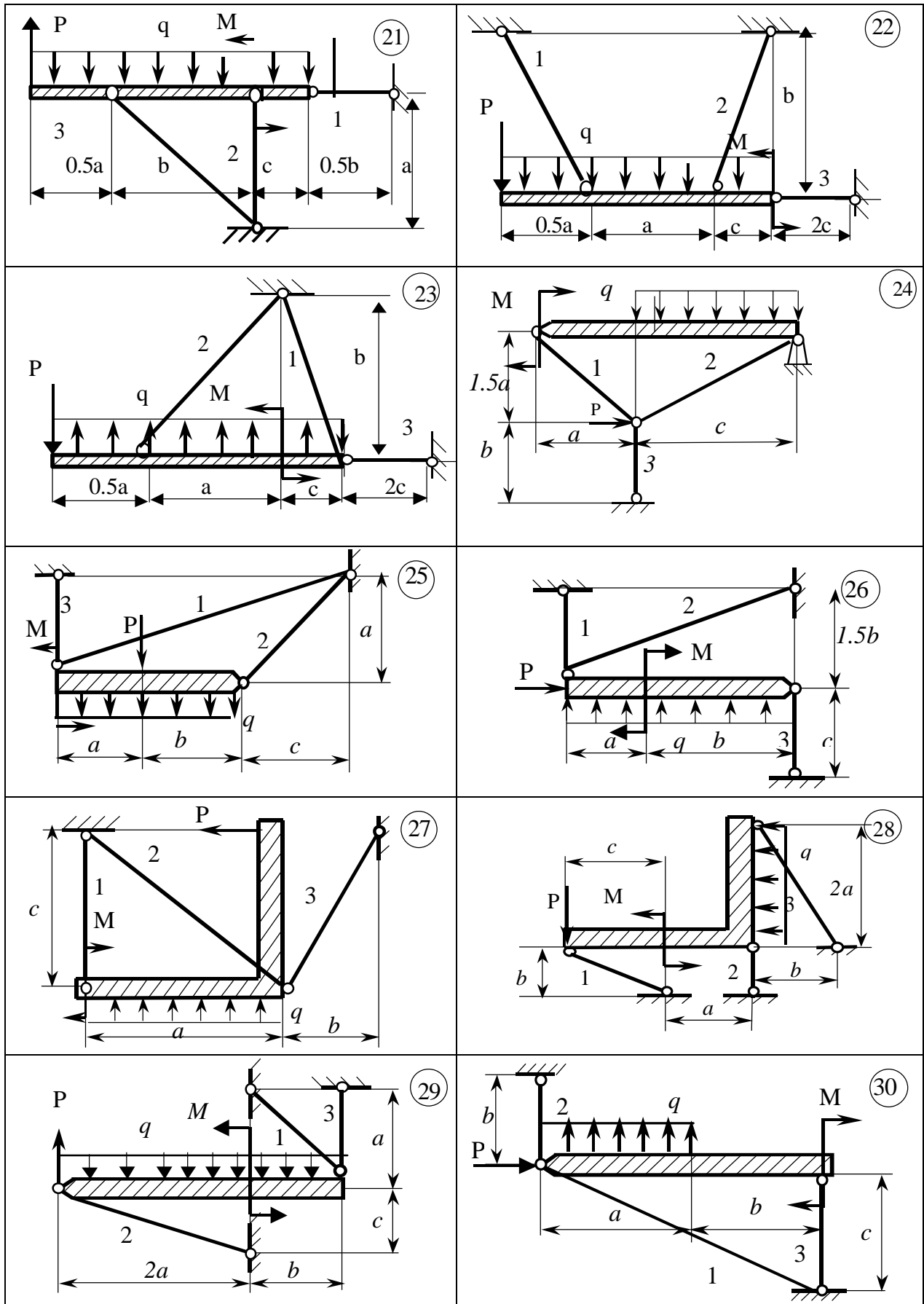


Рисунок 1, лист 3

$$S_i = \frac{N_i}{F_i} \leq [S],$$

где N_i - усилие в i -том стержне; F_i - площадь его поперечного сечения;
 $[S]$ - допускаемое напряжение.

Отсюда $F_i \geq \frac{N_i}{[S]}$.

Получив расчетное значение F_i и имея для площади круга $F_i = \frac{\pi d^2}{4}$ (d - диаметр круга), для площади квадрата $F_i = a^2$ (a - сторона квадрата), находим размеры поперечных сечений стержней 1 и 2. Номер равнобокого уголка определяем из таблицы [5, с.84] по величине половины площади поперечного сечения для третьего стержня ($F_L = F_i / 2$).

3 Абсолютные удлинения (укорочения) стержней определяются из формулы закона Гука :

$$\Delta l_i = \frac{N_i \cdot l_i}{E F_i},$$

где N_i - усиление в i -том стержне; l_i - его длина, E - модуль упругости первого рода, F_i - площадь поперечного сечения i -того стержня.

Пример решения задачи 1 (рис .2)

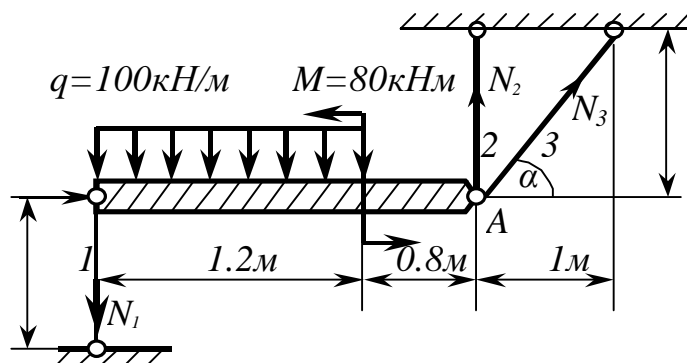


Рисунок 2

В рассматриваемом примере в равновесии находится одно тело - недеформируемый стержень. Нагрузки, приложенными к нему, являются сосредоточенная сила P , равномерно распределенная нагрузка интенсивности q , пара сил с моментом M . При решении задачи предполагается, что стержни 1,2 и 3 растянуты, т. е. усилия направлены к точкам подвеса стержней (рис. 2)

Стержень находится в равновесии под действием плоской произвольной системы сил. Такая система сил имеет три условия равновесия.

Из уравнения $\sum M_A = 0$ определим N_1 :

$$N_1 \cdot 2 + q \cdot 1.2 \cdot (0.8 + 0.6) + M = 0$$

$$N_1 = \frac{-q \cdot 1.2 \cdot 1.4 - M}{2} = \frac{-100 \cdot 1.2 \cdot 1.4 - 80}{2} = -124 \text{ кН}$$

Отрицательный знак свидетельствует о том, что стержень 1 не растянут, как предполагалось, а сжат.

Усилие N_3 определим из уравнения равновесия $\sum P_x = 0$;

$$N_3 \cos \alpha + P = 0. \quad N_3 = -\frac{P}{\cos \alpha},$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 0.6^2}} = \frac{1}{1.16} = 0.855.$$

$$N_3 = -\frac{60}{0.855} = -70 \text{ кН}.$$

Третий стержень также сжат. Усилие N_2 определим из уравнения $\sum P_y = 0$:

$$N_2 - N_3 \sin \alpha - 1.2q + N_1 = 0.$$

При проецировании усилий N_1 и N_3 учтено, что они поменяли направление.

$$N_2 = N_3 \sin \alpha + 1.2q - N_1, \quad \sin \alpha = 0.516,$$

$$N_2 = 70 \cdot 0.516 + 100 \cdot 1.2 - 124, \quad N_2 = 32 \text{ кН}$$

Площади поперечных сечений стержней определим исходя из условия прочности на растяжение (сжатие)

$$s_i = \frac{N_i}{F_i} \leq [s]:$$

$$F_1 = \frac{N_1}{[s]} = \frac{124 \cdot 10^{-3}}{160 \cdot 10^{-4}} = 7.75 \text{ см}^2,$$

$$F_2 = \frac{N_2}{[s]} = \frac{32 \cdot 10^{-3}}{160 \cdot 10^{-4}} = 2 \text{ см}^2,$$

$$F_3 = \frac{N_3}{[s]} = \frac{70 \cdot 10^{-3}}{160 \cdot 10^{-4}} = 4.38 \text{ см}^2.$$

Определим размеры поперечных сечений стержней.

Первый стержень изготавливается из круглого прутка.

Его диаметр $d = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7.75}{3.14}} = 3.15$ см. Принять $d=35$ мм .

Второй стержень изготавливается из квадратного прутка. Сторона $a = \sqrt{F} = \sqrt{2} = 1.41$ см .Принять $a = 15$ мм .

Третий стержень выполняется из двух равнобоких уголков. Для одного уголка $F_L = \frac{F_3}{2} = 2.19$ см² . По таблице сортамента для равнобоких уголков (ГОСТ 8509-86) выбрать уголок № 4 с размерами 40x40x3, площадь его поперечного сечения равна $F=2.35$ см².

Определим абсолютные удлинения (укорочения) стержней:

$$\Delta \mathbf{l}_1 = \frac{N_1 \mathbf{l}_1}{E F_1} = -\frac{124 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 9.8 \cdot 10^{-4}} = -6.2 \cdot 10^{-4} \text{ м,}$$

$$F_1 = \frac{\rho d^2}{4} = \frac{3.14 \cdot 3.5^2}{4} = 9.8 \text{ см}^2 ,$$

$$\Delta \mathbf{l}_2 = \frac{N_2 \mathbf{l}_2}{E F_2} = \frac{32 \cdot 10^{-3} \cdot 0.6}{2 \cdot 10^5 \cdot 2.25 \cdot 10^{-4}} = 4.3 \cdot 10^{-4} \text{ м,}$$

$$F_2 = 15^2 = 225 \text{ мм}^2 = 2.25 \text{ см}^2 ;$$

$$\Delta \mathbf{l}_3 = \frac{N_3 \mathbf{l}_3}{E F_3} = -\frac{70 \cdot 10^{-3} \cdot 1.16}{2 \cdot 10^5 \cdot 4.7 \cdot 10^{-4}} = -8.7 \cdot 10^{-4} \text{ м,}$$

$$F_3 = 2 \cdot 2.35 = 4.7 \text{ см}^2 .$$

Пример решения задачи 1 (рис. 3)

В рассматриваемом примере в равновесии находится система тел – два недеформируемых бруса, связаны между собой стержнем СВ (рис. 3,а) .

Рассмотрим равновесие отдельных частей конструкции – балки АВ и балки CD.

балка АВ (рис. 3,б) -

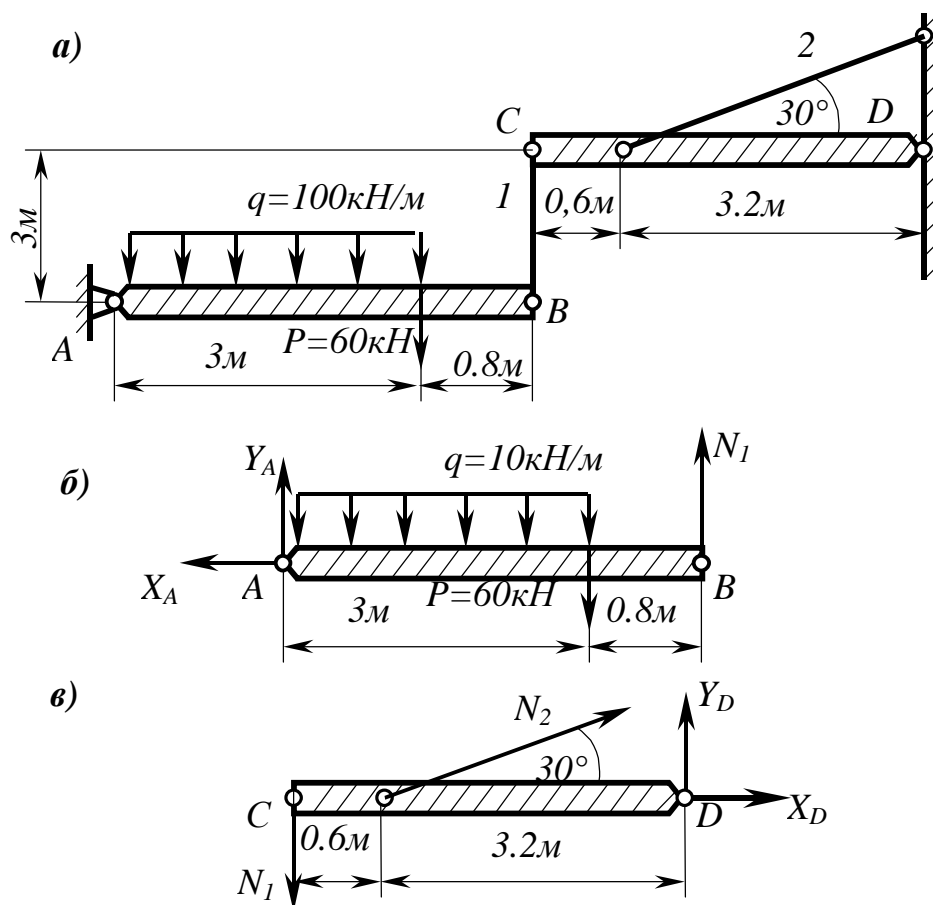
$$60 \cdot 3 + 100 \cdot 3 \cdot 1.5 - N_1 \cdot 3.8 = 0$$

$$\sum M_A = 0; N_1 = \frac{180 + 450}{3.8} = 166 \text{ кН} \quad \text{Балка CD (рис. 3,в) -}$$

$$\sum M_D = 0, \quad N_1 \cdot 3.8 - N_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3.2 = 0; \quad N_2 = \frac{N \cdot 3.8}{3.2 \cdot \sin \alpha} =$$

$$= \frac{166 \cdot 3.8}{1.6} = 395 \text{ кН}.$$

Далее задача решается так же, как изложено в предыдущем примере.



а – заданная стержневая конструкция; б – расчетная схема балки АВ; в – расчетная схема балки CD.

Рисунок 3

Задача 2

Для консольной балки построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Данные для решения задачи взять из таблиц 3 и 4, схему - из рис.4.

Таблица 3

| № столбца | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| а м | 1.5 | 1.7 | 1.9 | 2.1 | 2.2 | 2.4 | 2.6 | 1.3 | 1.1 | 2.8 |
| в, м | 2.9 | 2.7 | 2.5 | 2.1 | 1.9 | 1.7 | 1.6 | 1.2 | 1.2 | 1.2 |
| с м | 1.5 | 1.8 | 1.7 | 1.6 | 1.5 | 1.4 | 1.3 | 1.6 | 2.8 | 1.4 |
| d | 3.0 | 2.8 | 2.6 | 2.4 | 2. | 2.0 | 1.8 | 2.0 | 1.4 | 2.2 |

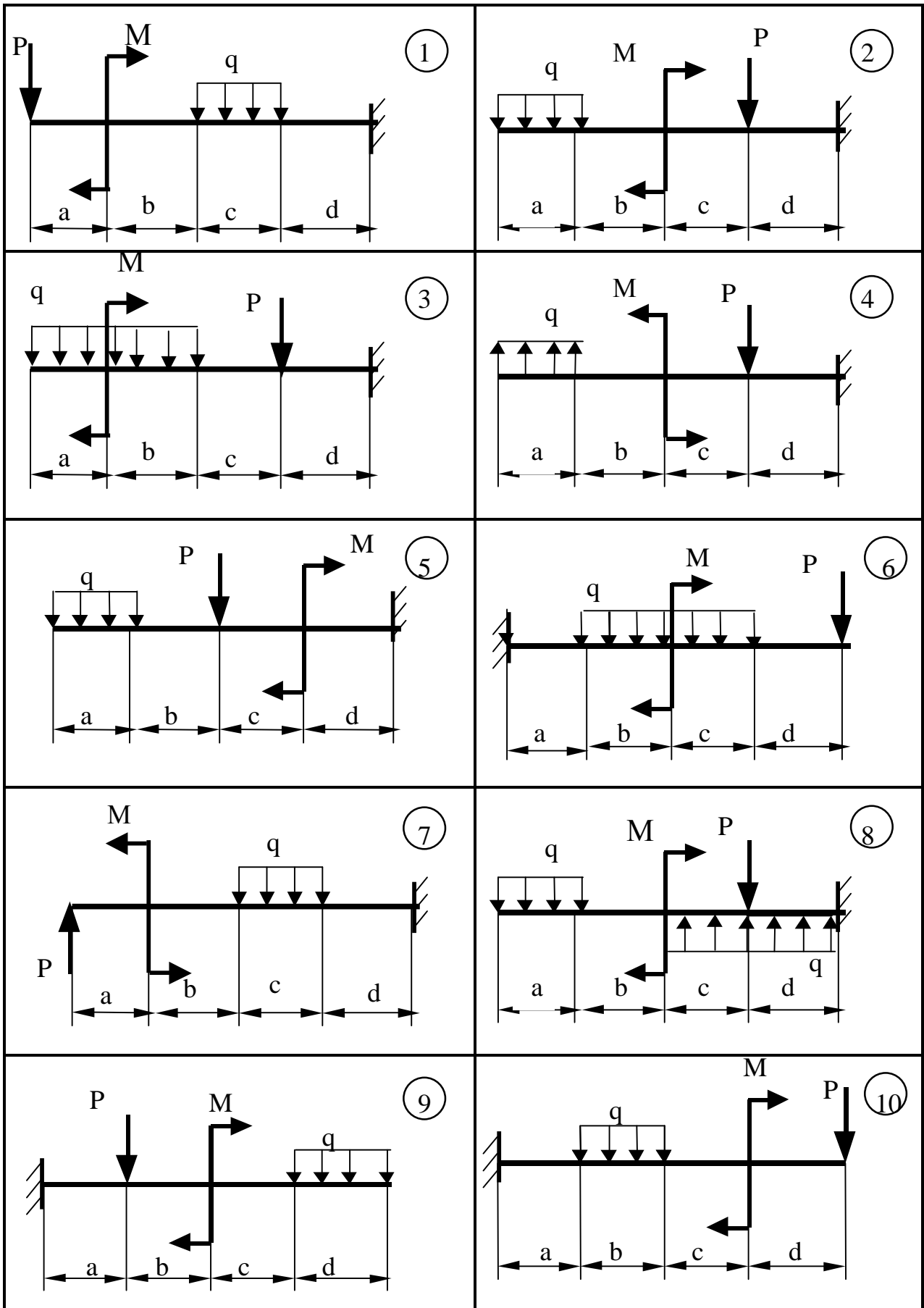


Рисунок 4

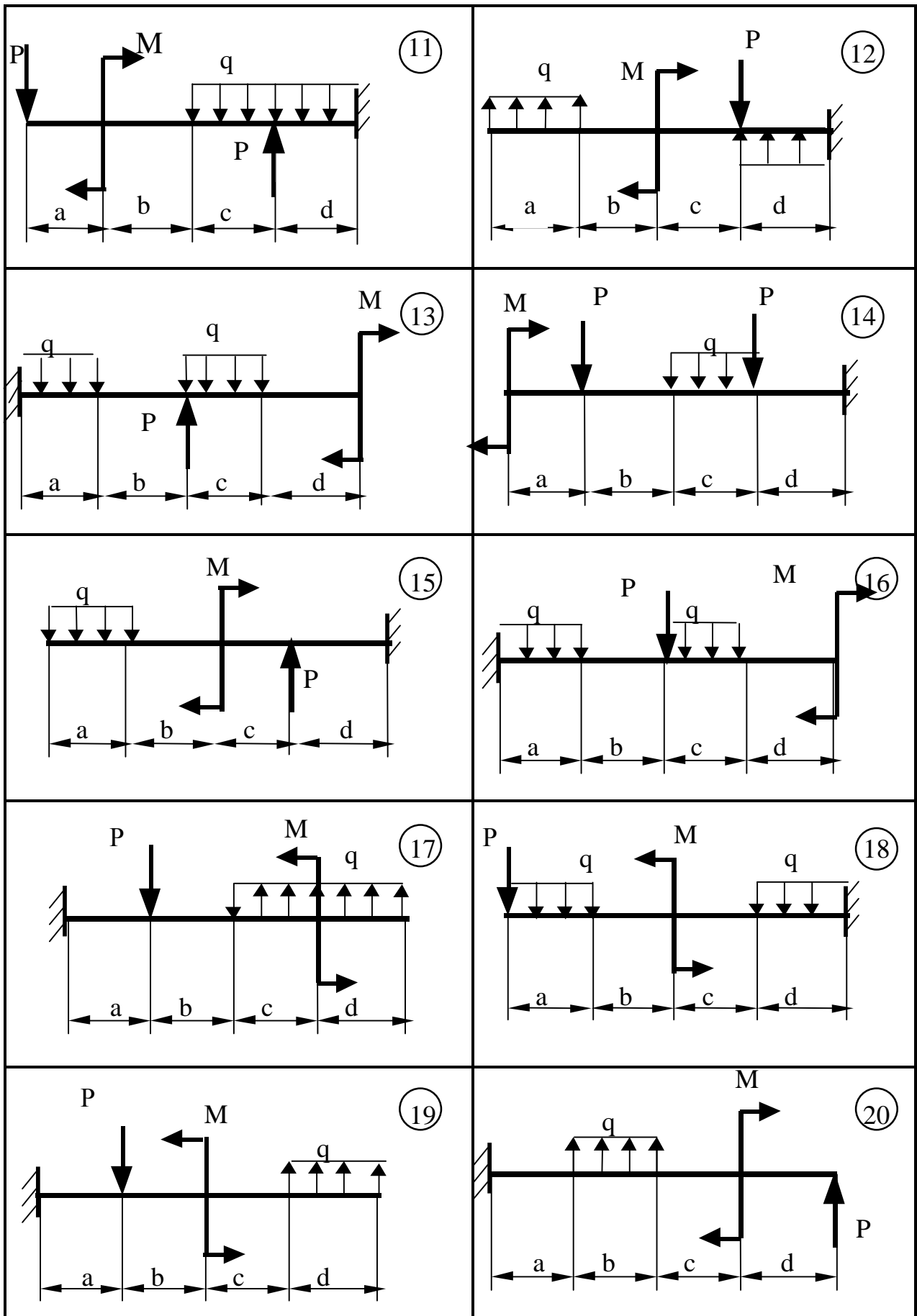


Рисунок 4, лист 2

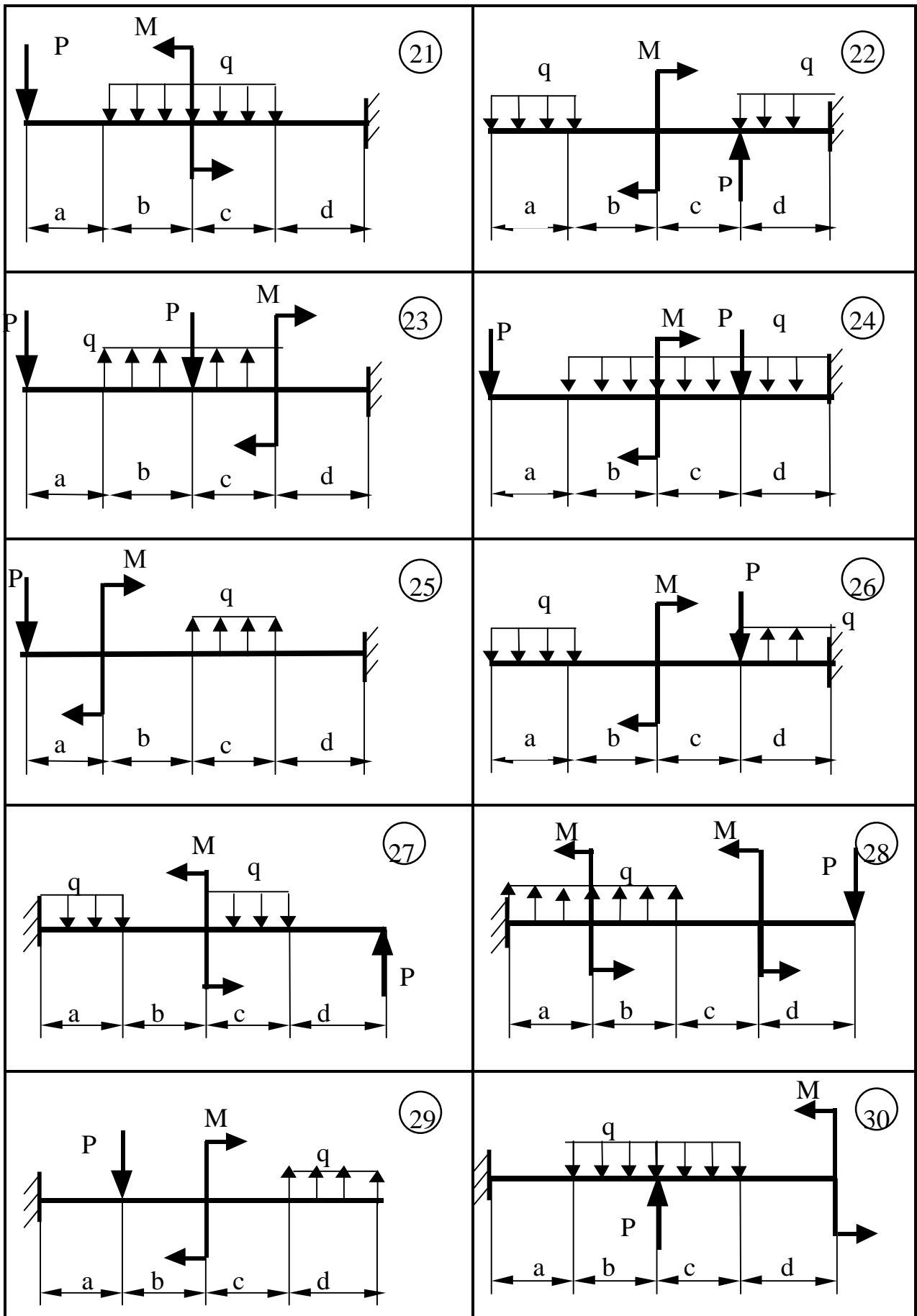


Рисунок 4, лист 3

Таблица 4

| № столбца | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Р, кН | 6 | 8 | 4 | 6 | 8 | 4 | 6 | 8 | 4 | 6 |
| q, кН/м | 10 | 12 | 14 | 12 | 14 | 10 | 12 | 10 | 14 | 10 |
| М, кНм | 8 | 6 | 10 | 4 | 6 | 6 | 8 | 10 | 8 | 12 |

Указания к выполнению задач 2 и 3

1 Прежде, чем приступать к построению эпюр изгибающих моментов и поперечных сил для балки на шарнирных опорах, необходимо определить опорные реакции. Для их определения рекомендуется составить уравнения равновесия статики в форме равенства нулю моментов всех сил, взятых относительно одной и второй опоры. Правильность определения опорных реакций следует проверить, спроектировав все силы, приложенные к балке, на ось, параллельную силам. При правильном определении опорных реакций сумма проекций всех сил должна равняться нулю. При построении эпюр Q и M для балки с жесткой заделкой опорные реакции можно не определять. В этом случае эпюры можно построить, рассматривая свободную отсеченную часть балки (часть, не содержащую жесткое защемление).

2 Одним из методов определения величин поперечных сил и изгибающих моментов в сечениях балки является метод характерных сечений. Он состоит в том, что на границах участков балки берутся сечения (сечения, расположенные бесконечно близко слева и справа от точек приложения сосредоточенных сил и пар сил, в начале участка, где приложена равномерно распределенная нагрузка, и в конце его, сечение, где $Q=0$ и в окрестностях этой точки меняет знак).

3 Вычислить значения поперечных сил и изгибающих моментов в характерных сечениях. При их определении для балки с жестким защемлением следует рассматривать часть балки, не содержащую защемление, если в защемлении предварительно не определены опорные реакции. При определении величин Q и M в сечениях для балки с шарнирными опорами можно рассматривать любую отсеченную часть. Рекомендуется рассматривать ту часть, к которой приложено меньшее число нагрузок.

4 Правила для вычисления величин Q и M в характерных сечениях следующие:

Поперечная сила в сечении численно равна алгебраической сумме проекций внешних сил, приложенных к рассматриваемой отсеченной части балки, на направление, перпендикулярное оси балки. В этой сумме внешняя сила берется с положительным знаком, если она вращает рассматриваемую отсеченную часть относительно сечения по ходу стрелки часов.

Изгибающий момент M в сечении численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, приложенных к рассматриваемой отсеченной части балки, относительно сечения. В этой сумме момент внешней силы, сжимающий верхние волокна балки, берется со знаком плюс. Чтобы определить, какие во-

локна сжимает момент внешней силы, следует сечение мысленно защементировать.

5 Определив в каждом характерном сечении величины Q и M , следует произвести построение их эпюр.

При построении эпюр рекомендуется руководствоваться следующими правилами:

- В концевом сечении балки поперечная сила и изгибающий момент численно равны приложенным в этом сечении сосредоточенной силе и сосредоточенному моменту.

- На участке балки, где отсутствует равномерно распределенная нагрузка, эпюры поперечных сил - прямые, параллельные базе эпюры, эпюры моментов - наклонные прямые.

На участке балки, где приложена равномерно распределенная нагрузка, эпюра Q - наклонная прямая, эпюра M - квадратная парабола, при этом выпуклостью парабола направлена навстречу действию нагрузки.

- В сечении, где поперечная сила равна нулю и в окрестности сечения меняет знак, изгибающий момент имеет экстремальное значение. Положение указанного сечения можно найти, приравняв аналитическое выражение для Q на этом участке к нулю. В этом сечении определяется величина изгибающего момента.

- В сечениях, где к балке приложены сосредоточенные силы, на эпюре Q ординаты изменяются скачкообразно, изменение ординаты равно величине приложенной в сечении силы.

- В сечениях, где к балке приложены сосредоточенные пары сил, на эпюре изгибающих моментов ординаты изменяются скачкообразно на величину приложенных в сечениях пар сил.

Пример решения задачи 2

Введем характерные сечения на балке так, как рекомендовано в указаниях к решению задачи 1 (рис.5, а)

Вычислим значения поперечных сил в сечениях.

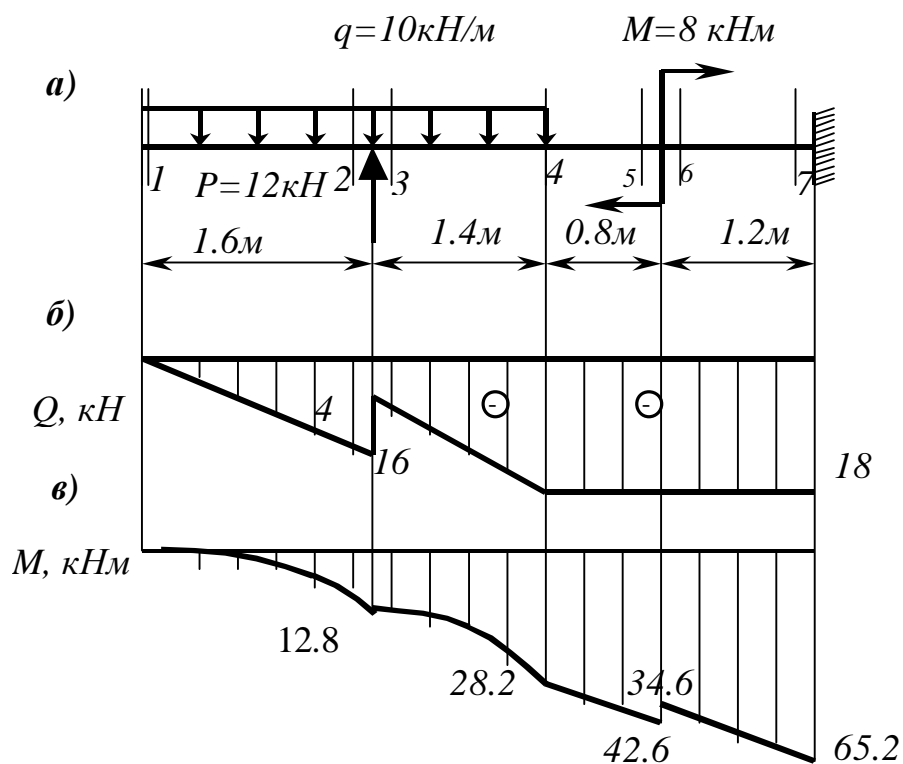
Рассекая мысленно балку в сечении 1 и отбрасывая правую часть (часть, содержащую заделку), видим, что слева от сечения нет нагрузок.

Значит, $Q_1 = 0$.

Рассечем мысленно балку в сечении 2, отбросим часть, содержащую заделку. К рассматриваемой левой части балки приложена равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q=10$ кН/м. Величина ее равнодействующей в указанном сечении равна $10 \cdot 1,6=16$ кН. Ее нужно взять с отрицательным знаком, так как рассматриваемое сечение равномерно распределенная нагрузка стремится вращать против хода стрелки часов.

Значит, $Q_2 = -10 \cdot 1,6 = -16$ кН. В сечении 3 $Q_3 = -10 \cdot 1,6 + 12 = -4$ кН.

Как видно, в сечении 3 к рассматриваемой левой части добавилась сосредоточенная сила $P=14$ кН со знаком "+", так как она стремится вращать часть балки относительно сечения 3 по ходу стрелки часов.



а – расчётная схема балки; б – эпюра поперечных сил; в – эпюра изгибающих моментов
Рисунок 5

Продолжая вычисления поперечной силы в остальных сечениях, получим:

$$Q_4 = -10 \cdot 3 + 12 = -30 + 12 = -18 \text{ кН},$$

$$Q_5 = Q_6 = Q_7 = Q_4 = -18 \text{ кН}.$$

Эпюры поперечных сил показаны на рис. 5,б.

Определим величины изгибающих моментов в характерных сечениях.

$M_1 = 0$, так как слева от сечения нет нагрузок.

Мысленно рассекаем балку в сечении 2, защемляем это сечение и определяем в нем величину изгибающего момента, который вызывается равномерно распределенной нагрузкой, приложенной к рассматриваемому участку балки длиной 1,6 м.

$$M_2 = -10 \cdot 1,6 \cdot 0,8 = -12,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Знак “минус” здесь взят потому, что в сечении 2 момент от равномерно распределенной нагрузки сжимает нижние волокна.

$M_3 = M_2$, так как сечения взяты в окрестности приложения силы Р.

$$M_4 = -10 \cdot 3 \cdot 1,5 + 12 \cdot 1,4 = -28,2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В выражении M_4 первое слагаемое взято со знаком “минус”, так как равнодействующая равномерно распределенной нагрузки дает момент, сжимающий нижние волокна в сечении 4-4, а сосредоточенная сила $P=12$ кН дает момент $12 \cdot 1,4 \text{ м} = 16,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Он взят со знаком «плюс» как сжимающий верхние волокна.

$$M_5 = -10 \cdot 3 \cdot 2,3 + 12 \cdot 2,2 = -6,9 + 26,4 = -42,6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

В сечении 6 момент изменяется скачком на величину 8кНм, и будет равен:

$$M_6 = -10 \cdot 3 \cdot 2,3 + 12 \cdot 2,2 + 8 = -34,6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Наконец, величина момента в заделке :

$$M_7 = -10 \cdot 3 \cdot 3,5 + 12 \cdot 3,4 + 8 = -105 + 40,8 + 8 = -56,2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Эпюра изгибающих моментов построена на рис. 5,в.

Задача 3

Для двухопорной балки построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Данные для решения задачи взять из табл. 3 и 4, номер схемы - из рис.б.

Пример решения задачи 3

Схема нагружения балки представлена на рис. 7,а. Определить опорные реакции, записывая уравнения моментов всех сил, приложенных к балке, относительно точек. А и В.

При записи уравнений предполагаем, что реакции в опорах. А и. В направлены вверх.

$$\sum M_A = 0,$$

$$14 \cdot 1,5 + 3 \cdot 10 \cdot 1,5 - 8 - R_B \cdot 5,2 = 0,$$

$$R_B = \frac{21 + 45 - 8}{5,2} = 11 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0, \quad 14 \cdot 6,7 + R_A \cdot 5,2 - 10 \cdot 3 \cdot 3,7 - 8 = 0,$$

$$R_A = \frac{-14 \cdot 6,7 + 10 \cdot 3 \cdot 3,7 + 8}{5,2} = 4,8 \text{ кН}.$$

Положительные знаки опорных реакций свидетельствуют о том, что предполагаемое направление соответствует истинному направлению. Возьмем на балке характерные сечения и вычислим в них величины Q и M .

Определим значения поперечной силы в характерных сечениях.

Q_1 наиболее просто определить, рассматривая левую часть балки от сечения 1 (правую часть при этом отбрасываем). Поперечная сила в сечении равна $Q_1 = P = 14 \text{ кН}$. Она положительна, т. к. сила P стремится левую отсеченную часть вращать по ходу стрелки часов.

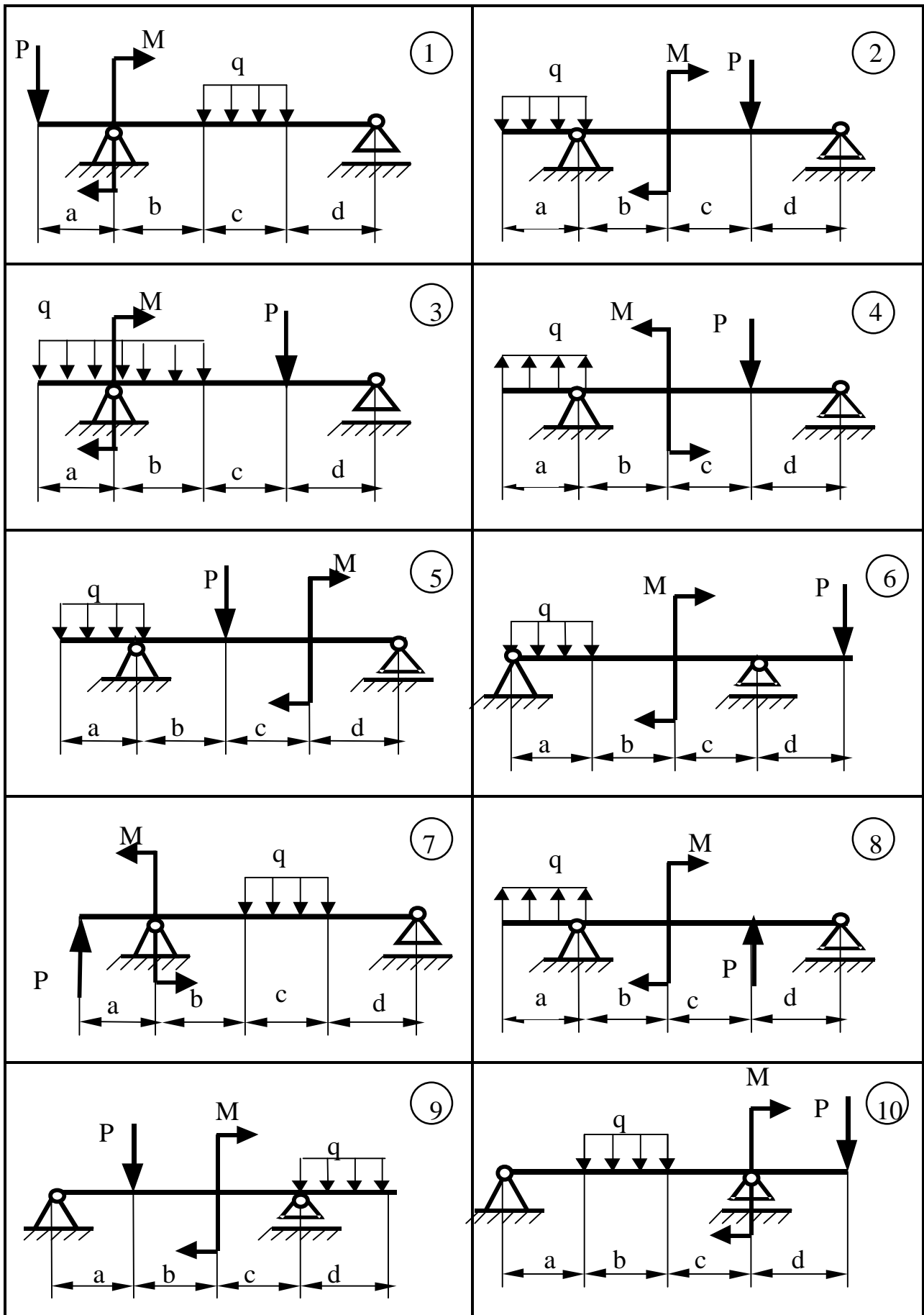


Рисунок 6

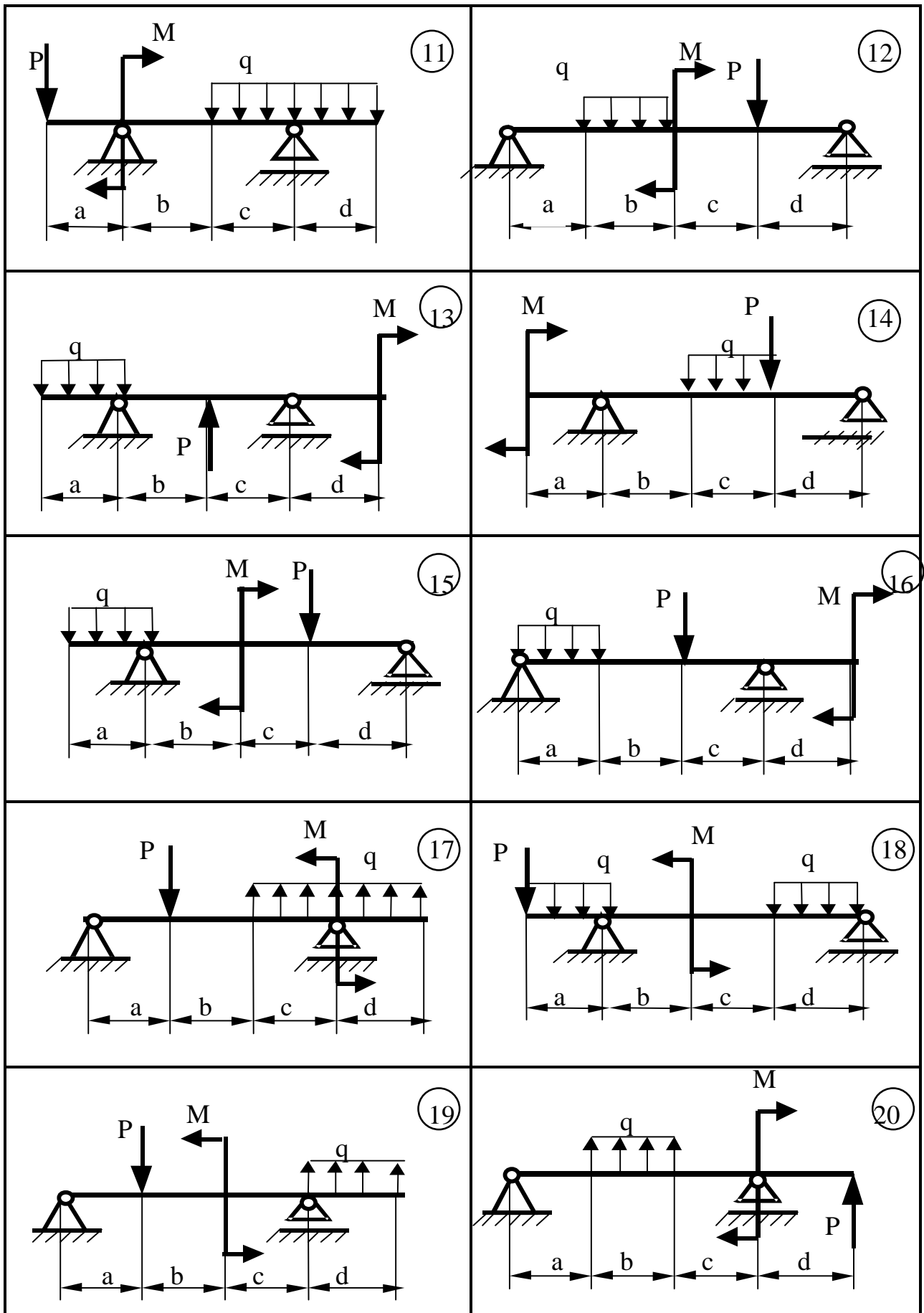


Рисунок 6, лист 2

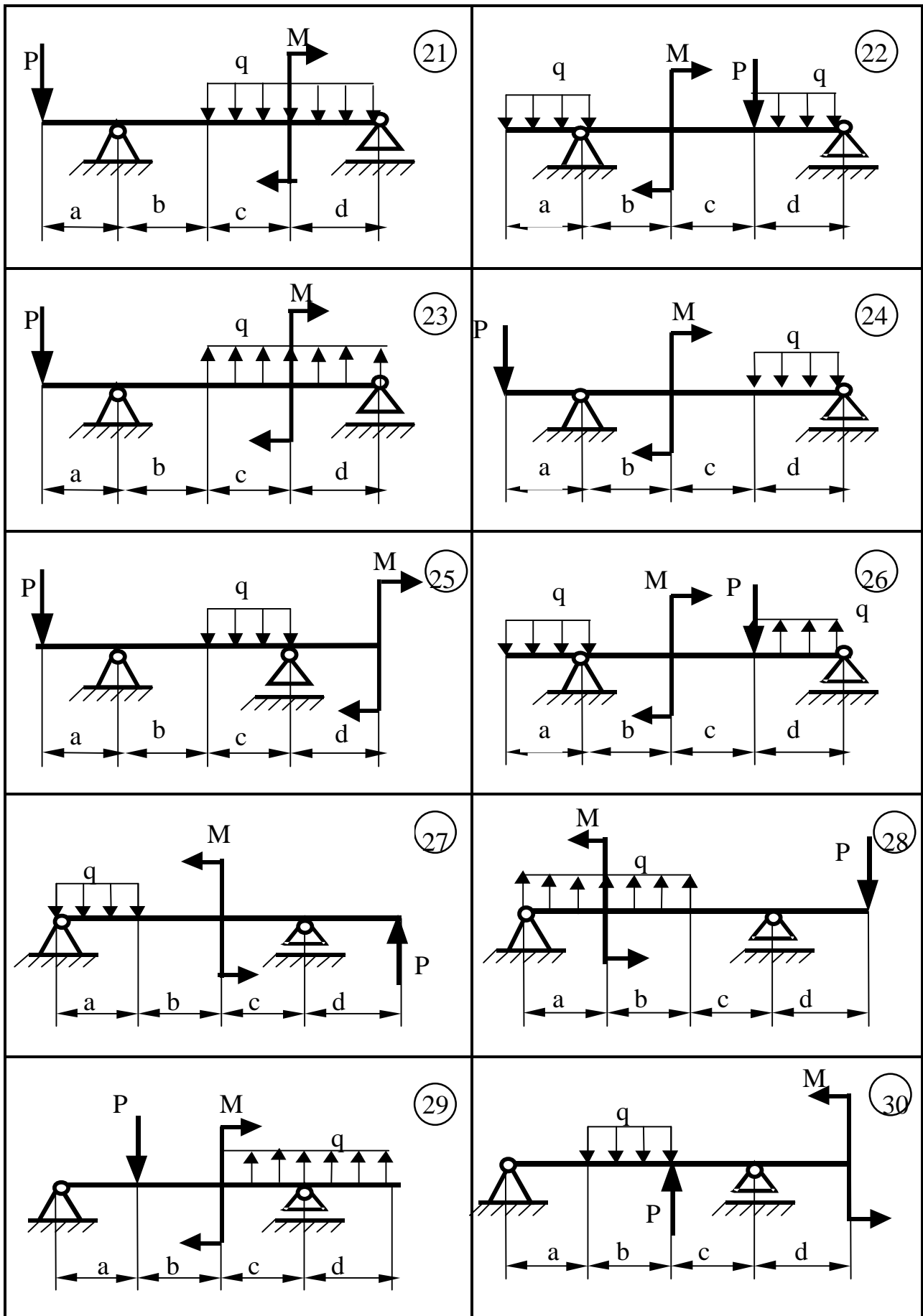
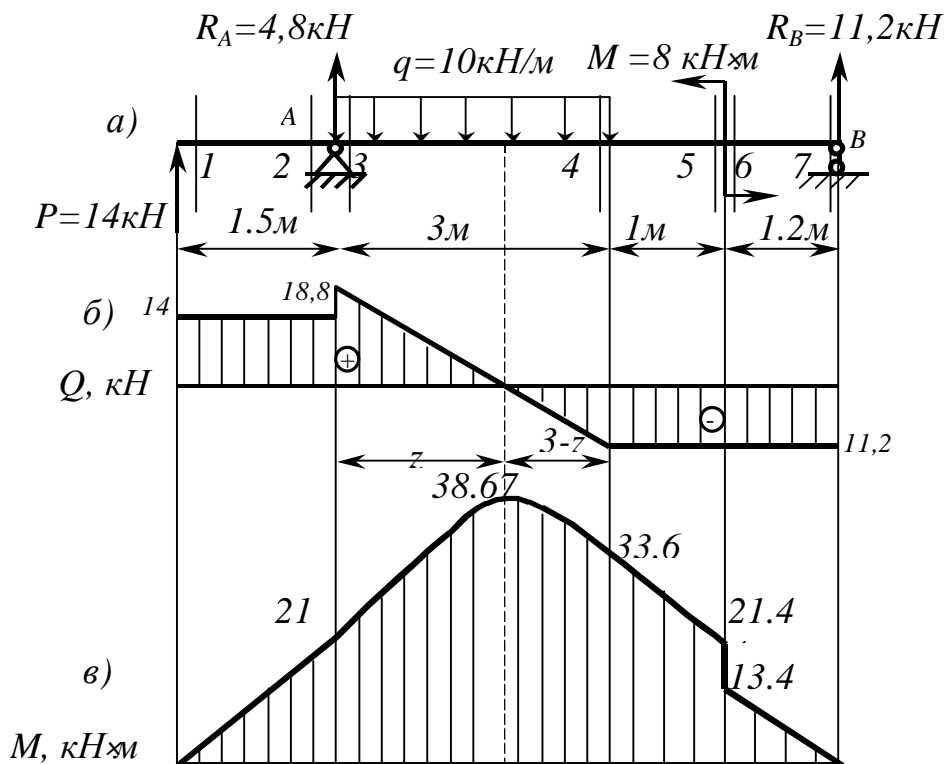


Рисунок 6, лист 3



a – расчётная схема балки; б – эпюра поперечных сил; в – эпюра изгибающих моментов

Рисунок 7

$$Q_2 = Q_1 = 14 \text{ кН.}$$

Поперечную силу в сечении 3 определим, рассматривая левую отсеченную часть балки.

$$Q_3 = P + R_A = 14 + 4,8 = 18,8 \text{ кН.}$$

Поперечную силу в сечении 4 удобно определить, рассматривая правую отсеченную часть балки.

$$Q_4 = -R_B = -11,2 \text{ кН.}$$

По найденным значениям поперечных сил построим эпюру Q (рис. 7,б)

Определим величины изгибающих моментов в характерных сечениях.

В сечении 1 имеем $M_1 = 0$, рассматривая левую отсеченную часть балки.

В сечениях 2, 3 величины изгибающих моментов удобно определить, рассматривая левую отсеченную часть балки:

$$M_2 = M_3 = 14 \cdot 1,5 = 21 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

В сечении 4 величину изгибающего момента удобнее определить, рассматривая правую отсеченную часть балки.

$$\text{Отсюда } M_4 = M + R_B \cdot 2,2 = 8 + 11,2 \cdot 2,2 = 32,64 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

В сечениях 5, 6 и 7 изгибающие моменты также целесообразнее определять

из рассмотрения правой части балки:

$$M_5 = M + R_B \cdot 1,2 = 8 + 11,2 \cdot 1,2 = 21,44 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M_6 = R_B \cdot 1,2 = 11,2 \cdot 1,2 = 13,44 \text{ кН}\cdot\text{м}, \quad M_7 = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Для определения экстремального изгибающего момента необходимо определить положения сечения балки, в котором $Q = 0$.

Положение этого сечения найдем из выражения: $Q(z) = 14,3 + 4,8 - 10z = 0$,

$$\text{откуда } Z = \frac{18,8}{10} = 1,88 \text{ м}.$$

Величину момента в этом сечении можно определить из рассмотрения левой или правой отсеченной части балки.

Например, из рассмотрения левой части балки получим :

$$M_{\max} = 14 \cdot 3,38 + 4,8 \cdot 1,88 - 10 \cdot 1,88 \cdot 11,94 = 38,67 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Эпюры изгибающих моментов по найденным значениям построены на рис.7, в.

Задача 4

Для заданной рамы построить эпюры продольных, поперечных сил и изгибающих моментов. Данные для решения задачи взять из таблиц 5 и 6, номер схемы – из рис. 8.

Таблица 5

| № столбца | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| а, м | 1.8 | 1.2 | 0.8 | 2.0 | 2.2 | 1.2 | 1.6 | 1.6 | 1.8 | 1.4 |
| в, м | 2.0 | 1.6 | 1.4 | 2.4 | 1.4 | 1.8 | 2.0 | 1.4 | 1.2 | 2.2 |
| с, м | 2.5 | 2.0 | 1.8 | 0.8 | 0.8 | 2.2 | 2.4 | 2.2 | 2.4 | 0.8 |
| д, м | 2.2 | 0.8 | 1.2 | 1.2 | 1.8 | 0.8 | 1.4 | 0.8 | 0.8 | 1.8 |

Таблица 6

| № столбца | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Р, кН | 10 | 14 | 18 | 20 | 16 | 22 | 20 | 22 | 14 | 18 |
| М, кН·м | 16 | 8 | 10 | 12 | 10 | 8 | 8 | 10 | 12 | 8 |
| q, кН/м | 8 | 10 | 6 | 8 | 6 | 10 | 10 | 6 | 10 | 10 |

Указания к выполнению задач 4 и 5

1 Рамой называют систему стержней, соединенных между собой в узлах жесткими связями.

Рама называется плоской, если оси всех составляющих ее стержней и действующая на раму нагрузка расположены в одной плоскости. Рама является статически определимой, если опорные реакции и внутренние силовые

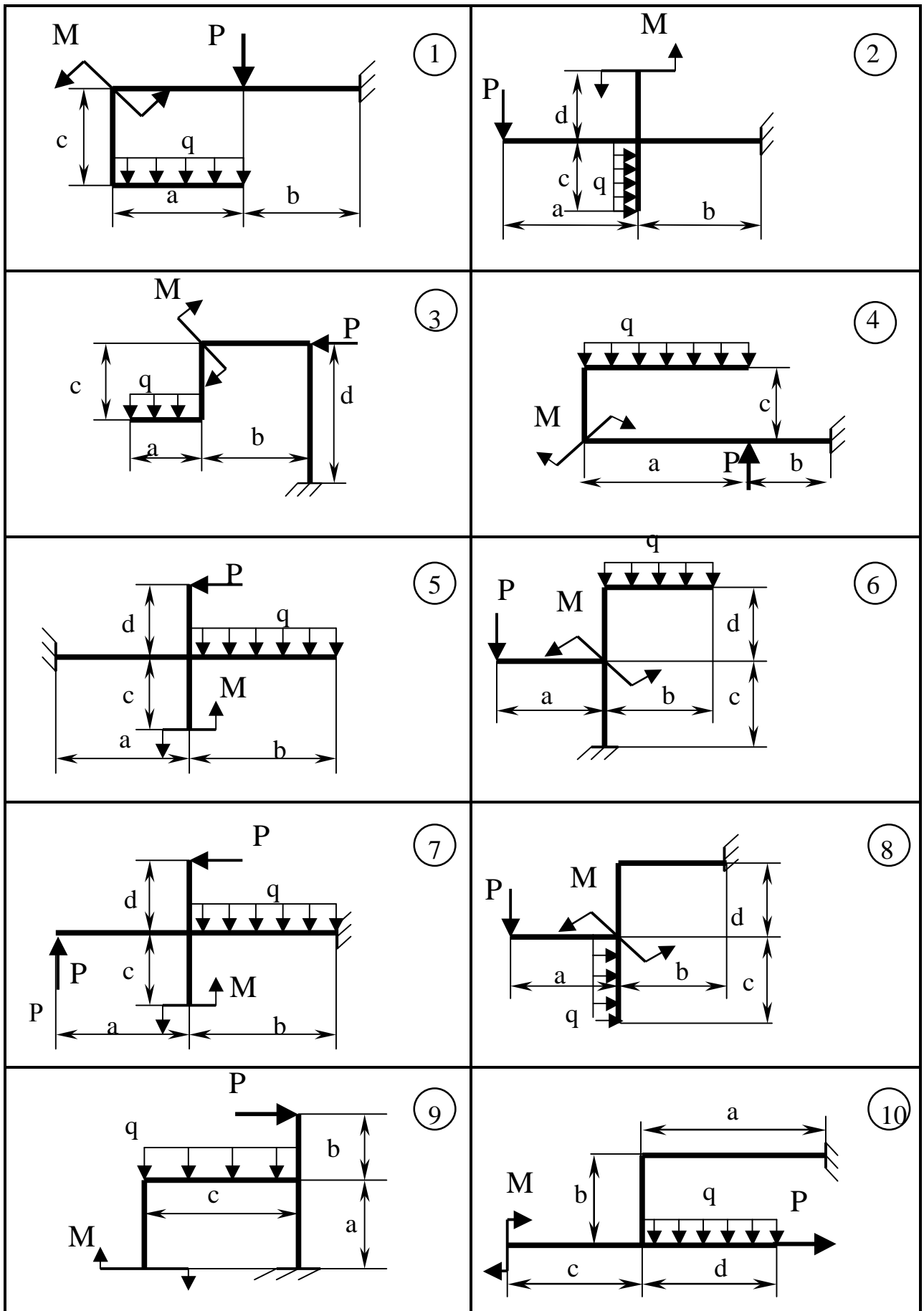


Рисунок 8

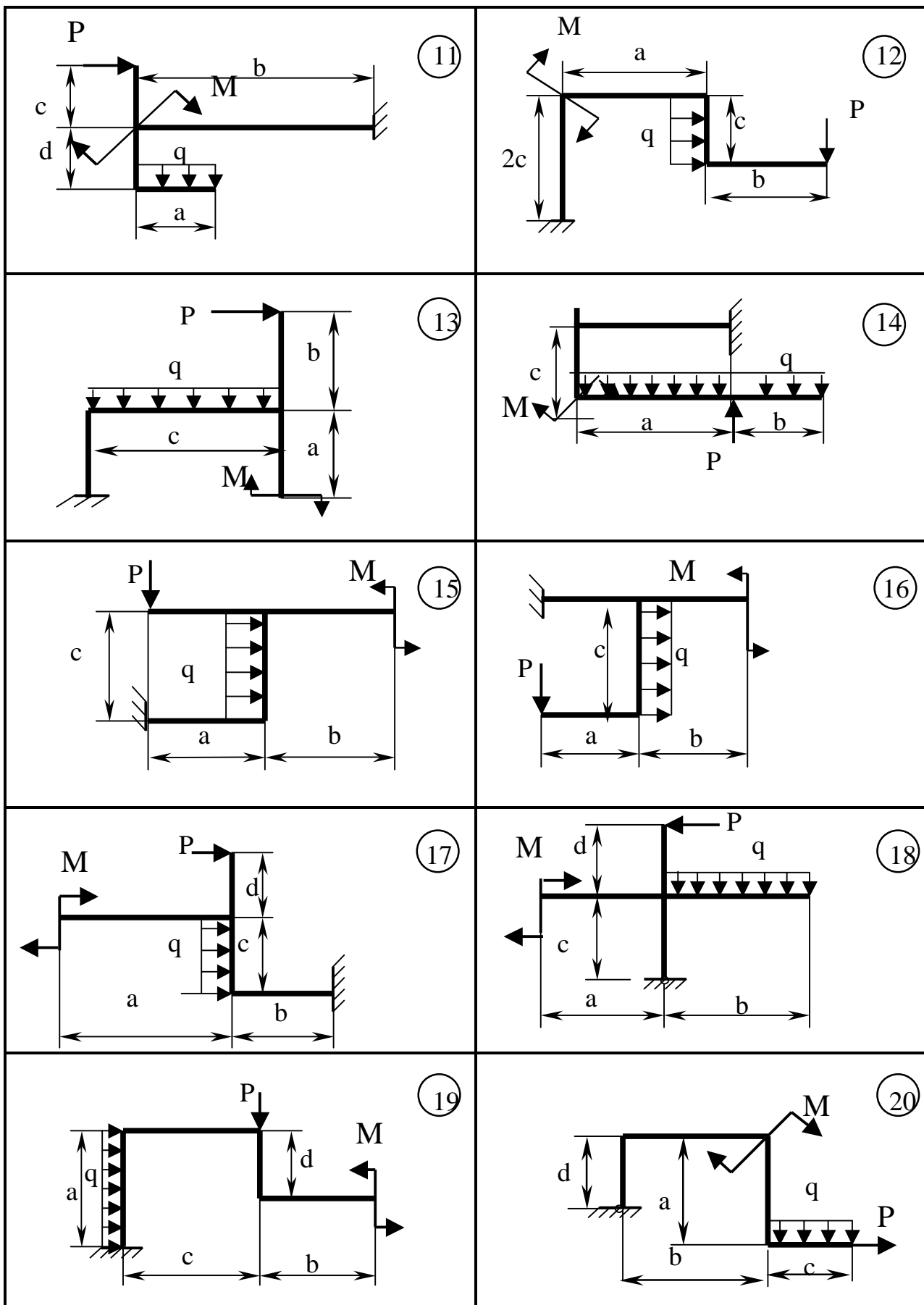


Рисунок 8, лист 2

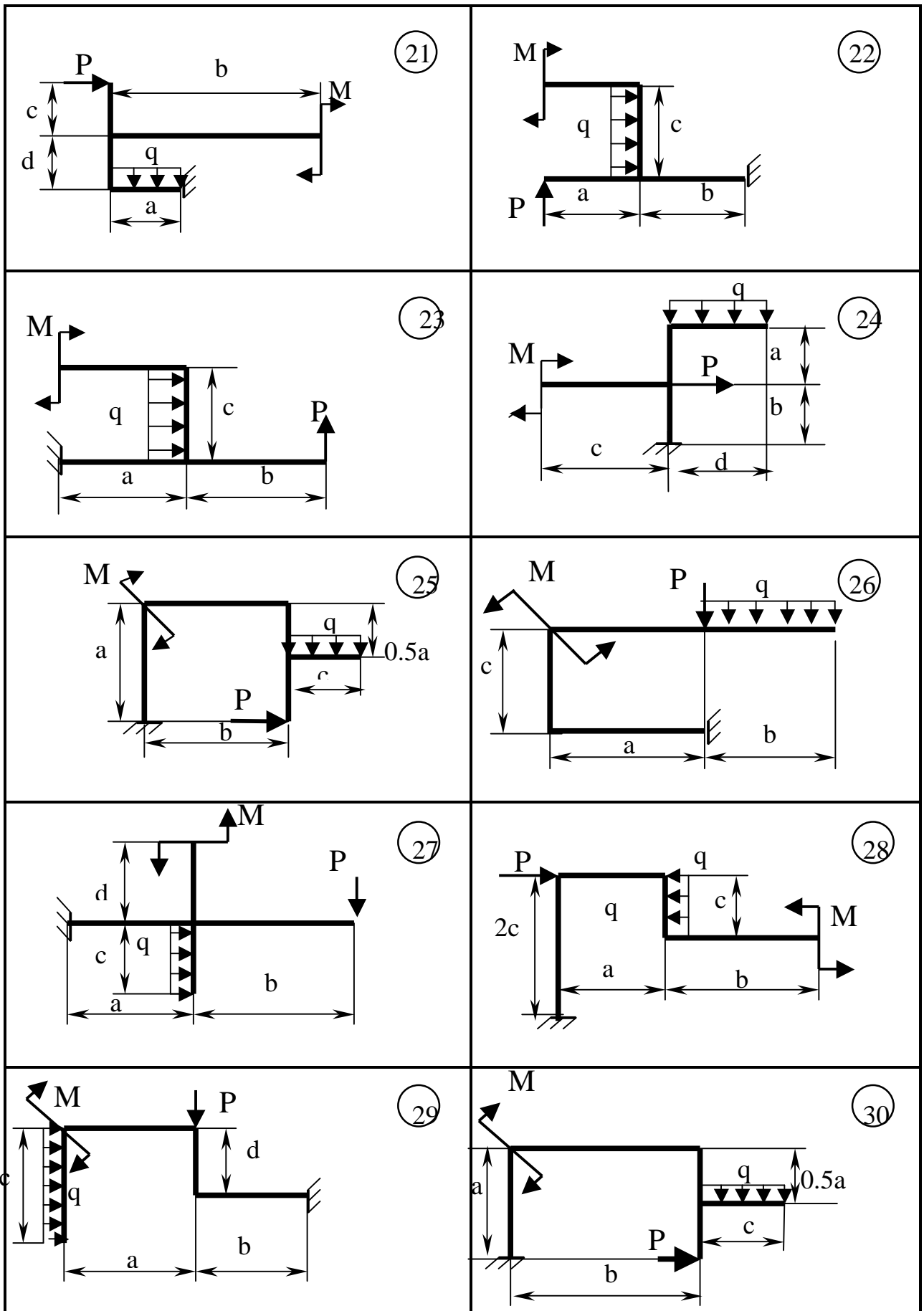


Рисунок 8, лист 3

факторы, возникающие в стержнях, могут быть определены с помощью уравнений равновесия статики.

В общем случае в поперечных сечениях стержней плоских рам возникают три внутренних силовых фактора: продольная сила N , поперечная сила Q и изгибающий момент M .

2 Построение эпюр внутренних усилий для рам следует начинать с определения опорных реакций. Для рам, имеющих жесткую заделку, реакции в заделке можно не определять. Для таких рам внутренние усилия можно определить, двигаясь со свободного конца рамы.

3 При построении эпюр раму следует разбивать на участки характерными сечениями. Характерными сечениями, как и для балок, являются сечения, взятые в окрестности приложения сосредоточенных сил и сосредоточенных моментов в начале и конце приложения равномерно распределенной нагрузки, сечение, где $Q = 0$ и в окрестности этой точки меняет знак. Характерными для рам являются также сечения, взятые в узлах рамы.

4 Продольная сила N в сечении равна алгебраической сумме проекций на ось стержня всех внешних сил, приложенных к рассматриваемой отсеченной части рамы. Продольная сила, растягивающая стержень, считается положительной, сжимающая – отрицательной.

Поперечная сила Q в сечении равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, приложенных к рассматриваемой отсеченной части рамы, на направление перпендикулярное оси стержня. В этой сумме внешняя сила берется со знаком плюс, если она стремится вращать относительно сечения рассматриваемую отсеченную часть по ходу стрелки часов.

Изгибающий момент M в сечении равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, приложенных к отсеченной части рамы. Эпюра моментов для рамы строится на сжатых волокнах.

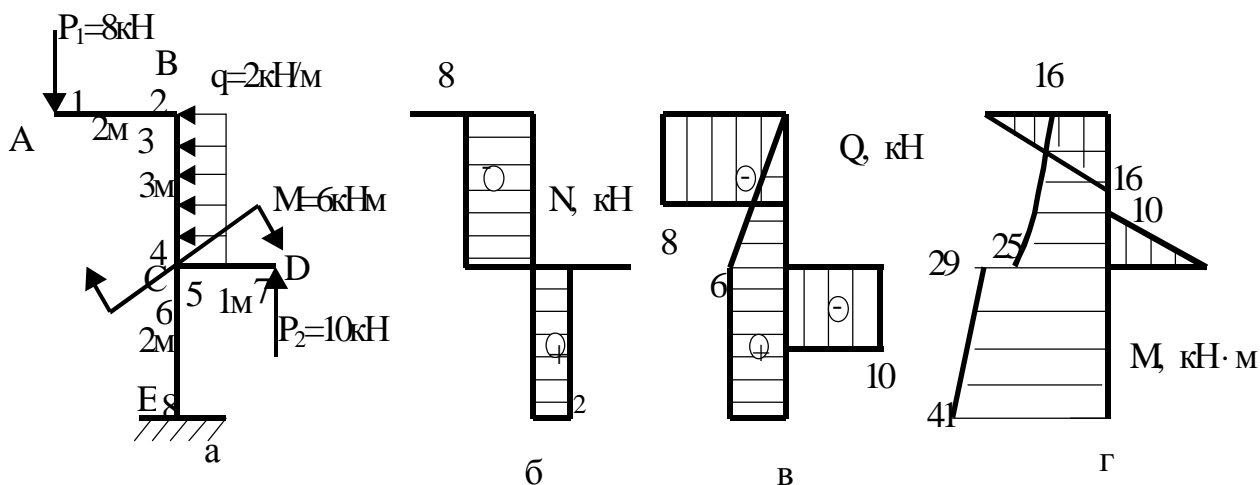
Пример решения задачи 4

Рама состоит из 4 участков: АВ, ВС, СД, СЕ.

Начинаем построение эпюр с эпюры продольных сил.

Рассекаем мысленно участок АВ в произвольном месте и рассматриваем отсеченную часть, не содержащую заделку. На ось указанной отсеченной части внешние нагрузки не проецируются, следовательно, продольная сила в этом стержне не возникает, так как $N_{1-2} = 0$.

Далее мысленно рассекаем стержень ВС и отбрасываем часть с заделкой. Из рассмотрения отсеченной части видно, что на ось этого стержня проецируется сила $P = 8$ кН. Следовательно, во взятом сечении возникнет продольная сила



*a - расчётная схема; б – эпюра продольных сил; в – эпюра поперечных сил;
г- эпюра изгибающих моментов*

Рисунок 9

N , уравновешивающая силу P_1 . Величина N равна силе P_1 , направлена навстречу силе P . Стержень BC находится в условиях сжатия, $N_{3-4} = -8\text{кН}$. Для построения эпюры N изображаем контур рамы (рис. 9, б) и перпендикулярно стержню BC в некотором масштабе откладываем величину продольной силы.

Далее рассекаем в произвольном месте стержень CD. Из рассмотрения свободной отсеченной части этого стержня (справа от сечения) следует, что продольная сила в нем не возникает, так как на ось этого стержня никакая внешняя нагрузка не проецируется, т.е. $N_{5-7}=0$. Наконец, для определения продольной силы в стержне CE рассекаем его. Отбрасываем нижнюю часть с заделкой и проецируем все силы, приложенные к рассматриваемой отсеченной части, на ось этого стержня. Такими силами являются $P_1=-8\text{ кН}$ и $P_2=10\text{ кН}$. Их алгебраическая сумма равна 2 кН , направлена она вверх от рассматриваемого сечения, так как растягивает стержень. Из условия равновесия отсеченной части следует, что в сечении возникает продольная сила $N_{6-8}=10-8=2\text{ кН}$.

Эпюры продольных сил при принятых нагрузках не изменяются по длине рассматриваемого участка стержня, так как имеют вид прямоугольников. Для построения прямоугольной эпюры достаточно знать величину силы в любом сечении. Поэтому при построении эпюры N нужно брать одно сечение в произвольном месте стержня.

Построение эпюры Q . Исходя из свойств эпюр поперечных сил в стержне, к которому не приложена равномерно распределенная нагрузка, при определении величины поперечной силы достаточно взять одно сечение в произвольном месте. В стержне, к которому приложена равномерно распределенная нагрузка, нужно взять два сечения - в начале участка и конце его.

Мысленно рассекаем стержень АВ. Отбрасываем часть рамы, содержащую заделку. К рассматриваемой отсеченной части стержня будет приложена сила $P_1=8$ кН, которая проецируется на направление перпендикулярное оси стержня. Относительно взятого сечения эта сила стремится вращать отсеченную часть против хода стрелки часов. Следовательно, в сечении поперечная сила будет равна силе P_1 с отрицательным знаком, т.е.

$Q_{1-2}=P_1=8$ кН. Откладываем на контуре рамы (рис. 9,в) перпендикулярно стержню АВ с любой стороны в некотором масштабе величину силы. Переходим к определению поперечной силы в стержне ВС. Так как к этому стержню приложена равномерно распределенная нагрузка, мысленно рассекаем этот стержень в двух местах: одно - в окрестности точки В, другое - в окрестности точки С. В точке В поперечная сила $Q_3=0$, в точке С поперечная сила равна равнодействующей равномерно распределенной нагрузки. Эта равнодействующая стремится относительно сечения вращать рассматриваемую верхнюю часть против хода стрелки часов, следовательно, она будет отрицательна. так как $Q_4=-2\cdot 3=-6$ кН. Соединяя найденные значения поперечных сил в точках В и С, получаем наклонную прямую.

Далее переходим к определению поперечной силы в стержне СД. Рассекаем его в произвольном месте и рассматриваем отсеченную часть стержня, не содержащую заделку. К этой части приложена сила $P_2=10$ кН, она проецируется на направление, перпендикулярное оси стержня, стремится вращать отсеченную часть относительно сечения против хода стрелки часов. Следовательно, в стержне $Q_{7-5}=-10$ кН.

Наконец, переходим к рассмотрению стержня СЕ. Рассекаем его, отбрасываем нижнюю часть и рассматриваем верхнюю. На направление, перпендикулярное оси этого стержня, проецируется равнодействующая равномерно распределенной нагрузки, равная $q\cdot 3=2\cdot 3=6$ кН. Эта равнодействующая стремится вращать рассматриваемую отсеченную часть против хода стрелки часов, следовательно, в сечении $Q_{5-8}=-6$ кН.

Для построения эпюры изгибающих моментов возьмем характерные сечения 1, 2, ... 8.

Будем определять величины изгибающих моментов в них, рассматривая отсеченную часть рамы, не содержащую заделку:

$$M_1=0,$$

$$M_2 = P_1 \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16 \text{ кН м},$$

$$M_3 = P_1 \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M_4 = P_1 \cdot 2 + q \cdot 3 \cdot 1.5 = 8 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 1.5 = 25 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M_5 = P_2 \cdot 1 = 10 \cdot 1 = 10 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M_6 = P_1 \cdot 2 + q \cdot 3 \cdot 1.5 + P_2 \cdot 1 \text{ м} - M = 8 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 1.5 + 10 \cdot 1 - 6 = 29 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M_7 = 0,$$

$$M_8 = P_1 \cdot 2 + q \cdot 3 \cdot 3,5 + P_2 \cdot 1 - M = 8 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 3,5 + 10 \cdot 1 - 6 = 41 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

Все значения найденных моментов откладываются со стороны сжимающих волокон рамы. Эпюра изгибающих моментов построена на рис. 9, г.

Задача 5

Для заданной рамы на опорах построить эпюры продольных, поперечных сил и изгибающих моментов. Данные для решения задачи взять из таблиц 5 и 6, номер схемы – из рис. 10.

Пример решения задачи 5

Расчетная схема рамы представлена на рис. 11, а.

Определяем опорные реакции:

$$\sum M_A = 0, \quad P \cdot 1 + q \cdot 3 \cdot 1,5 - M - R_B \cdot 5 = 0,$$

$$R_B = \frac{P \cdot 1 + q \cdot 3 \cdot 1,5 - M}{5} = \frac{8 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 1,5 - 7}{5} = 2 \text{ кН};$$

$$\sum F_x = 0, \quad P - X_A = 0, \quad X_A = P = 8 \text{ кН};$$

$$\sum M_K = 0, \quad P \cdot 1 - q \cdot 3 \cdot 3,5 - M + Y_A \cdot 5 = 0,$$

$$Y_A = \frac{P \cdot 1 + q \cdot 3 \cdot 3,5 + M - X_A \cdot 2}{5} = \frac{8 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 3,5 + 7 - 8 \cdot 2}{5} = 4 \text{ кН}.$$

Проверка правильности определения опорных реакций:

$$\sum F_y = 0, \quad Y_A + R_B - q \cdot 3 = 4 + 2 - 2 \cdot 3 = 0.$$

Рама состоит из 4 стержней: AC, CD, DE, BE.

Определяем продольные силы для построения эпюры N .

Мысленно рассекаем стержень AC. При определении продольной силы в сечении можно рассматривать или верхнюю или нижнюю части. Удобнее рассмотреть нижнюю часть, к которой в точке А приложены силы $X_A = 8$ кН и $Y_A = 4$ кН. На ось рассматриваемого стержня проецируется сила $Y_A = 4$ кН. Она направлена к сечению, так как сжимает стержень. Следовательно, $N_{1-2} = -4$ кН.

Рассекаем стержень CD. Из рассмотрения суммы проекций сил, приложенных к левой или правой отсеченной части, на ось этого стержня следует, что $N_{3-4} = 0$.

Рассекаем стержень DE. Удобнее рассматривать верхнюю отсеченную часть (нижняя при этом отбрасывается). На ось стержня DE проецируется сила $R_B = 2$ кН, направленная от сечения. Она вызовет во взятом сечении растягивающую продольную силу $N_{5-4} = 2$ кН.

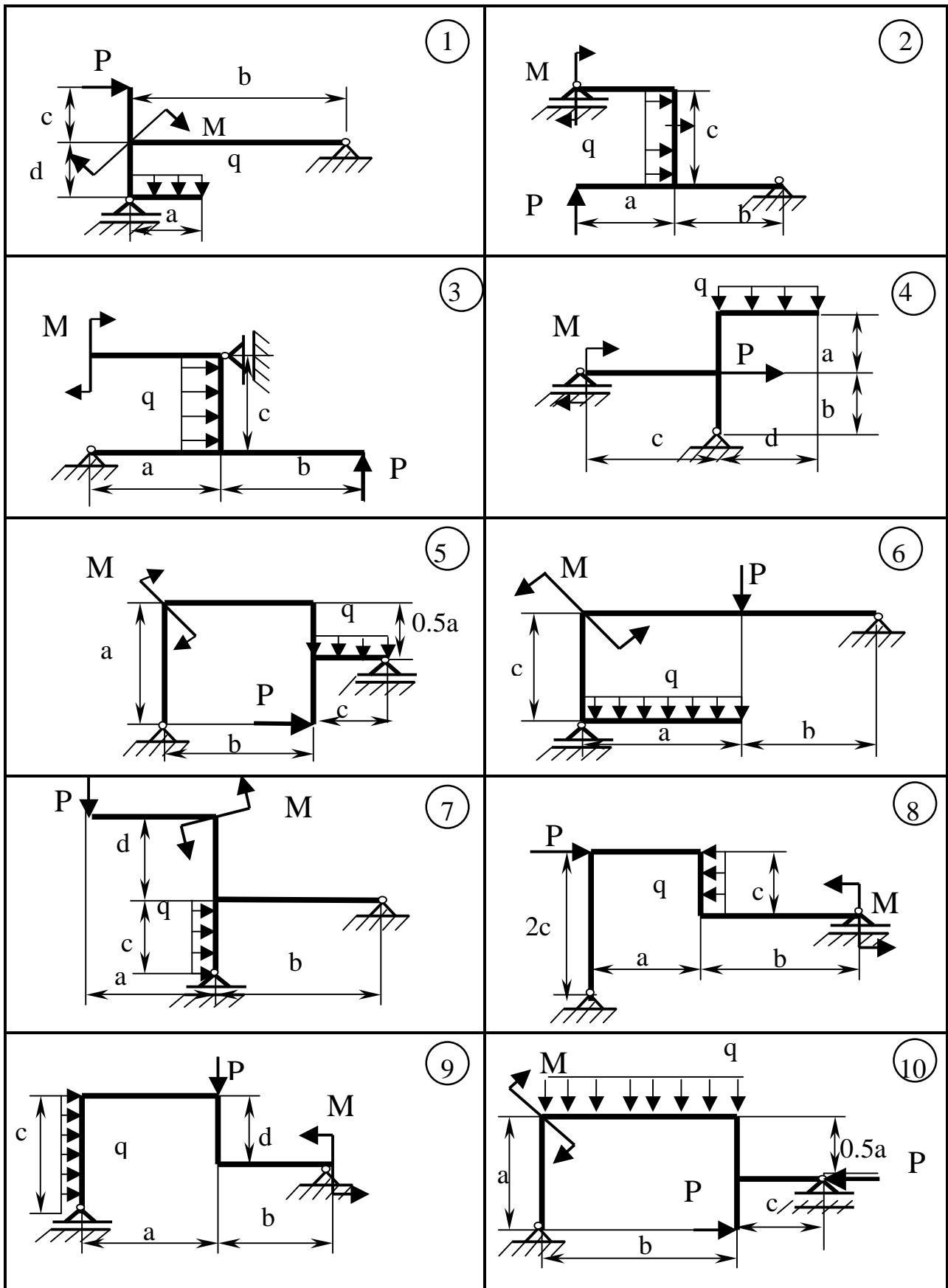


Рисунок 10

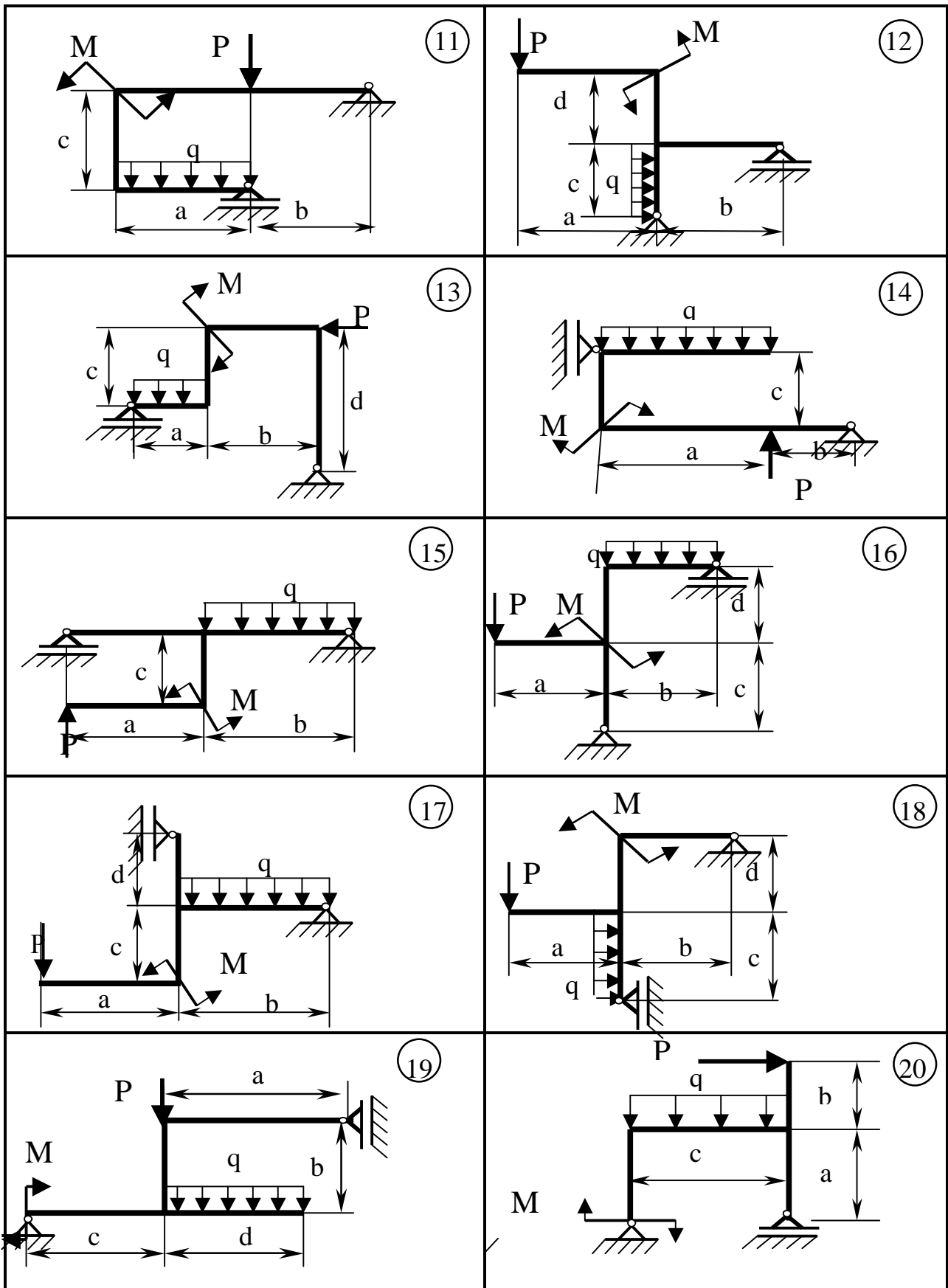


Рисунок 10, лист 2

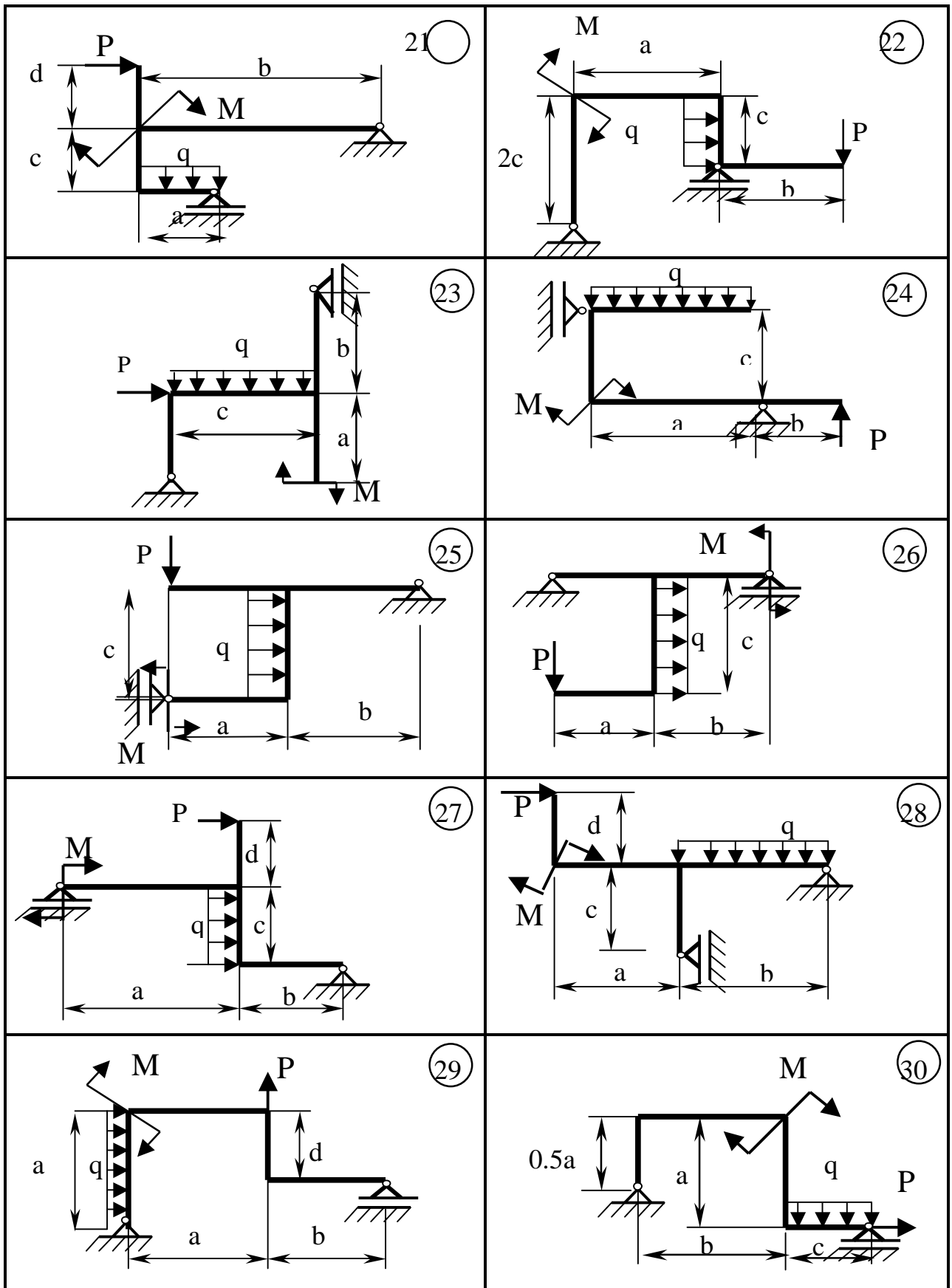
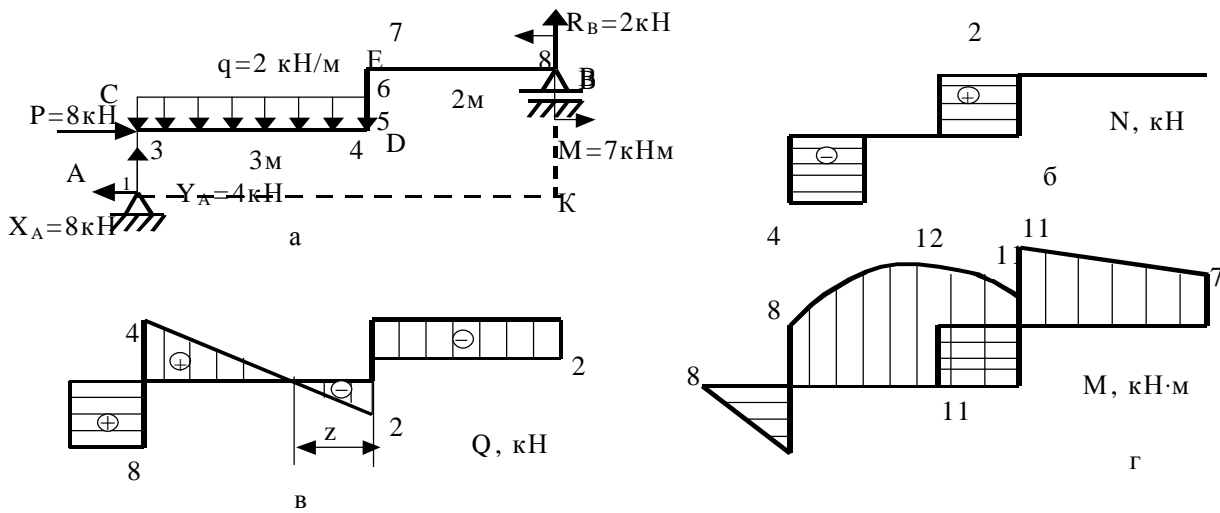


Рисунок 10, лист 3



а – расчётная схема рамы; б – эпюра продольных сил; в – эпюра поперечных сил; г – эпюра изгибающих моментов

Рисунок 11

Рассекаем стержень BE. Из рассмотрения правой отсеченной части рамы видно, что продольная сила в сечении равна нулю. Этот же вывод получим из рассмотрения левой отсеченной части.

Эпюра продольных сил построена на рис. 11, б.

Построим эпюру поперечных сил.

Рассекаем стержень AC в произвольном месте. Поперечную силу в сечении можно определить из рассмотрения или нижней отсеченной части нижней или верхней. К нижней части приложено меньше нагрузок, и целесообразнее рассматривать ее.

В этом стержне поперечная сила $Q_{1-2} = 8\text{кН}$. Она положительна, так как относительно сечения сила $X_A = 8\text{кН}$ стремится вращать отсеченную часть по ходу стрелки часов.

На стержень CD действует равномерно распределенная нагрузка. Для построения эпюры поперечных сил определим Q в начале и в конце стержня.

Рассекая стержень в окрестности точки C и рассматривая левую отсеченную часть, видим, что в этом сечении $Q_3 = Y_A = 4\text{кН}$. Рассекая стержень в окрестности точки D и рассматривая левую отсеченную часть, получим $Q_4 = Y_A - q \cdot 3 = 4 - 2 \cdot 3 = -2\text{кН}$.

Этот же результат можно получить из рассмотрения правой отсеченной части рамы ($Q_4 = -R_B = -2\text{кН}$).

В стержне BE поперечная сила $Q_{8-7} = -2\text{кН}$.

Это следует из рассмотрения правой части рамы. По найденным величинам

поперечных сил построена эпюра Q (рис. 11, в).

Для построения эпюры изгибающих моментов определим величины M в характерных сечениях 1, 2, ... 8.

$M_1 = 0$. Это следует из рассмотрения нижней отсеченной части рамы.

$$M_2 = X_A \cdot 1 = 8 \cdot 1 = 8 \text{ кН}\cdot\text{м}. \quad M_3 = X_A \cdot 1 = 8 \cdot 1 = 8 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

При определении изгибающих моментов в сечениях 2 и 3 также целесообразнее рассмотреть нижнюю отсеченную часть рамы.

При этом в сечении 2 силой X_A сжимаются левые волокна стержня AC, а в сечении 3 – верхние волокна стержня CD. Изгибающие моменты в этих сечениях откладываем на сжатых волокнах. Рассматриваем сечение 4. При определении величины изгибающего момента в этом сечении удобнее рассмотреть правую отсеченную часть рамы.

$M_4 = R_B \cdot 2 + M = 2 \cdot 2 + 7 = 11 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Оба слагаемых в этом выражении взяты с одним знаком, так как и момент от R_B и сосредоточенный момент M , приложенный к опоре B, направлены в одну сторону и сжимают верхние волокна стержня CD в сечении 4.

В сечениях 5, 6 и 7 величины изгибающих моментов будут равны значению, найденному для сечения 4. Это видно из рассмотрения той же правой отсеченной части рамы. В сечении 6-6 будут сжаты левые волокна, в сечении 7 – верхние волокна. В сечении 8 $M_8 = 7 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Он сжимает верхние волокна стержня BE.

Вычисленные значения изгибающих моментов следует дополнить, определив экстремальное значение момента в точке, где поперечная сила Q равна нулю и меняет знак. Положение точки на раме, где $Q = 0$, определим из выражения $Q(z) = -R_B + qz = 0$; $Q(z) = -2 + 2z = 0$, откуда $z = 1 \text{ м}$.

Величину момента в этом сечении определим из рассмотрения правой отсеченной части рамы:

$$M_{\text{экстр}} = R_B \cdot 3 + M - q \cdot 1 \cdot 0,5 = 2 \cdot 3 + 7 - 2 \cdot 1 \cdot 0,5 = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

По найденным значениям построена эпюра изгибающих моментов (рис. 11, г).

Задача 6

Для составного сечения определить положение центра тяжести, величины главных центральных моментов инерции. Данные для решения задачи взять из таблиц 7 и 8, номер схемы - из рис. 12.

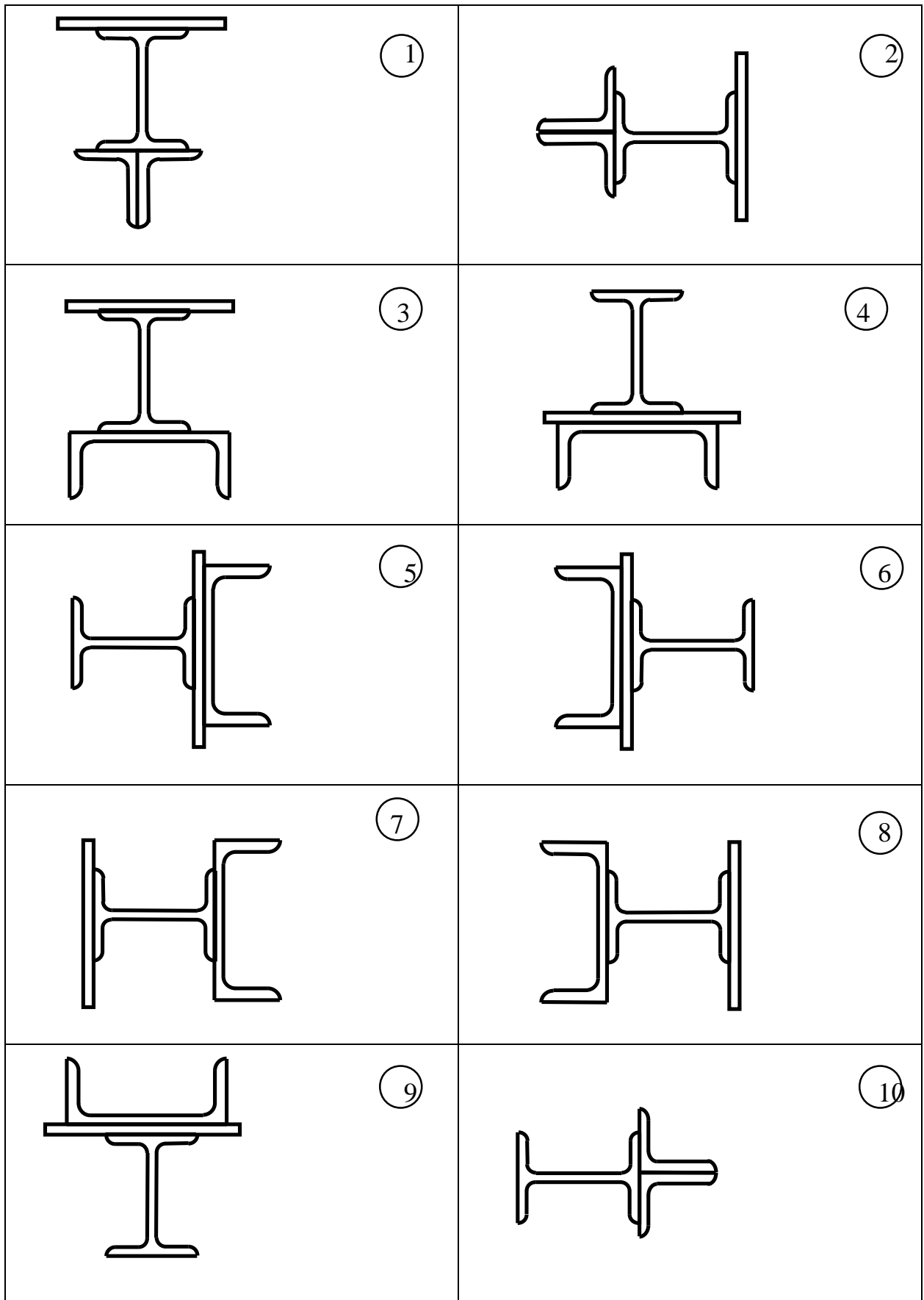


Рисунок 12

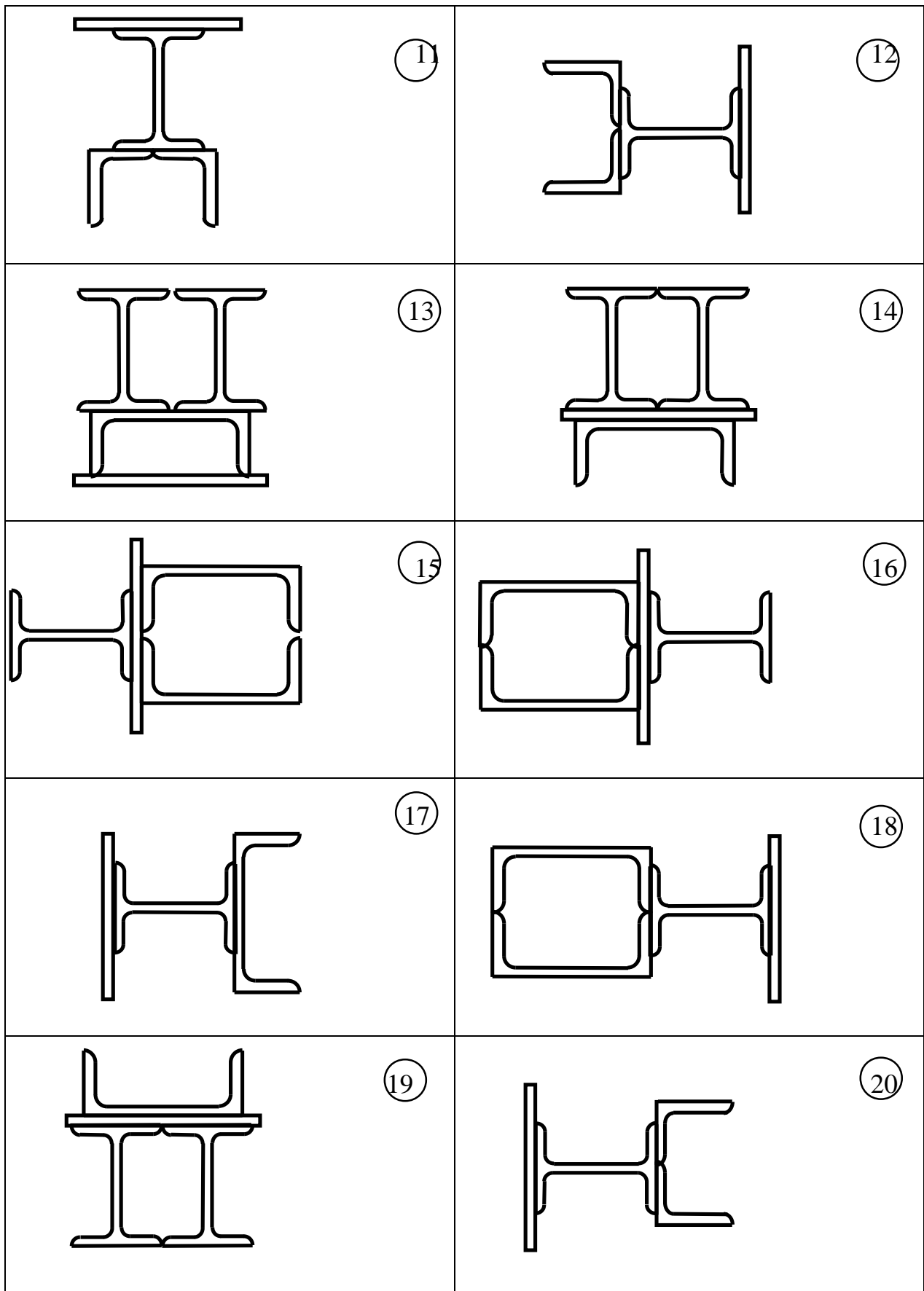


Рисунок 12, лист 2

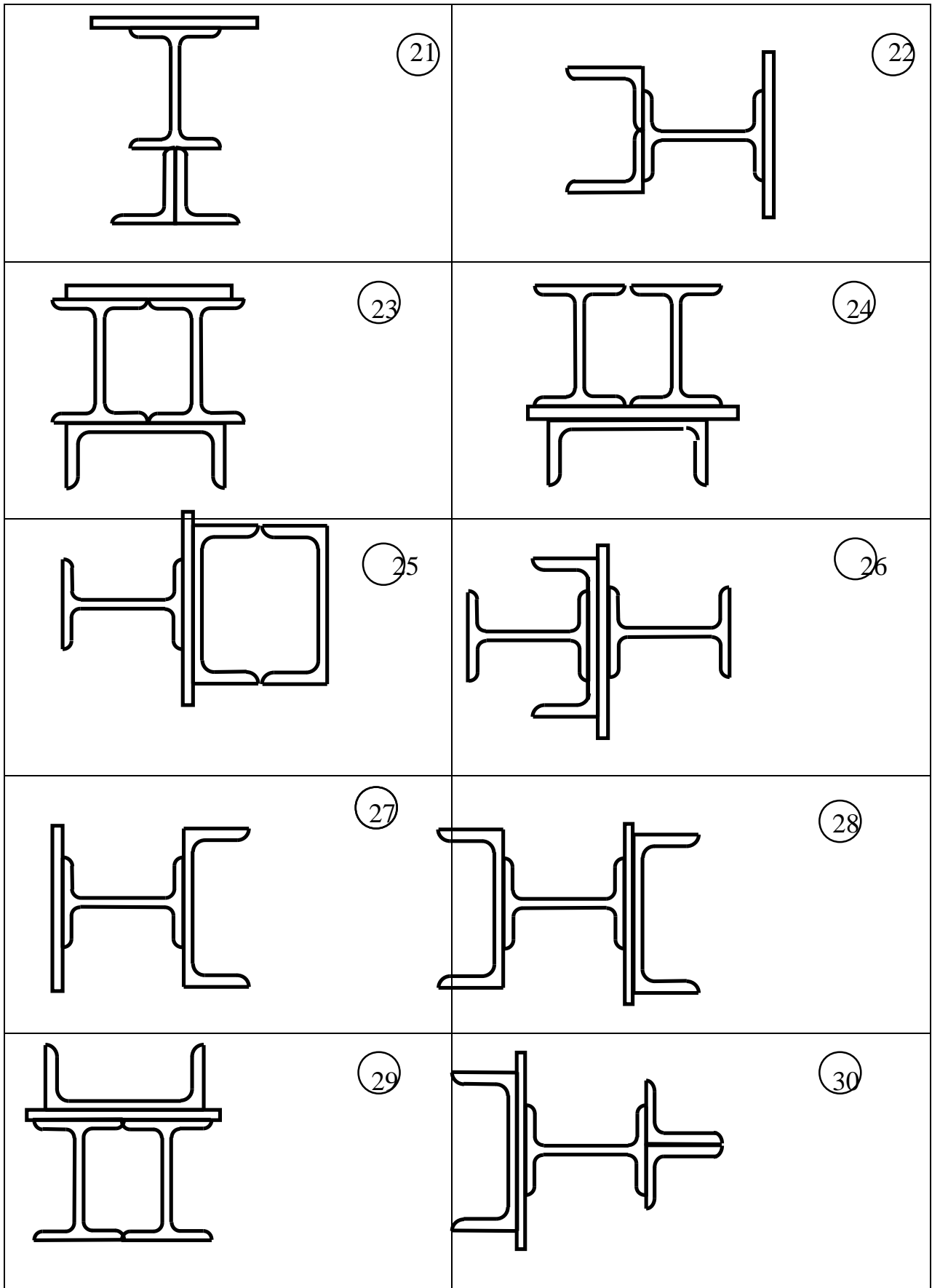


Рисунок 12, лист 3

Таблица 7

| № столбца | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Двутавр | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 18 | 14 | 22 | 24 |
| Швел-лер | 16 | 18 | 20 | 18 | 20 | 22 | 18 | 22 | 18 | 20 |

Таблица 8

| № столбца | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------------------------|---------|---------|---------|---------|----------|-----------|------------|------------|------------|------------|
| Полоса мм*мм | 150X12 | 170X14 | 180X16 | 200X18 | 220X20 | 240X24 | 260X20 | 230X20 | 240X40 | 180X24 |
| Уголок нерав- нобокий | 40X25X4 | 50X32X4 | 63X40X6 | 75X50X8 | 100X63X8 | 125X80X10 | 160X100X12 | 180X110X10 | 200X125X14 | 250X160X18 |

Указания к выполнению задачи 6

1 В заданном сечении выбрать систему осей, относительно которых определить координаты центров тяжести составляющих фигур.

2 По формулам

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^n X_{Ci} F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \quad Y_c = \frac{\sum_{i=1}^n Y_{Ci} F_i}{\sum_{i=1}^n F_i},$$

где X_c, Y_c - координаты центра тяжести составного сечения;

X_{Ci}, Y_{Ci} - координаты центров тяжести I-той составляющей фигуры в исходной системе осей ; F_i - площадь поперечного сечения i-той составляющей фигуры; n - число составляющих фигур, определить положение центра тяжести составного сечения.

3 По найденным координатам X_c, Y_c нанести положение центра тяжести составной фигуры (положение его проверить графически).

4 Через центр тяжести составной фигуры провести центральные оси всего сечения, направляя их параллельно центральным осям составляющих фигур.

5 По формулам

$$I_{X_c} = \sum_{I=1}^N \left(I_{X_{Ci}} + a_i^2 F_I \right),$$

$$I_{Y_c} = \sum_{I=1}^N \left(I_{Y_{Ci}} + b_i^2 F_I \right),$$

где $I_{X_{Ci}}$, $I_{Y_{Ci}}$ - осевые моменты инерции составляющих фигур относительно собственных центральных осей; a_i - расстояние между центральной осью X_c составного сечения и собственной центральной осью X_{Ci} i -ой составляющей фигуры; b_i - расстояние между центральной осью Y_c составного сечения и собственной центральной осью Y_{Ci} i -той составляющей фигуры, определяются осевые моменты инерции всей фигуры относительно центральных осей фигуры.

Для стандартных профилей типа швеллера, двутавра, уголка осевые моменты инерции следует брать из таблиц сортамента, для полосы определять по формулам:

$$I_X = \frac{bh^3}{12}; \quad I_Y = \frac{hb^3}{12},$$

где b - сторона прямоугольника, параллельная оси X .

. Так как фигура имеет ось симметрии Y_c , то $I_{X_c Y_c} = 0$. Следовательно, центральные оси X_c , Y_c будут являться и главными. Моменты инерции относительно главных центральных осей сечения $I_U = I_{X_c}$, $I_V = I_{Y_c}$.

Пример решения задачи 6

Для сечения, показанного на рис. 13, необходимо определить положение главных центральных осей и моменты инерции относительно них.

Прежде всего, выписать геометрические характеристики прокатных профилей, которые приводятся в учебниках и сборниках по сопротивлению материалов (Писаренко Г. С. и др. Справочник по сопротивлению материалов. - К.: Наукова думка, 1988. - С.84-101).

Двутавр №24:

$$H=24 \text{ см}; B=11.5 \text{ см}; d=0.56 \text{ см}; t=0.95 \text{ см}; F=34.8 \text{ см}^2;$$

$$I_X=3460 \text{ см}^4; I_Y=198 \text{ см}^4.$$

Швеллер № 22:

$$H=22 \text{ см}; B=8.2 \text{ см}; d=0.54 \text{ см}; t=0.95 \text{ см}$$

$$z_0=2.21 \text{ см}; F=26.7 \text{ см}^2; I_X=151 \text{ см}^4; I_Y=2110 \text{ см}^4.$$

(Здесь моменты I_X и I_Y поменяли местами, так как швеллер расположен горизонтально, а не вертикально, как в справочнике).

Для полосы геометрические характеристики вычислить как для прямоугольника:

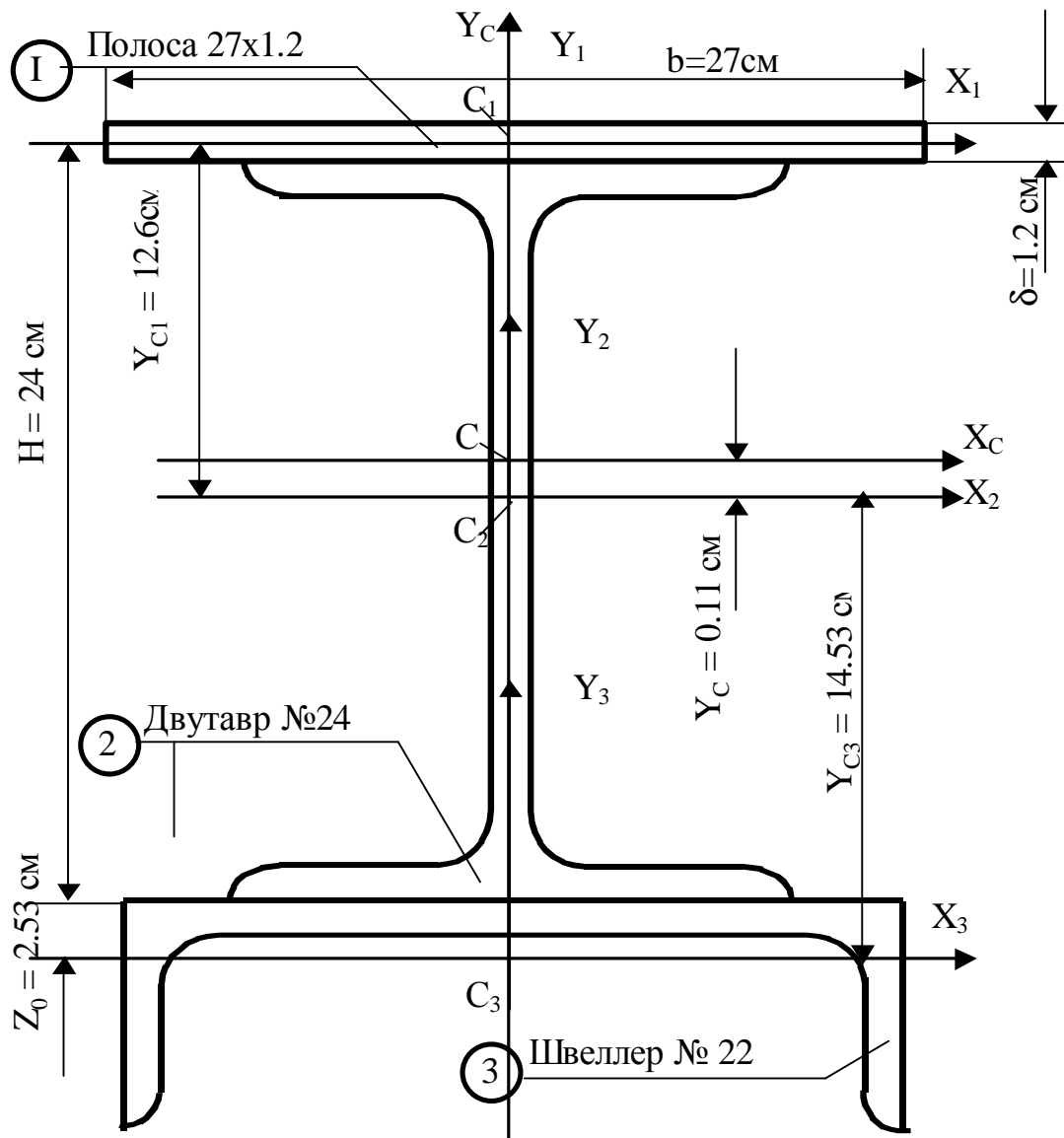


Рисунок 13 - Вид поперечного сечения

$$F = b\delta = 27 \cdot 1,2 = 32,4 \text{ см}^2.$$

$$I_X = \frac{27 \cdot 1,2^3}{12} = 4 \text{ см}^4, \quad I_Y = \frac{1,2 \cdot 27^3}{12} = 1970 \text{ см}^4$$

Сечение вычертить в масштабе.

Выбрать систему координат. За исходные принять оси X_2, Y_2 , т.е. как в центре тяжести двутавра.

Так как сечение симметрично относительно оси y , то центр тяжести ищем только по высоте сечения, т.е. координату y_c , которую определяем по формуле

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_{c_i} F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{y_{c_1} F_1 + y_{c_2} F_2 + y_{c_3} F_3}{F_1 + F_2 + F_3} =$$

$$= \frac{12,6 \cdot 32,4 - 14,21 \cdot 26,7}{32,4 + 34,8 + 26,7} = 0,11 \text{ см},$$

$$\text{где } y_{c_1} = \frac{H}{2} + \frac{d}{2} = \frac{24}{2} + \frac{1,2}{2} = 12,6 \text{ см};$$

$$y_{c_2} = 0; y_{c_3} = \left(-\frac{H}{2} - z_0 \right) = \left(-\frac{24}{2} - 2,21 \right) = -14,21 \text{ см}.$$

На расстоянии $y_c = 0,11$ см от оси x проводим главную центральную ось x_c .

Теперь определяем моменты инерции I_{X_c} , I_{Y_c} :

$$I_{X_c} = \sum_{i=1}^n [I_{X_{c_i}} + a_i^2 F_i] = \sum_{i=1}^n [I_{X_{c_i}} + (y_{c_i} - y_c)^2 F_i] = 4 + (12,6 - 0,11)^2 \cdot 32,4 +$$

$$+ 3460 + 0,11^2 \cdot 34,8 + 151 + (14,21 + 0,11)^2 \cdot 26,7 = 8550 \text{ см}^4$$

$$I_{Y_c} = \sum_{i=1}^n [I_{Y_{c_i}} + b_i^2 F_i] = \sum_{i=1}^n [I_{Y_{c_i}} + (x_{c_i} - x_c)^2 F_i].$$

Так как центры тяжести всех трех фигур находятся на оси y , то $b_1 = b_2 = b_3 = 0$, поэтому

$$I_{Y_c} = I_{Y_{c_1}} + I_{Y_{c_2}} + I_{Y_{c_3}} = 1970 + 198 + 2120 = 4288 \text{ см}^4.$$

Так как ось Y_c - ось симметрии, то $I_{x_c y_c} = 0$, а оси X_c и Y_c - главные центральные.

Моменты инерции относительно главных центральных осей

$$I_U = I_{X_c} = 14422 \text{ см}^4, I_V = I_{Y_c} = 4288 \text{ см}^4.$$

2.3 Расчетно-графическая работа №2

Сложное сопротивление

Задача 1

Для стальной балки (рис.14) подобрать размеры двутаврового, круглого и прямоугольного (соотношение сторон $h : b = 2$) сечений, выбрать оптимальный вариант и произвести полную проверку на прочность по четвертой теории прочности. Данные взять из табл. 9 и 10. Принять $[t] = 0,6[S]$.

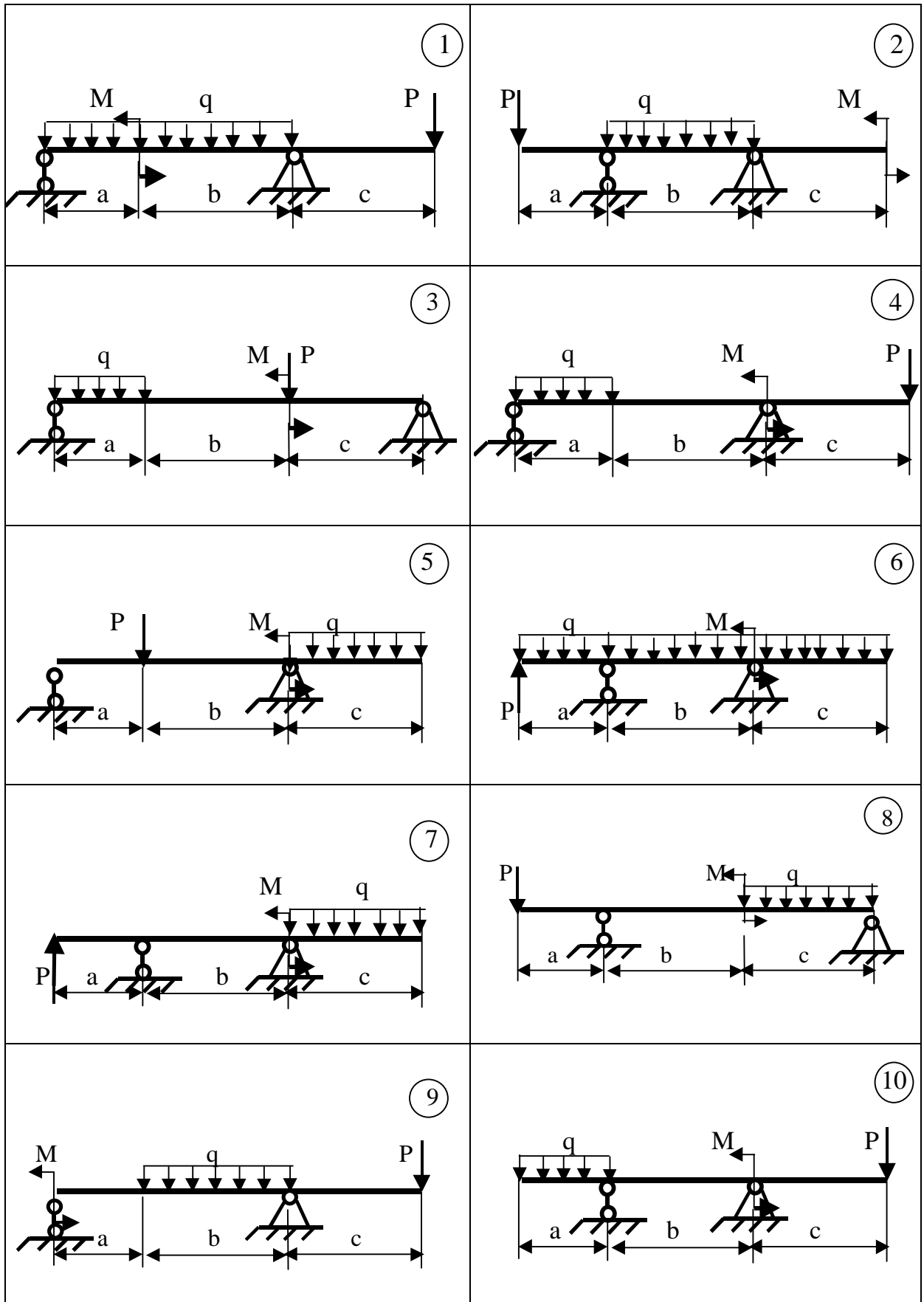


Рисунок 14

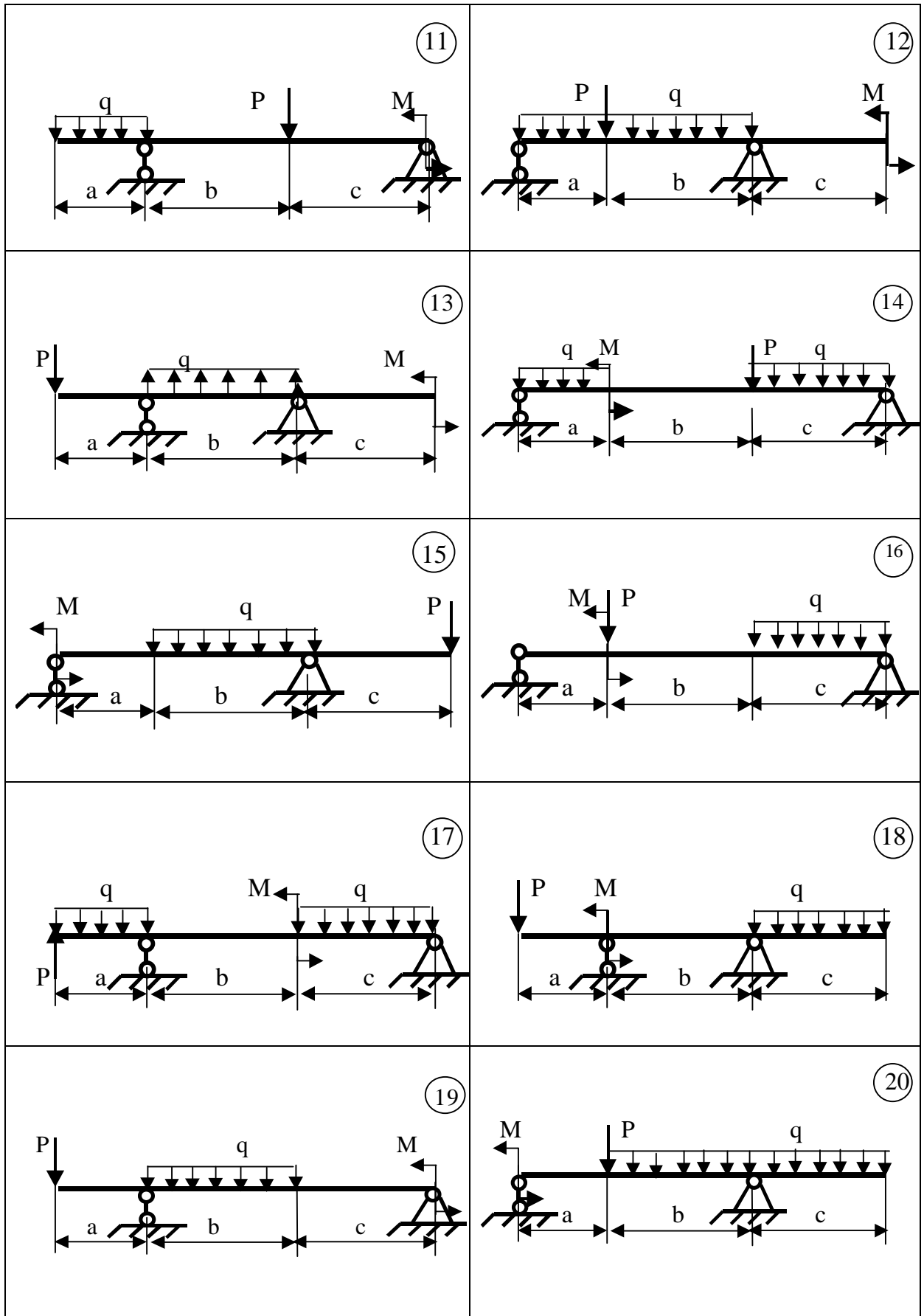


Рисунок 14, лист 2

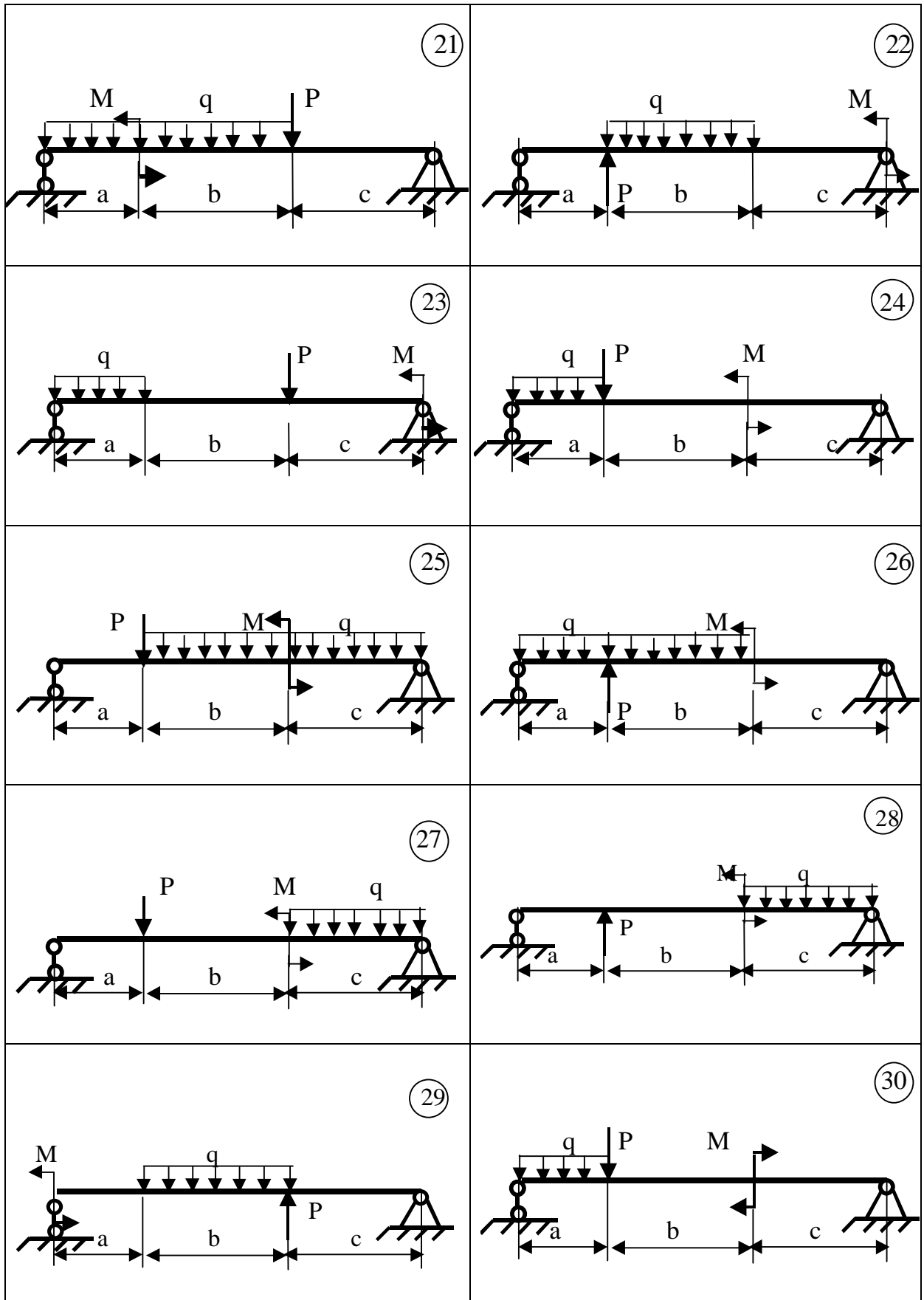


Рисунок 14, лист 3

Таблица 9

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Первая цифра шифра | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| a, м | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2,0 | 2,1 |
| b, м | 3,2 | 4,0 | 3,8 | 3,6 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,8 | 2,6 | 2,4 |
| c, м | 2,0 | 2,2 | 2,4 | 2,6 | 2,8 | 1,8 | 1,6 | 1,4 | 1,7 | 2,7 |

Таблица 10

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Вторая цифра шифра | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| M, кН·м | 15 | 10 | 20 | 12 | 14 | 15 | 16 | 14 | 18 | 20 |
| P, кН | 5 | 6 | 4 | 6 | 5 | 8 | 10 | 8 | 7 | 5 |
| q, кН/м | 6 | 8 | 4 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 4 | 5 |
| [σ], МПа | 150 | 180 | 170 | 150 | 160 | 190 | 200 | 210 | 160 | 180 |

Указания к выполнению задачи 1

- 1 Из условий равновесия определить реакции опор.
- 2 Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
- 3 Из условия прочности на изгиб по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

определить момент сопротивления W_x и подобрать размеры круглого, прямоугольного и двутаврового сечений.

4 Проверить выбранное сечение из условия прочности по касательным напряжениям

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{X \max}^{\text{отс}}}{b I_x} \leq [\tau],$$

где $[\tau] = 0.6 [\sigma]$.

5 Установить опасное сечение, так как сечение, в котором наиболее невыгодно сочетаются M и Q ($M_{\text{оп}}$, $Q_{\text{оп}}$).

6 Построить эпюры распределения нормальных и касательных напряжений по высоте опасного сечения и произвести полную проверку прочности по четвертой теории прочности:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{\sigma_{\text{оп}}^2 + 3 \tau_{\text{оп}}^2} \leq [\sigma], \text{ где } \sigma_{\text{оп}}, \tau_{\text{оп}} - \text{напряжения в опасной точке}$$

опасного сечения. Опасная точка – это точка, в которой наиболее невыгодно сочетаются нормальные и касательные напряжения.

Если опасных сечений несколько, то по одному из них подобрать сечение, а по другому – сделать проверку.

Пример решения задачи 1

Для стальной балки (рис.15) подобрать размеры двутаврового, круглого и прямоугольного (соотношение сторон $h : b = 2$) сечений, выбрать оптимальный вариант и произвести полную проверку на прочность по четвертой теории прочности, приняв $[S] = 150$ МПа, $[t] = 90$ МПа.

1. Из условий равновесия определяем реакции опор:

$$\sum M_A = 0,$$

$$-q \cdot 2 \cdot 1 - P \cdot 2 - M + R_B \cdot 3,4 = 0,$$

$$R_B = \frac{50 \cdot 2 \cdot 1 + 55 \cdot 2 + 40}{3,4} = 73,5 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; \quad q \cdot 2 \cdot 2,4 + P \cdot 1,4 - M - R_A \cdot 3,4 = 0,$$

$$R_A = \frac{50 \cdot 2 \cdot 2,4 + 55 \cdot 1,4 - 40}{3,4} = 81,5 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum P_y = 0, \quad R_A - q \cdot 2 - P + R_B = 0,$$

$$81,5 - 50 \cdot 2 - 55 + 73,5 = 0; \quad 155 - 155 = 0.$$

Следовательно, реакции определены верно.

2 Определяем значения поперечных сил и изгибающих моментов в характерных сечениях:

$$Q_1 = R_A = 81,5 \text{ кН}, \quad Q_2 = R_A - q \cdot 2 = 81,5 - 50 \cdot 2 = -18,5 \text{ кН};$$

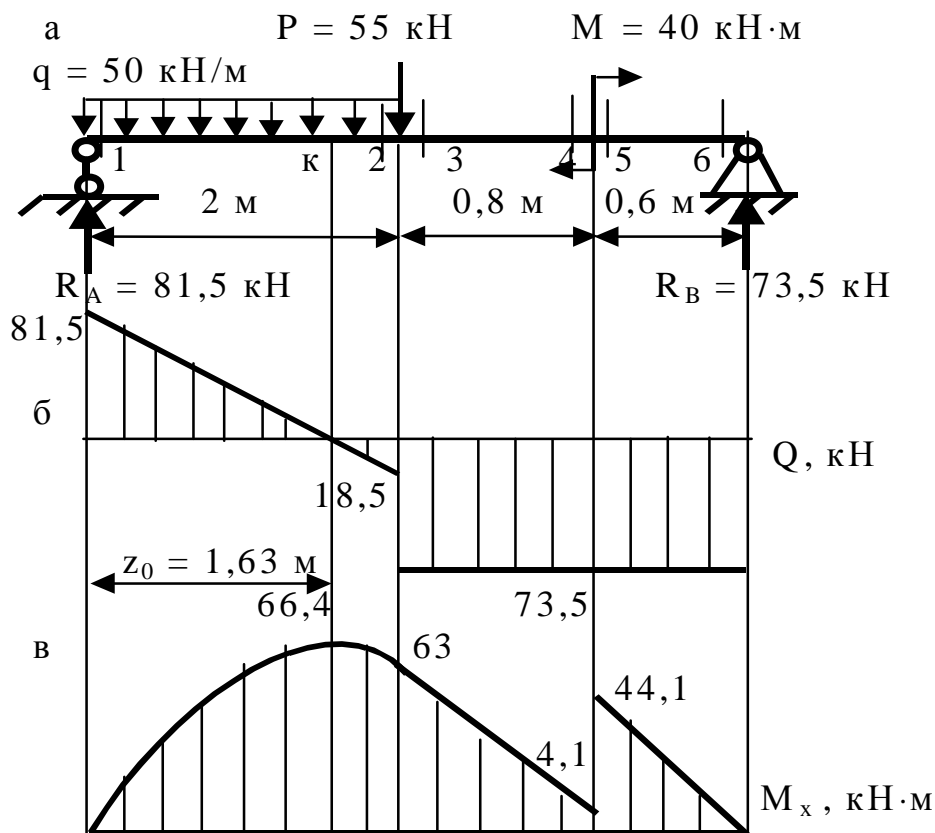
$$Z_0 = \frac{Q_1}{q} = \frac{81,5}{50} = 1,63 \text{ м};$$

$$Q_3 = R_A - q \cdot 2 - P = 81,5 - 50 \cdot 2 - 55 = -73,5 \text{ кН},$$

$$Q_4 = Q_3 = -73,5 \text{ кН}, \quad Q_5 = Q_4, \quad Q_6 = Q_5 = -73,5 \text{ кН}.$$

На участке 1-2 эпюра Q меняет знак, следовательно, на этом участке изгибающий момент имеет экстремальное значение:

$$M_1 = 0, \quad M_2 = R_A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 \stackrel{49}{=} 81,5 \cdot 2 - 50 \cdot 2 \cdot 1 = 63 \text{ кНм},$$



а – схема балки; б – эпюра поперечных сил;
в – эпюра изгибающих моментов
Рисунок 15 - Схема балки с эпюрами
внутренних усилий

$$M_K = R_A \cdot 1,63 - 50 \cdot 1,63 \cdot \frac{1,63}{2} = 66,4 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_3 = M_2 = 63 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_4 = R_B \cdot 0,6 - M = 73,5 \cdot 0,6 - 40 = 4,1 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_5 = R_B \cdot 0,6 = 73,5 \cdot 0,6 = 44,1 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad M_6 = 0.$$

3 Из эпюры изгибающих моментов находим максимальный по модулю изгибающий момент: $-M_{\max} = 66,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Из условия прочности определяем необходимый осевой момент сопротивления сечения:

$$W_X = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{66,4 \cdot 10^{-3}}{150} \cdot 10^6 = 443 \text{ см}^3.$$

4 Переходим к подбору сечений:

а) Двутавровое сечение.

По таблице сортамента (Писаренко Г.С. и др. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1988. – С. 98-100) подбираем необходимый номер двутавра (немного больший или равный полученному $W_x = 443 \text{ см}^3$).

Принимаем: двутавр № 30, $W_x=472 \text{ см}^3$, $H=30 \text{ см}$; $B=13,5 \text{ см}$; $d=0,65 \text{ см}$, $t=1,02 \text{ см}$, $F=46,5 \text{ см}^2$, $J_x=7080 \text{ см}^4$, $S_x=268 \text{ см}^3$.

$$\text{б) Круглое сечение - } W_x = \frac{pd^3}{32} = 0,1d^3 = 443 \text{ см}^3$$

$$\text{откуда } d = \sqrt[3]{\frac{443}{0,1}} = \sqrt[3]{4430} = 17,7 \text{ см}.$$

Принимаем: $d = 180 \text{ мм}$,

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot 18^2 = 252,7 \text{ см}^2.$$

в) Прямоугольное сечение -

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}b^3 = 443 \text{ см}^3$$

(здесь принято $h = 2b$).

$$b = \sqrt[3]{\frac{443 \cdot 3}{2}} = \sqrt[3]{669} = 8,7 \text{ см},$$

$$h = 2b = 2 \cdot 8,7 = 17,4 \text{ см},$$

$$F = bh = 8,7 \cdot 17,4 = 151,4 \text{ см}^2.$$

Сопоставляя три типа сечений – двутавровое, круглое и прямоугольное, видим, что наиболее рациональным есть двутавровое, так как его площадь наименьшая.

5 Теперь переходим к полной проверке прочности балки.

Из эпюр поперечных сил и изгибающих моментов (рис.15) определяем сечения, где $Q_{\max}=81,5 \text{ кН}$, $M_{\max}=66,4 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

По M_{\max} проверяем выбранное сечение на прочность по нормальным напряжениям:

$$s_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{66,4 \cdot 10^{-3}}{472 \cdot 10^{-6}} = 141 \langle [s] = 150 \text{ МПа}.$$

По Q_{\max} проверяем выбранное сечение на сдвиг:

$$t_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{x \max}^*}{bI_x} = \frac{81,5 \cdot 10^{-3} \cdot 268 \cdot 10^{-6}}{0,65 \cdot 10^{-2} \cdot 7080 \cdot 10^{-8}} = 41,5 \langle [t] = 90 \text{ МПа}.$$

Определяем эквивалентные напряжения в опасной в точке С (рис. 16) опасного сечения ($Q_{\text{оп}}=73,5 \text{ кН}$, $M_{\text{оп}}=63 \text{ кН}\cdot\text{м}$) по формуле

$$s_{\text{эkv}} = \sqrt{s_c^2 + 3t_c^2}.$$

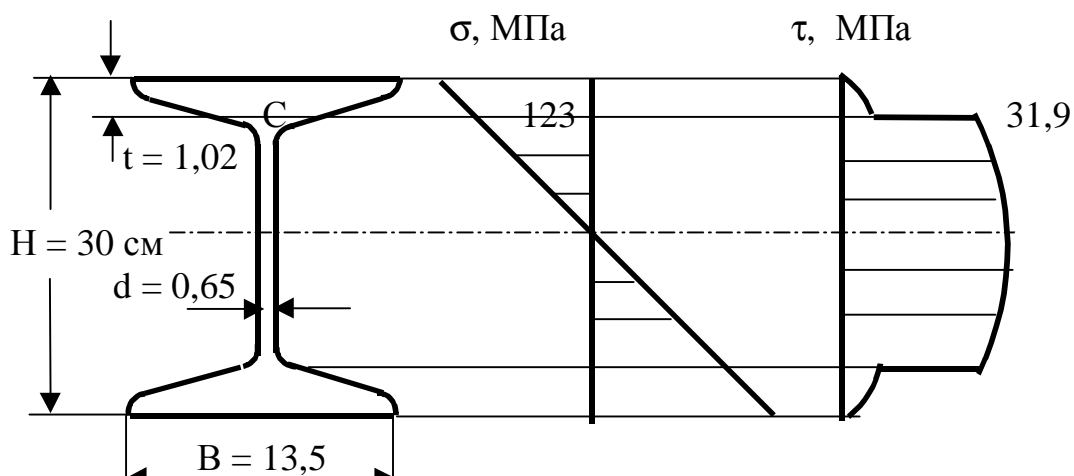


Рисунок 16 - Поперечное сечение. Эпюры нормальных и касательных напряжений

$$\sigma_c = \frac{M_{on} y_c}{I_X} = \frac{63 \cdot 10^{-3} \cdot 13,98 \cdot 10^{-2}}{7080 \cdot 10^{-8}} = 123 \text{ МПа} ,$$

$$y_c = \frac{H}{2} - t = \frac{30}{2} - 1,02 = 13,98 \text{ см} ,$$

$$\tau_c = \frac{Q_{on} S_X^{omc}}{b I_X} = \frac{73,5 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^{-6}}{0,65 \cdot 10^{-2} \cdot 7080 \cdot 10^{-8}} = 31,9 \text{ МПа} ,$$

$$S_X^{omc} = Bt \left(\frac{H}{2} - \frac{t}{2} \right) = 13,5 \cdot 1,02 \left(\frac{15}{2} - \frac{1,02}{2} \right) = 200 \text{ см}^3 ,$$

$$\sigma_{экр} = \sqrt{123^2 + 3 \cdot 31,9^2} = 135 < [\sigma] = 150 \text{ МПа} .$$

Таким образом, все условия прочности удовлетворены.

Задача 2

Для заданной балки, испытывающей сложный изгиб, (табл.11 и 12, рис.17)

определить наибольшие нормальные напряжения σ_{\max} и построить эпюру напряжений в опасном сечении.

Таблица 11

| Первая цифра шифра | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| a, м | 1,2 | 1,4 | 1,5 | 1,7 | 1,4 | 1,8 | 2,0 | 1,7 | 2,2 | 2,4 |
| b, м | 2,5 | 2,4 | 2,2 | 2,6 | 2,5 | 2,0 | 1,8 | 1,8 | 1,6 | 1,5 |
| c, м | 1,5 | 1,8 | 1,2 | 3,0 | 1,7 | 2,5 | 2,4 | 2,6 | 2,0 | 1,6 |
| P, кН | 5,0 | 4,0 | 3,0 | 2,5 | 2,8 | 3,3 | 2,8 | 2,6 | 3,0 | 3,2 |
| M, кН·м | 6,0 | 5,5 | 4,0 | 6,5 | 4,8 | 6,0 | 5,8 | 7,0 | 8,0 | 4,0 |

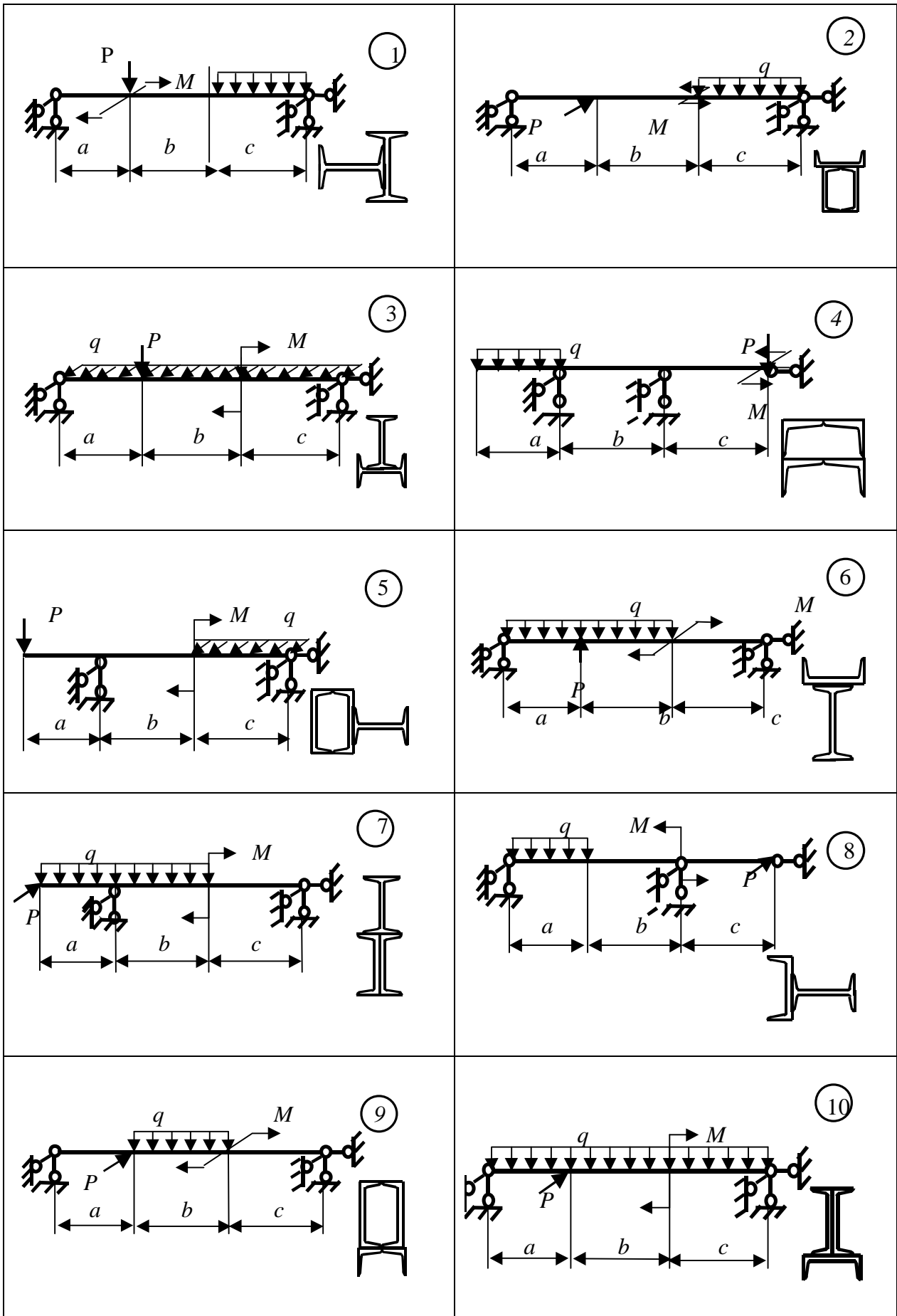


Рисунок 17

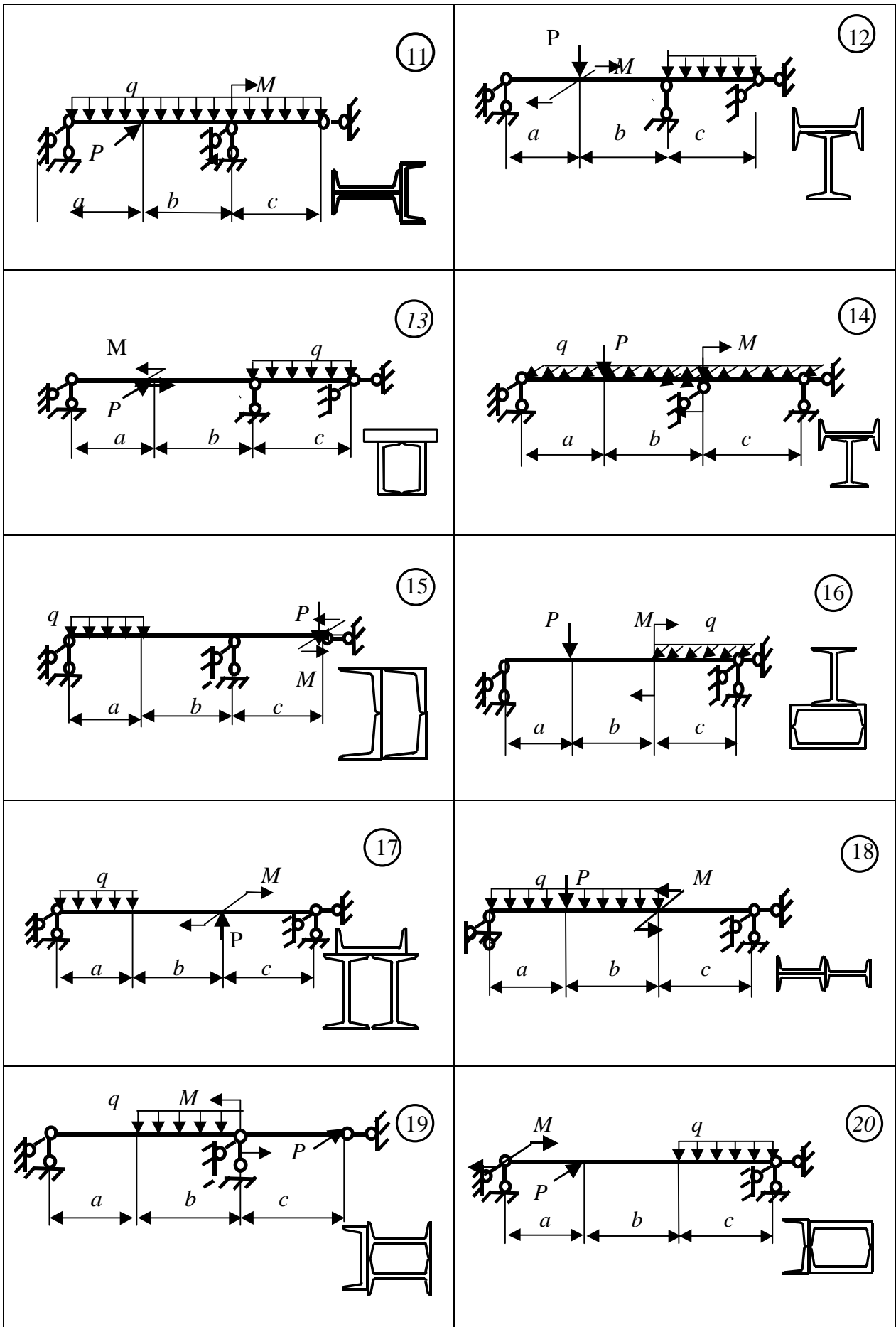


Рисунок 17, лист 2

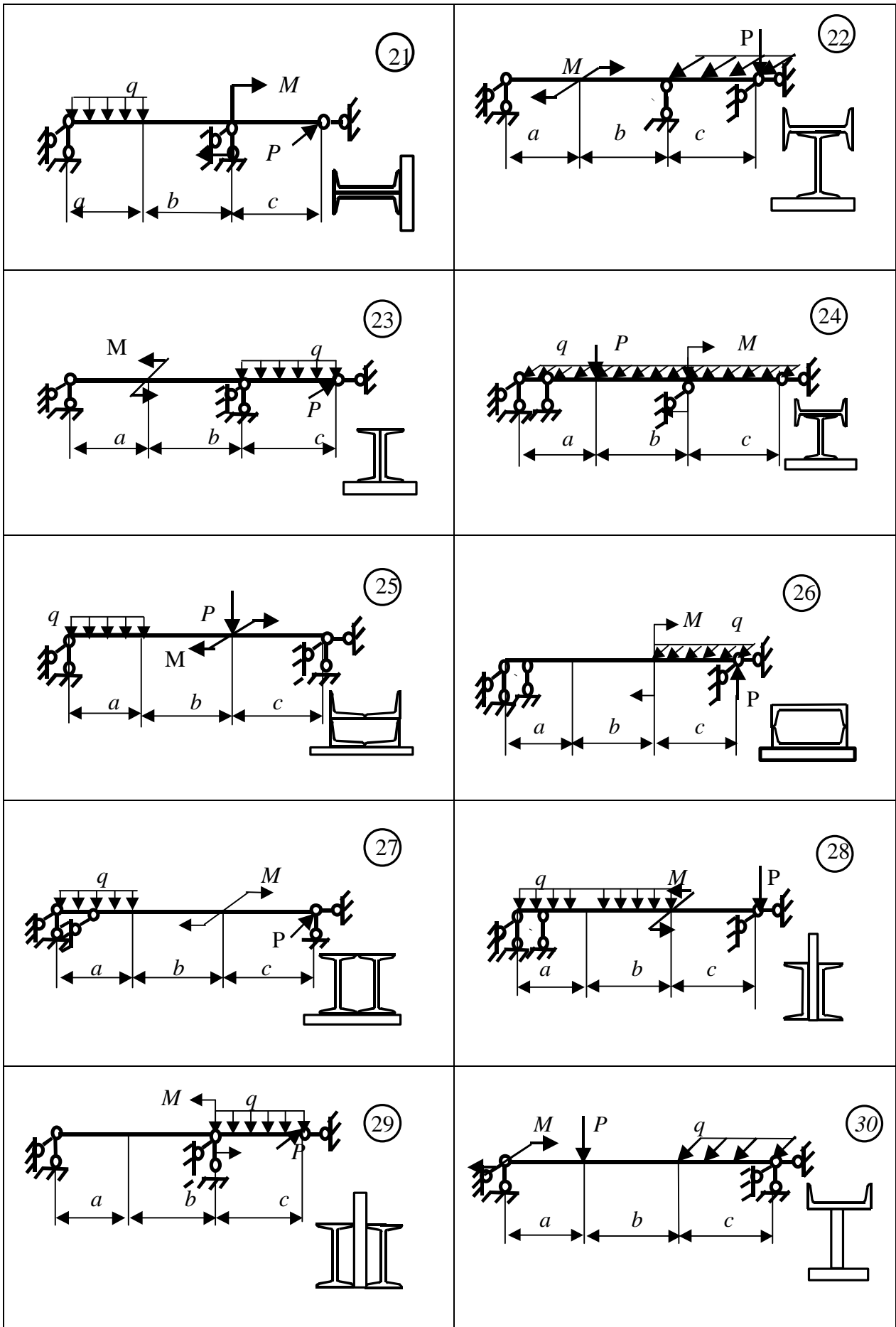


Рисунок 17, лист 3

Таблица 12

| | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|---------|---------|---------|---------|----------|-----------|------------|------------|------------|------------|
| Вторая цифра шифра | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| q, кН/м | 5 | 4 | 3 | 6 | 2 | 3.5 | 2.5 | 4.6 | 5.4 | 4.5 |
| Двутавр | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 30 |
| Швеллер | 24 | 27 | 20 | 22 | 22 | 18 | 27 | 30 | 33 | 36 |
| Полоса В*h см ² | 150X12 | 170X14 | 180X16 | 200X18 | 220X20 | 240X24 | 260X20 | 230X20 | 240X40 | 180X24 |
| Уголок | 40X25X4 | 50X32X4 | 63X40X6 | 75X50X8 | 100X63X8 | 125X80X10 | 160X100X12 | 180X110X10 | 200X125X14 | 250X160X18 |

Указания к выполнению задачи 2

1 Нагрузку разложить по главным плоскостям.

2 Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов в этих плоскостях.

3 По наибольшим величинам изгибающих моментов найти опасное сечение (их может быть несколько).

4 Записать условие прочности

$$s_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_A + \frac{M_y}{I_y} x_A \leq [s],$$

где M_x и M_y - изгибающие моменты в опасном сечении в вертикальной и горизонтальной плоскостях; J_x и J_y - моменты инерции сечения относительно главных центральных осей; X_A и Y_A - координаты опасной точки опасного сечения.

5 Для построения эпюры напряжений необходимо найти положение нейтральной оси сечения. Оно определяется углом между горизонтальной и нейтральной осями:

$$\operatorname{tg} b = \left| \frac{M_y}{M_x} \right| \frac{I_x}{I_y}.$$

6 Построить эпюру распределения напряжений в опасном сечении.

Пример решения задачи 2

1 Прикладываем силы, действующие в вертикальной плоскости (рис 18, в).

От них определяем реакции опор:

$$\sum M_A = 0,$$

$$R_B^B \cdot 3 - q \cdot 1.6 \cdot 2.2 = 0, \quad R_B^B = \frac{30 \cdot 1.6 \cdot 2.2}{3} = 35.2 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0, \quad -R_A^B \cdot 3 + q \cdot 1.6 \cdot 0.8 = 0, \quad R_A^B = \frac{30 \cdot 1.6 \cdot 0.8}{3} = 12.8 \text{ кН}.$$

Значения моментов в характерных сечениях равны:

$$M_1 = 0, \quad M_2 = R_A^B \cdot 1.4 = 12.8 \cdot 1.4 = 17.9 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M_3 = M_2 = 17.9 \text{ кН}\cdot\text{м}; \quad M_4 = 0,$$

$$M_{\max} = R_B^B \cdot 1.17 - q \cdot 1.17 \cdot \frac{1.17}{2} = 35.5 \cdot 1.17 - 30 \cdot 1.17 \cdot \frac{1.17}{2} = 20.6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

2 По этим значениям строим эпюру изгибающих моментов M_x (рис.18, д). Прикладываем силы, действующие в горизонтальной плоскости (рис. 19е). Снова определяем реакции опор и строим эпюры Q_x и M_y (рис. 19ж, 19з).

$$\sum M_A = 0; \quad P \cdot 1.4 + M - R_B^{\Gamma} \cdot 3 = 0 \quad R_B^{\Gamma} = \frac{25 \cdot 1.4 + 20}{3} = 18.3 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0; \quad R_A^{\Gamma} \cdot 3 - P \cdot 1.6 + M = 0;$$

$$R_A^{\Gamma} = \frac{25 \cdot 1.6 - 20}{3} = 6.7 \text{ кН};$$

$$M_1 = 0, \quad M_2 = M_3 = -R_A^{\Gamma} \cdot 1.4 = 6.7 \cdot 1.4 = -9.4 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M_4 = M = 20 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

3 Анализируем эпюры M_x и M_y (рис.18, д и 18, з), выбираем опасное сечение.

Таких сечений три: а) $M_x = 17.9 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $M_y = 9.4 \text{ кН}\cdot\text{м}$; б) $M_x = 20.6 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $M_y = 1.4 \text{ кН}\cdot\text{м}$; в) $M_x = 0$; $M_y = 20 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

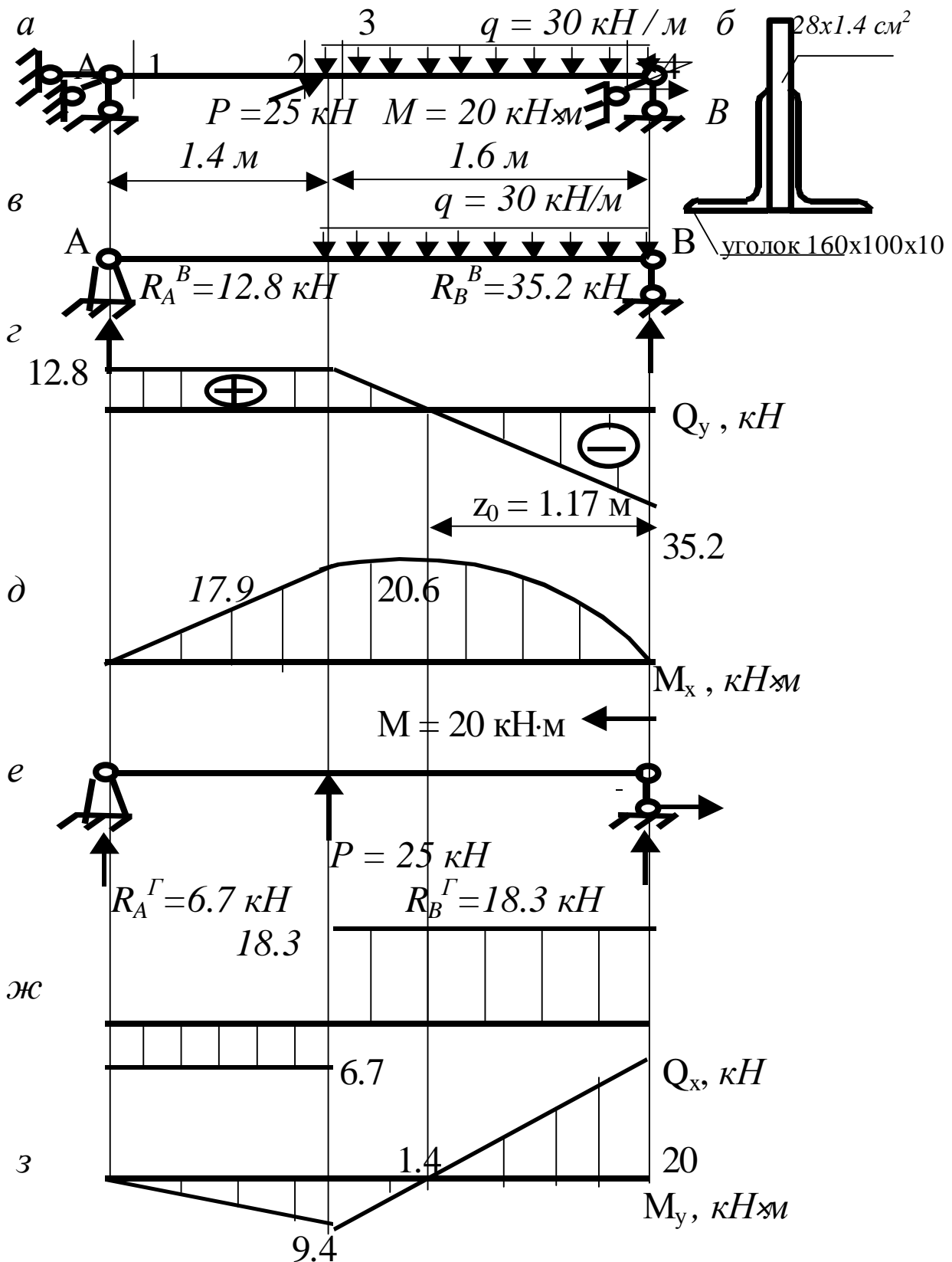
Анализируя усилия, видим, что опасным является вариант «а».

Определяем геометрические характеристики сечения: положение центра тяжести сечения и моменты инерции относительно главных центральных осей. Для этого вычерчиваем сечение в масштабе (рис.19). Из сортамента выписываем необходимые геометрические характеристики: для уголка 160x100x10 $F=25.28 \text{ см}^2$, $x_0=2.28 \text{ см}$, $y_0=5.23 \text{ см}$, $I_x=666.6 \text{ см}^4$, $I_y = 204.09 \text{ см}^4$.

Положение центра тяжести сечения

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ci} F_i}{F} = \frac{y_{c1} F_1 + y_{c2} F_2 + y_{c3} F_3}{F_1 + F_2 + F_3}, \text{ где } y_{c_i} - \text{координата центра тяжести}$$

i -той фигуры, F_i – ее площадь ($F_1=F_2=25.28 \text{ см}^2$ – площади уголков, $F_3=28 \cdot 1.4=39.2 \text{ см}^2$ – площадь полосы).



а- схема балки; б –поперечное сечение балки; в - схема сил, действующих на балку в вертикальной плоскости; г –эпюра поперечных сил Q_y ; д–эпюра M_x ; е –схема сил, действующих на балку в горизонтальной плоскости; ж -эпюра Q_x ; з– эпюра M_y

Рисунок 18

Начало отсчета принимаем в центрах тяжести уголков, так как ось X проводим через C₁ и C₂, тогда

$$y_{c3} = \frac{28}{2} - y_0 = \frac{28}{2} - 5,23 = 8,77 \text{ см},$$

$$y_c = \frac{8,77 \cdot 28 \cdot 1,4}{25,28 + 25,28 + 39,2} = \frac{8,77 \cdot 39,2}{89,76} = 3,83 \text{ см}.$$

Находим моменты инерции сечения по формуле

$$J_{X_c} = \sum_{i=1}^n [J_{X_{c_i}} + a_i^2 F_i],$$

где J_{X_{ci}} - моменты инерции каждой из фигур относительно собственных осей X_{ci};

a_i – расстояние между осью X_c и X_{ci}.

$$J_{xc} = 2[666,6 + 3,83^2 \cdot 25,28] + \frac{1,4 \cdot 28^3}{12} + (8,77 - 3,83)^2 \cdot 39,2 = 5093 \text{ см}^4,$$

$$J_{yc} = \sum_{i=1}^n (J_{y_{c_i}} + b_i^2 F_i) = 2[204 + (2,28 + 0,7)^2 \cdot 25,28] + \frac{28 \cdot 1,4^3}{12} = 860 \text{ см}^4.$$

Определяем положение нейтральной оси:

$$\operatorname{tg} b = \left| \frac{M_y}{M_x} \right| \left| \frac{I_x}{I_y} \right| = \left| \frac{9,4}{17,9} \right| \cdot \frac{5093}{860} = 3,11,$$

откуда $b = 72^\circ$.

Для того, чтобы выяснить, через какой квадрант проходит нейтральная ось (рис. 19), выясним знаки составляющих напряжений от M_x и M_y. Так как момент M_x (см. рис.18, д) сжимает верхние волокна, то от него напряжения выше оси X_c отрицательные, а ниже – положительные.

Момент M_y = 9,4кН·м (см.рис.18, з), сжимает волокна слева от оси Y_c, поэтому слева напряжения от него отрицательные, а справа – положительные.

Теперь из рис.20 видно, что нейтральная ось пройдет через первый и третий квадранты, где напряжения от моментов M_x и M_y - с разными знаками.

Находим напряжения в наиболее удаленных точках А и В:

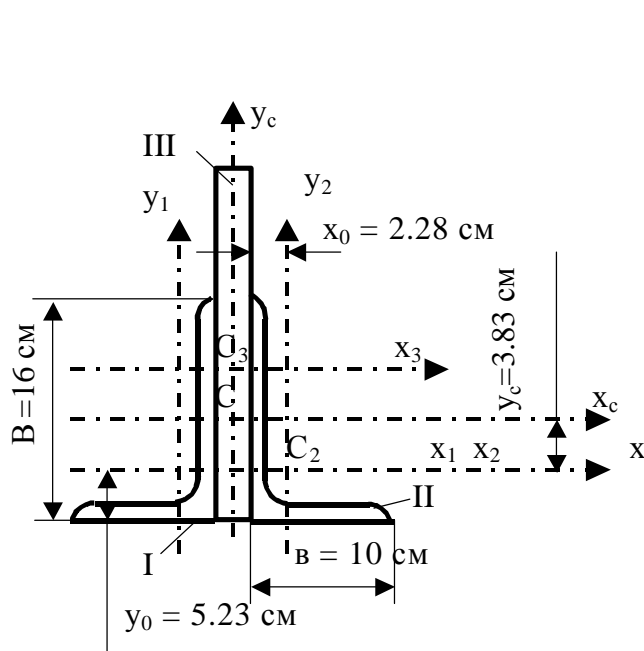


Рисунок 19

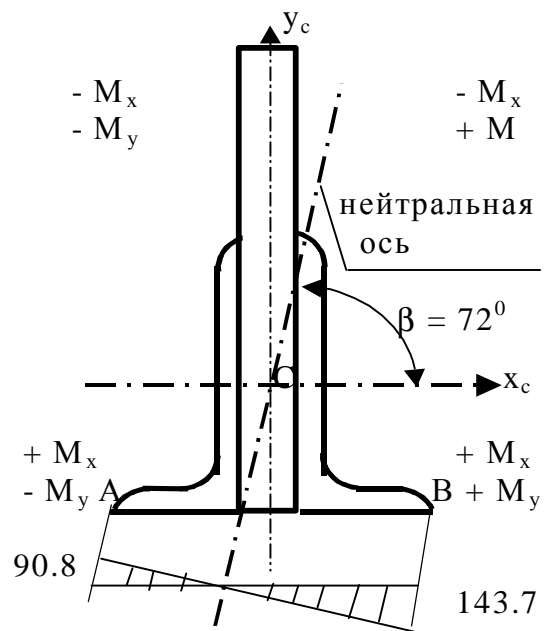


Рисунок 20 - Эпюра напряжений в опасном сечении, МПа

$$s_A = \frac{M_x y_A}{J_x} + \frac{M_y x_A}{J_y} = \frac{17,9 \cdot 10^{-3} \cdot 8,06 \cdot 10^{-2}}{5093 \cdot 10^{-8}} + \frac{9,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10,7 \cdot 10^{-2}}{860 \cdot 10^{-8}} = 26,7 + 117 = 143,7 \text{ МПа},$$

$$y_A = y_0 + y_c = 5,23 + 3,83 = 8,06 \text{ см},$$

$$X_A = b + \frac{d}{2} = 10 + \frac{1,4}{2} = 10,7 \text{ см};$$

$$s_B = \frac{M_x y_B}{J_x} - \frac{M_y x_B}{J_y} = \frac{17,9 \cdot 10^{-3} \cdot 8,06 \cdot 10^{-2}}{5093 \cdot 10^{-8}} - \frac{9,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10,7 \cdot 10^{-2}}{860 \cdot 10^{-8}} = -90,3 \text{ МПа},$$

$$Y_B = Y_A = Y_0 + Y_c = 5.23 + 3.83 = 8,06 \text{ см}, \quad |X_B| = |X_A| = 10,7 \text{ см}.$$

Задача 3

Подобрать диаметр вала промежуточной ступени редуктора (табл.13, 14 и рис.21). Мощность, передаваемая валом, - N, скорость вращения вала - n (обороты в минуту).

Соотношения между усилиями в зацеплении $T = 0,324P$; $S = 0,4P$.

Допускаемое напряжение $[S] = 80 \text{ МПа}$.

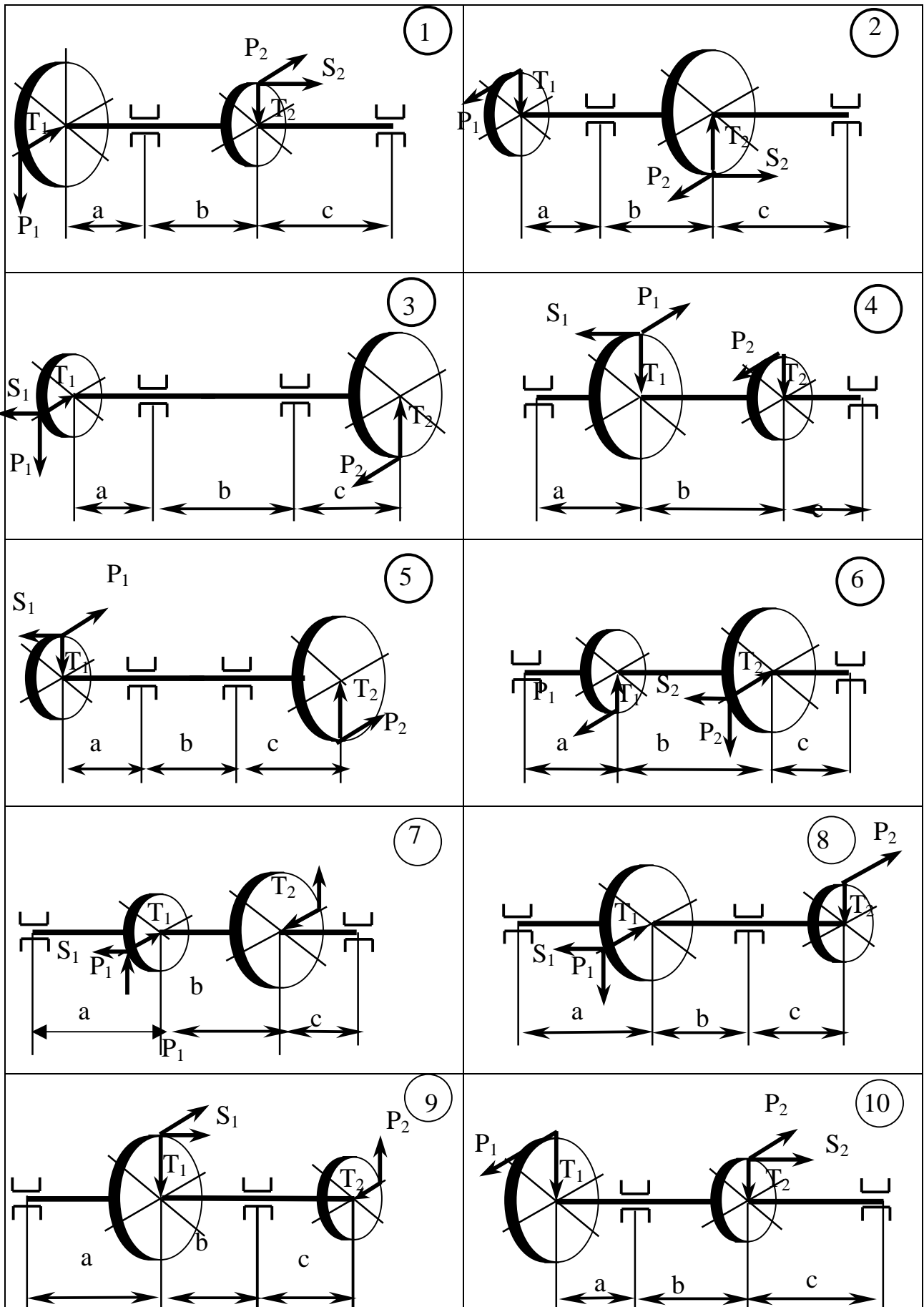


Рисунок 21

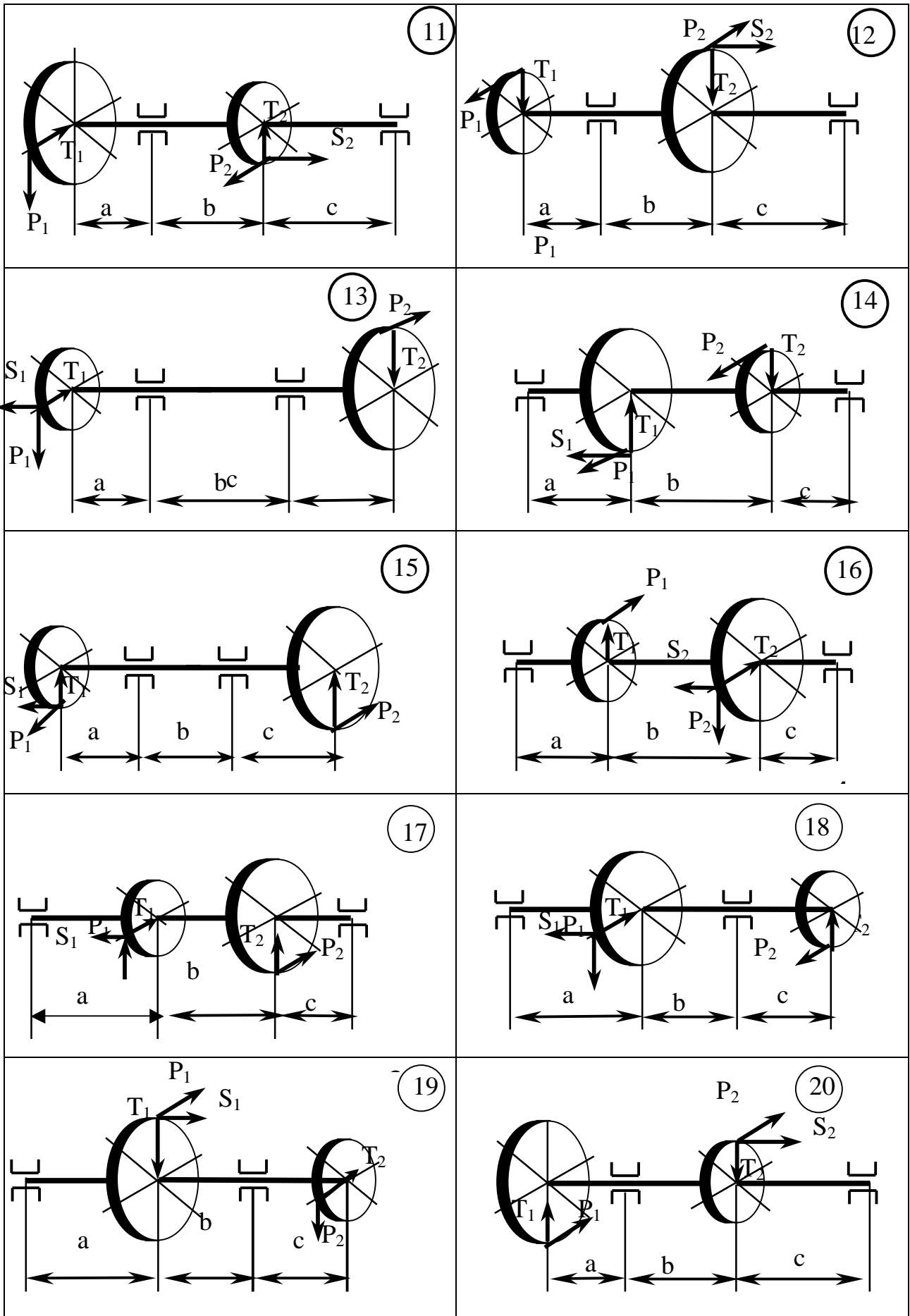


Рисунок 21, лист 2

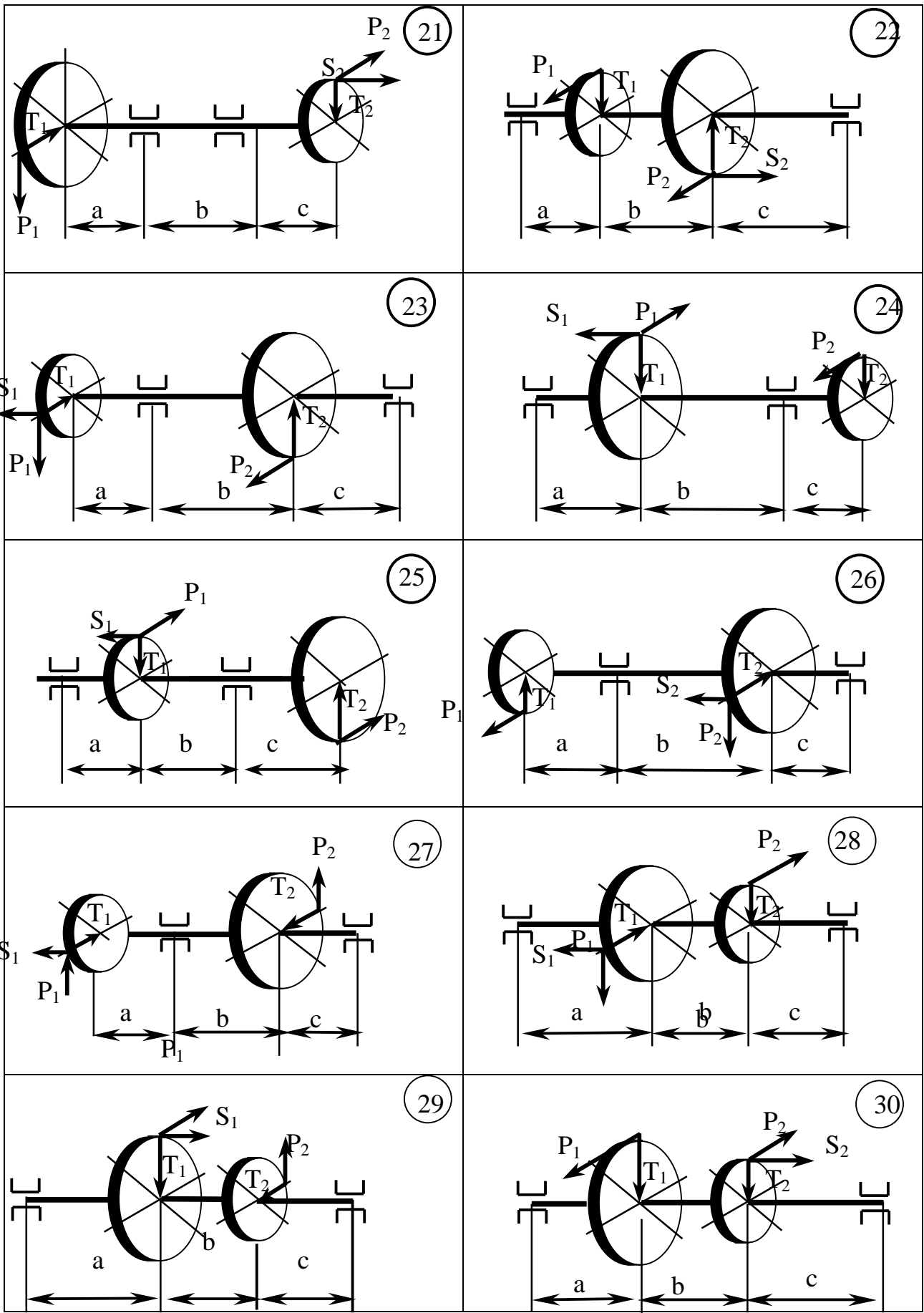


Рисунок 21, лист 3

Таблица 13

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Первая цифра шифра | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| N, кВт | 10 | 35 | 20 | 45 | 15 | 25 | 50 | 30 | 55 | 40 |
| D ₁ , м | 0,5 | 0,9 | 0,6 | 0,8 | 0,5 | 0,9 | 0,6 | 0,8 | 0,7 | 0,8 |
| D ₂ , м | 0,4 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,6 |

Таблица 14

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Вторая цифра шифра | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| n, об/мин | 100 | 350 | 200 | 450 | 300 | 150 | 500 | 250 | 400 | 350 |
| a, м | 0,7 | 0,5 | 0,4 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 0,6 | 0,5 |
| b, м | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,5 | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,6 |
| c, м | 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,6 | 0,7 | 0,5 | 0,7 |

Указания к выполнению задачи 3

1 Определить моменты и силы, действующие на вал (рис.22, б):

$$M_k = \frac{30N}{\pi n}, \text{ где } N\text{-мощность, передаваемая валом, } n\text{-его число оборотов в}$$

минуту;

$$P_i = \frac{2M_k}{D_i}, \quad T_i = 0,324 P_i, \quad S_i = 0,4 P_i$$

2 Все силы привести к оси вала (см. рис.22, б).

3 Приложить к оси вала силы, действующие в вертикальной плоскости (рис.22, в), от них определить реакции опор и построить эпюру изгибающих моментов (рис.22, г).

4 Приложить к оси вала силы, действующие в горизонтальной плоскости (рис.22, д), от них определить реакции опор и построить эпюру изгибающих моментов (рис.22, е).

5 Приложить к оси вала моменты, скручивающие вал, от них построить эпюру крутящих моментов (рис.22, ж, з).

6 По формуле $M_{изг} = \sqrt{M_{верт}^2 + M_{гор}^2}$ найти в характерных сечениях суммарный изгибающий момент и построить эпюру (см. рис.22, з).

7 Анализируя эпюры крутящих моментов (см. рис.22, ж) и суммарных изгибающих моментов (рис.22, и), найти опасное сечение.

8 Из условия прочности $s_{экр}^{III} = \frac{M_{np}^{III}}{W_0} \leq [s]$ определить необходимый

момент сопротивления:

$$W_0 \geq \frac{M_{np}^{III}}{[\sigma]}, \text{ где } M_{np}^{III} = \sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2}.$$

Здесь $M_{изг}$, $M_{кр}$ – суммарный изгибающий момент и крутящий момент в опасном сечении.

9 Найти необходимый диаметр вала:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{ПП}^{III} \cdot 32}{\rho[\sigma]}}, \text{ и округлить до рекомендуемого.}$$

Пример решения задачи 3

Определить диаметр вала промежуточной ступени редуктора, схема которого показана на рис.22а. Мощность, передаваемая валом, $N = 75$ кВт, скорость вращения вала $n = 450$ об/мин. Радиальное усилие $T = 0,324 P$, осевое усилие $S = 0,4P$. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 80$ МПа.

1 Определим усилия в зацеплении колеса и шестерен. Крутящий момент, передаваемый валом, $M_{кр} = \frac{30N}{\rho n} = \frac{30 \cdot 75}{\rho \cdot 450} = 1,59 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

$$M_{кр} = P_1 \frac{D_1}{2} = P_2 \frac{D_2}{2}; \quad P_1 = \frac{2M_{кр}}{D_1} = \frac{2 \cdot 1,59}{0,9} = 3,54 \text{ кН}; \quad P_2 = \frac{2M_{кр}}{D_2} = \frac{2 \cdot 1,59}{0,3} = 10,6 \text{ кН}.$$

$$T_1 = 0,324 P_1 = 0,324 \cdot 3,54 = 1,14 \text{ кН}; \quad T_2 = 0,324 P_2 = 0,324 \cdot 10,6 = 3,45 \text{ кН};$$

$$S_2 = 0,4 P_2 = 0,4 \cdot 10,6 = 4,24 \text{ кН}.$$

Далее изображаем вал с действующими на него нагрузками в вертикальной плоскости (рис. 22, в) и в горизонтальной плоскости (рис. 22, д), определяем вертикальные и горизонтальные реакции и строим эпюры изгибающих моментов в двух плоскостях.

Реакции опор в вертикальной плоскости:

$$\sum M_A^B = 0, \quad R_B^{верт} \cdot 0,6 - T_2 \cdot 0,5 - S_2 \cdot 0,15 - T_1 \cdot 0,2 = 0,$$

$$R_B^{верт} = \frac{3,45 \cdot 0,5 + 4,24 \cdot 0,15 + 1,14 \cdot 0,2}{0,6} = 2,24 \text{ кН};$$

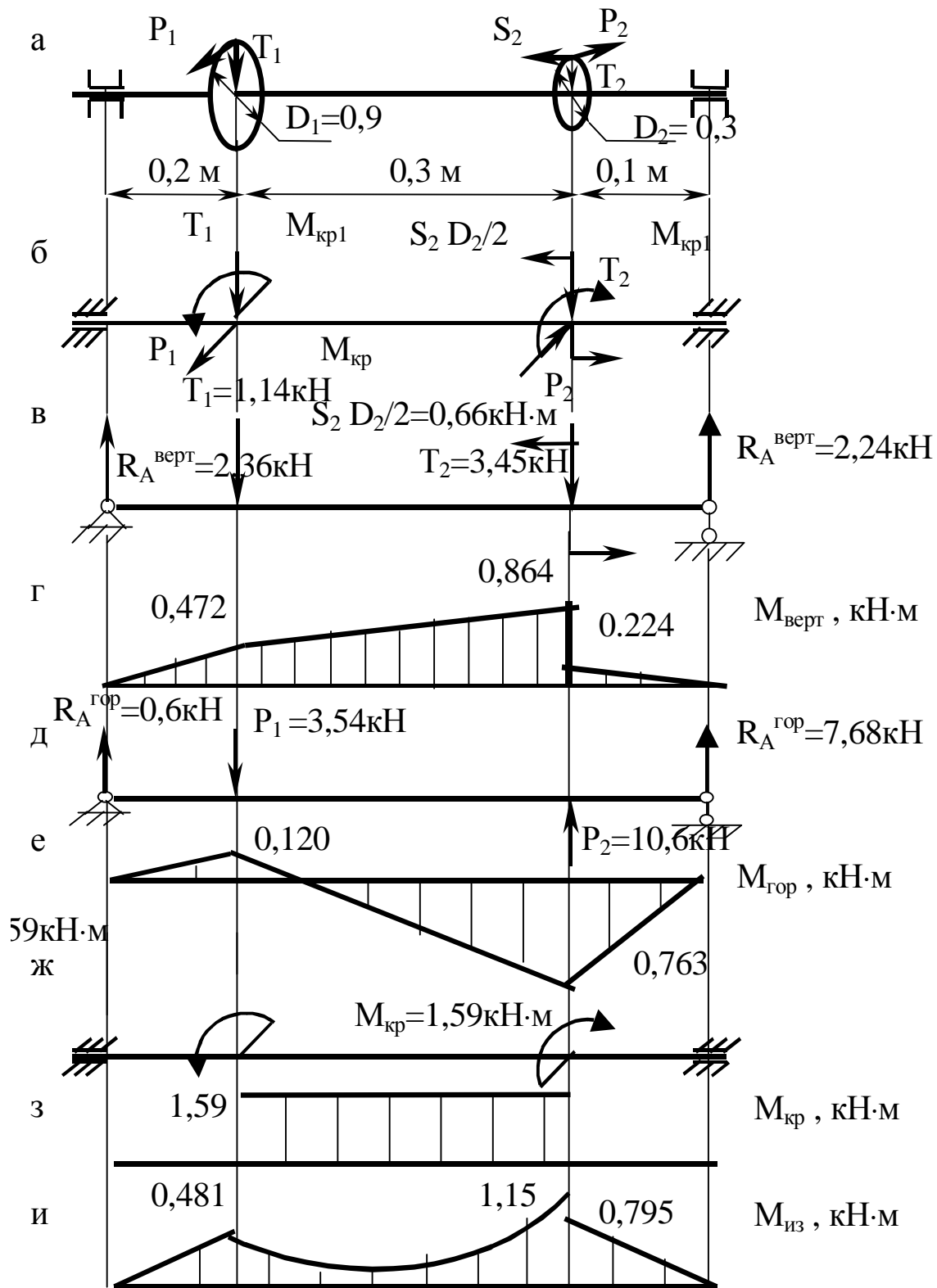
$$\sum M_B^B = 0, \quad -R_A^{верт} \cdot 0,6 + T_1 \cdot 0,4 - S_2 \cdot 0,15 + T_2 \cdot 0,1 = 0,$$

$$R_A^{верт} = \frac{1,14 \cdot 0,4 + 3,45 \cdot 0,1 - 4,24 \cdot 0,15}{0,6} = 2,36 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum P_{iy} = 0; \quad -T_1 - T_2 + R_A^{верт} + R_B^{верт} = 0,$$

$$-1,14 - 3,45 + 2,24 + 2,36 = -4,59 + 4,60 \approx 0.$$



а – схема вала; б -приведение всех сил к оси вала; в – силы, действующие на вал в вертикальной плоскости; г – эпюра изгибающих моментов $M_{верт}$, д – силы, действующие на вал в горизонтальной плоскости; е - эпюра изгибающих моментов $M_{гор}$, ж -моменты, скручивающие вал; з -эпюра крутящих моментов $M_{кр}$; и – суммарная эпюра изгибающих моментов

Рисунок 22

Реакции опор в горизонтальной плоскости:

$$\sum M_A^{\Gamma} = 0, \quad -R_B^{\text{зоп}} \cdot 0,6 + P_2 \cdot 0,5 - P_1 \cdot 0,2 = 0,$$

$$R_B^{\text{зоп}} = \frac{10,5 \cdot 0,5 - 3,54 \cdot 0,2}{0,6} = 7,63 \text{ кН};$$

$$\sum M_B^{\Gamma} = 0, \quad -R_A^{\text{зоп}} \cdot 0,6 + P_1 \cdot 0,4 - P_2 \cdot 0,1 = 0,$$

$$R_A^{\text{зоп}} = \frac{3,54 \cdot 0,4 - 10,5 \cdot 0,1}{0,6} = 0,6 \text{ кН}.$$

Проверка: $\sum P_{ix} = 0, \quad P_2 - P_1 + R_A^{\text{зоп}} + R_B^{\text{зоп}} = 0,$

$$0,6 + 10,6 - 3,54 - 7,63 = 11,2 - 11,17 \approx 0.$$

Опасным является сечение, где приведенный момент наибольший, - слева от малого зубчатого колеса

$$M_{пр}^{III} = \sqrt{M_{верт}^2 + M_{зоп}^2 + M_{кр}^2} = \sqrt{0,864^2 + 0,763^2 + 1,59^2} = 1,96 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{1,96 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{p \cdot 80}} = 0,063 \text{ м}, \text{ принимаем } d = 65 \text{ мм}.$$

2.4 Расчетно-графическая работа №3

Расчет статически неопределимых систем методом сил и расчеты на устойчивость

Задача 1

Для неразрезной балки (рис.23) построить эпюры внутренних усилий, подобрать двутавровое сечение и определить прогиб сечения К и угол поворота сечения А. Данные взять из табл.15 и 16, $[S] = 160 \text{ МПа}$.

Таблица 15

| Первая цифра шифра | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| а, м | 2,6 | 2,4 | 2,5 | 2,2 | 3,0 | 2,6 | 2,4 | 1,8 | 2,6 | 2,0 |
| б, м | 4,2 | 3,4 | 4,0 | 3,6 | 4,5 | 3,0 | 3,5 | 2,5 | 3,2 | 4,4 |
| с, м | 1,2 | 1,0 | 0,8 | 0,9 | 1,3 | 1,1 | 0,9 | 0,8 | 1,0 | 1,4 |

Таблица 16

| Вторая цифра шифра | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| q, кН/м | 20 | 30 | 22 | 32 | 24 | 34 | 26 | 36 | 28 | 40 |
| P, кН | 35 | 42 | 38 | 58 | 40 | 56 | 45 | 54 | 50 | 52 |
| M, кН·м | 60 | 25 | 65 | 35 | 48 | 30 | 56 | 32 | 40 | 62 |

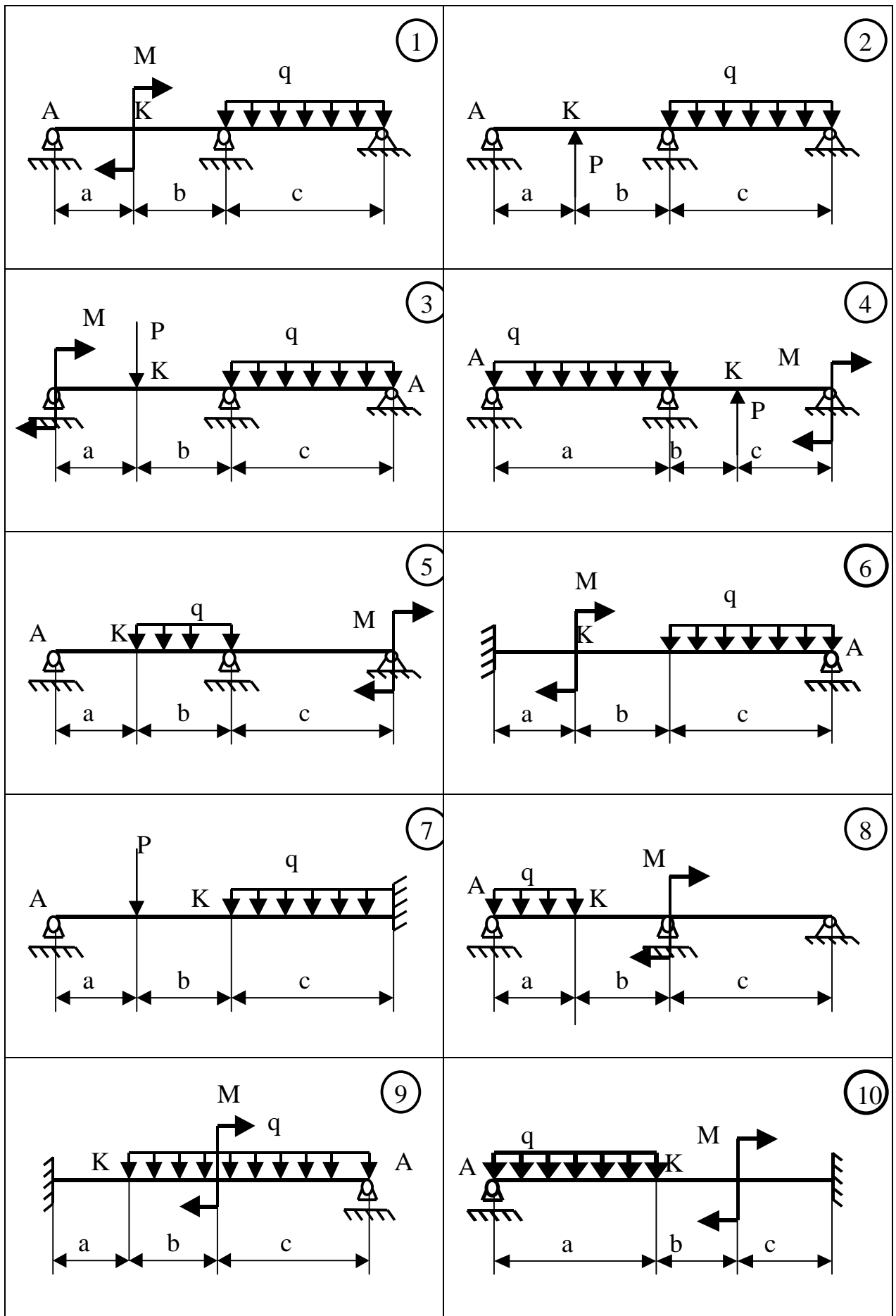


Рисунок 23

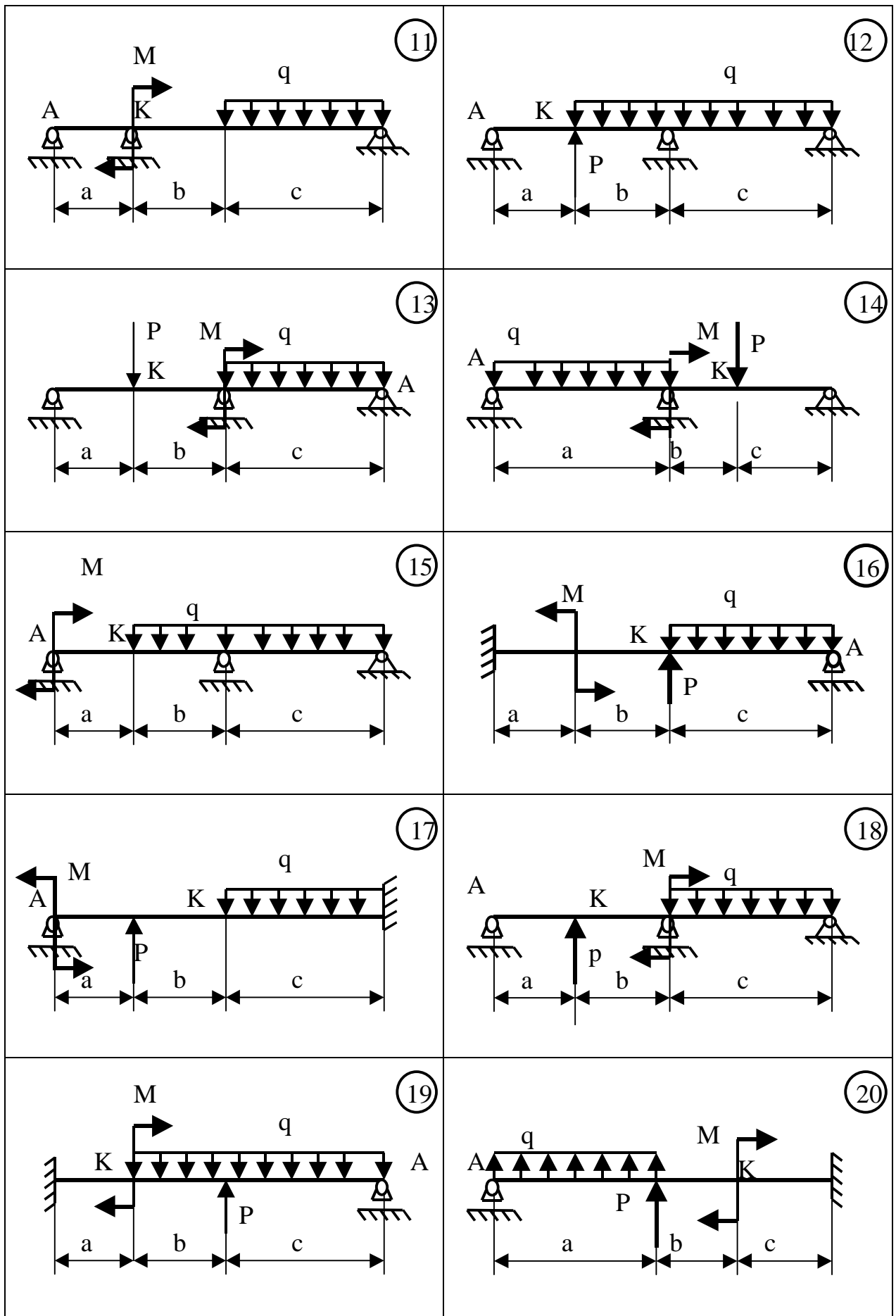


Рисунок 23, лист 2

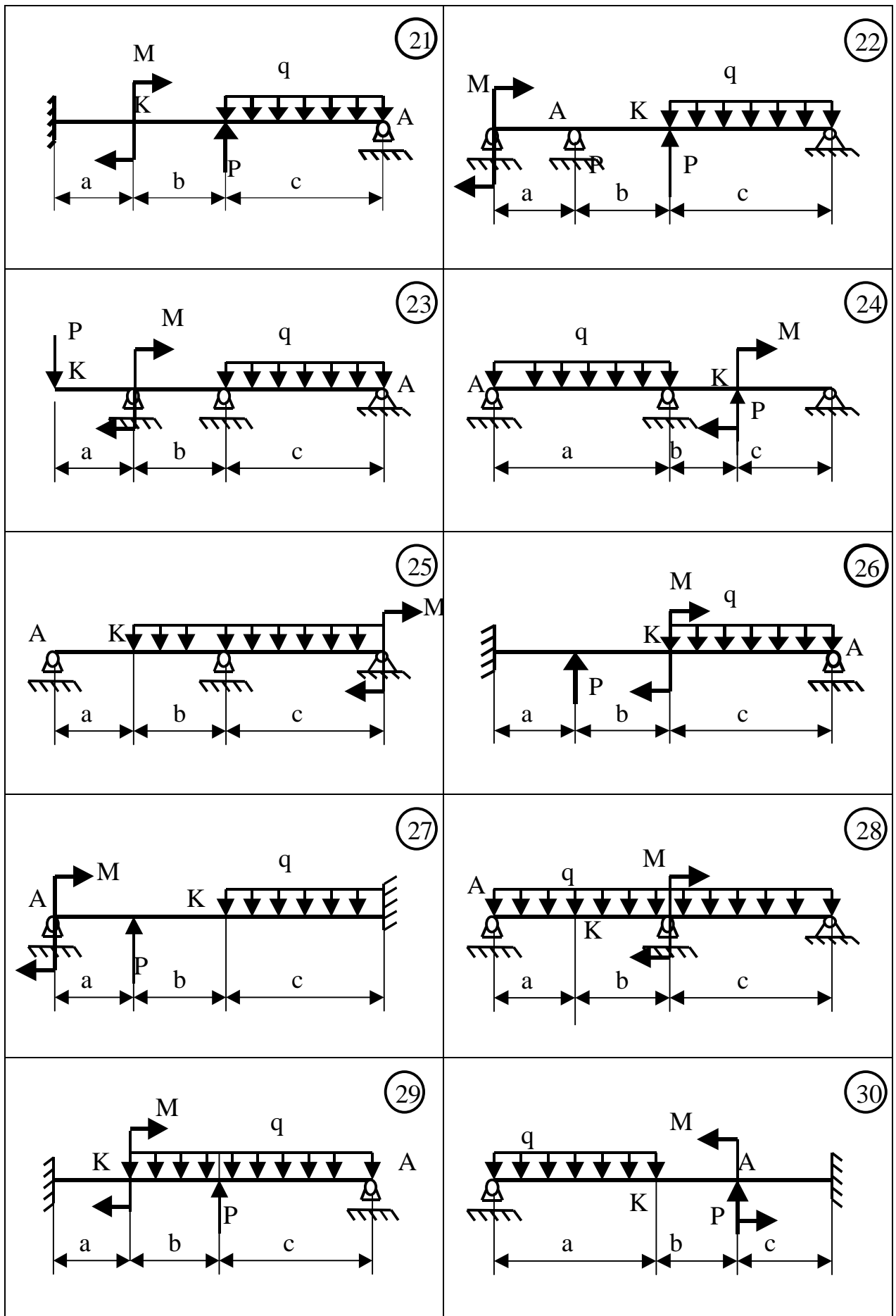


Рисунок 23, лист 3

Указания к решению задачи 1

Для расчета неразрезных балок применить метод сил в следующем порядке:

1 Установить степень статической неопределимости S .

2 Выбрать основную систему путем врезания шарниров в местах промежуточных опор или замены заделки шарнирно-неподвижной опорой.

3 Построить эквивалентную систему, для чего к основной системе приложить внешние нагрузки и неизвестные усилия (моменты в местах врезанных шарниров).

4 Составить систему канонических уравнений.

5 Построить эпюры изгибающих моментов отдельно от внешних нагрузок и от единичных моментов, примененных в местах постановки шарниров.

6 Путем “перемножения” эпюр определить коэффициенты канонических уравнений и свободные члены.

При этом удобно пользоваться общей формулой, полученной при “перемножении” параболической и прямолинейной трапеций (рис.24).

6 Решить систему уравнений и определить неизвестные моменты. К каждой отдельной балке приложить заданную нагрузку, вычисленные опорные моменты и построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

7 По наибольшему изгибающему моменту из условия прочности на изгиб определить момент сопротивления и из таблиц сортамента подобрать двутавр.

8 Используя один из способов “перемножения” эпюр, определить прогиб и угол поворота в указанных сечениях.

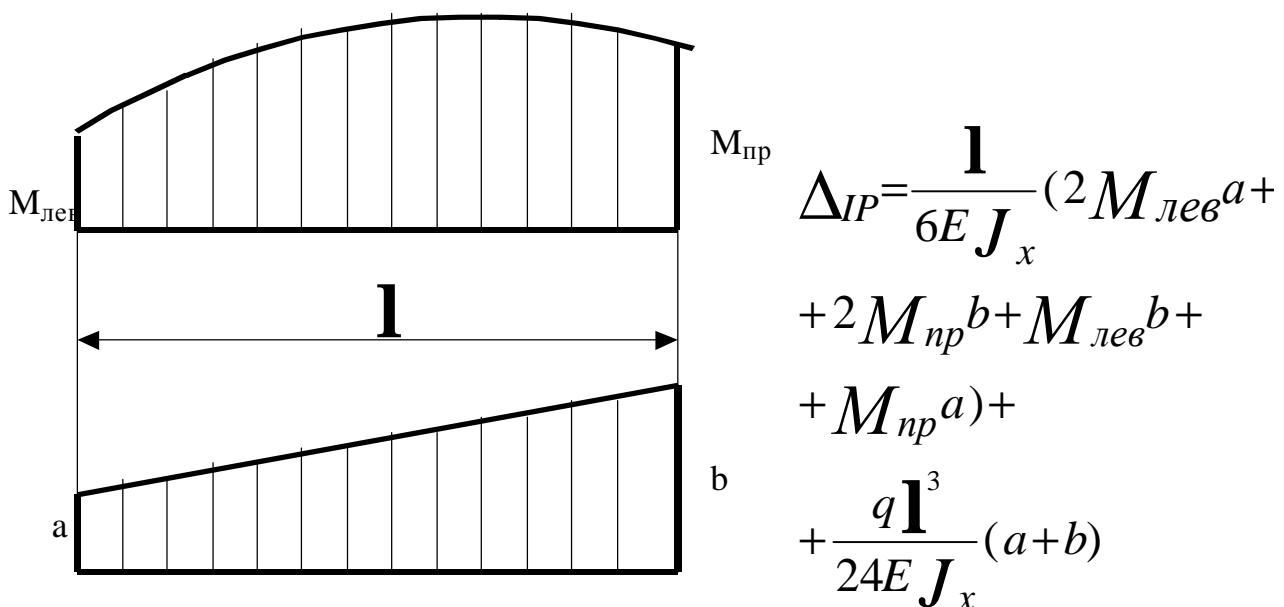


Рисунок 24

Пример решения задачи 1

1 Расчет начинаем с определения степени статической неопределимости. Так как неизвестных реакций четыре (см. рис. 25,а), а уравнений статики можно составить только три, то данная задача один раз статически неопределима.

2 Для неразрезной балки в качестве основной системы лучше выбирать такую же балку, но с врезанным шарниром на промежуточной опоре (рис.25,б). К основной системе прикладываем заданную нагрузку и моменты X_1 – получаем эквивалентную систему (рис.25, в).

3 Врезав шарнир на промежуточной опоре, получили две независимые балки. К ним прикладываем внешнюю нагрузку (рис.25, г), определяем реакции опор и строим эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки (рис.25, д).

4 Снимаем заданную нагрузку, к ненагруженной системе прикладываем моменты $X_1=1$ и от них строим эпюру изгибающих моментов (рис.25,е).

5 Составляем каноническое уравнение

$$d_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0.$$

6 Коэффициенты уравнения δ_{11} и Δ_{1p} определяем методом Мора путем “перемножения” соответствующих эпюр. “Перемножив” M_1 на M_1 , получим δ_{11} .

$$\delta_{11} = \frac{4}{6 EJ_x} (2 \cdot 1 \cdot 1) + \frac{5}{6 EJ_x} (2 \cdot 1 \cdot 1) = \frac{3}{EJ_x}.$$

“Перемножив” M_1 на M_p , получим Δ_{1p} .

$$\begin{aligned} \Delta_{1p} = & + \frac{2}{6EJ_x} (2 \cdot 35 \cdot 0,5 + 30 \cdot 0,5) + \frac{2}{6EJ_x} (2 \cdot 35 \cdot 0,5 + 1 \cdot 35) + \\ & + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_x} (0,5 + 1) + \frac{2}{6EJ_x} (2 \cdot 18 \cdot 0,6 + 18 \cdot 1) + \\ & + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_x} (1 + 0,6) + \frac{3}{6EJ_x} (2 \cdot 18 \cdot 0,6) + \frac{20 \cdot 3^3}{24EJ_x} (0,6 + 0) = \frac{98,2}{EJ_x}. \end{aligned}$$

7 Подставляем коэффициенты в каноническое уравнение, решая которое находим X_1 :

$$\frac{3}{EJ_x} X_1 + \frac{98,2}{EJ_x} = 0, \text{ откуда } X_1 = -\frac{98,2}{3} = -32,7 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

8 К каждой из балок прикладываем заданную нагрузку и найденный момент (рис.25, ж, 26, а, 27, а). От них определяем реакции опор и строим эпюры

поперечных сил (рис.27, б и 28, б) и изгибающих моментов (рис.26, в, 27, в). Состыковав по участкам соответственно эпюры Q и M , получим окончательные эпюры (рис. 25, з, 26, и).

9 Выполняем деформационную проверку. Она состоит в том, что при «перемножении» эпюры M_s на M_1 должен получиться ноль.

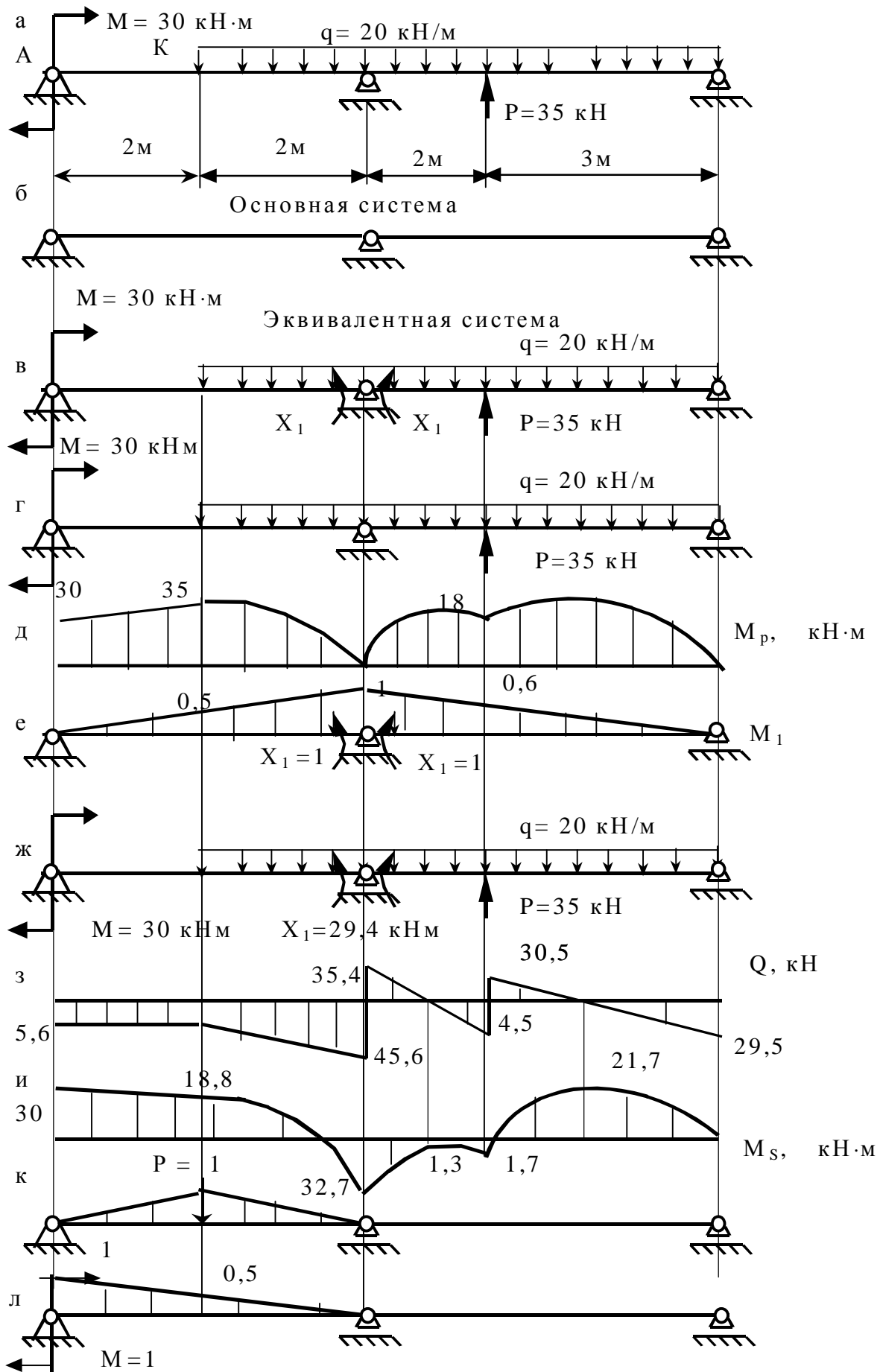


Рисунок 25

$$\Delta_{1S} = \frac{2}{6EJ_X} (2 \cdot 0,5 \cdot 18,8 + 30 \cdot 0,5) + \frac{2}{6EJ_X} (2 \cdot 18,8 \cdot 0,5 - 2 \cdot 1 \cdot 32,7 - 0,5 \cdot 32,7 + 18,8 \cdot 1) + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_X} (0,5 + 1) + \frac{2}{6EJ_X} (-2 \cdot 1 \cdot 32,7 - 2 \cdot 0,6 \cdot 1,7 - 32,7 \cdot 0,6 - 1 \cdot 1,7) + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_X} (1 + 0,6) + \frac{3}{6EJ_X} (-2 \cdot 0,6 \cdot 1,7) + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_X} (0,6 + 0) = \frac{(-57,8 + 58)}{EJ_X}.$$

Погрешность составляет :

$$\frac{(-57,8 + 58)}{EJ_X} \cdot 100\% = 0,35\%.$$

10 Из эпюры изгибающих моментов (см. рис.25, и) находим опасное сечение, $M_{\max} = 32,7$ кН·м.

Из условия прочности

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_o} \leq [\sigma]$$

$$W_o \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{32,7 \cdot 10^{-3}}{160} \cdot 10^6 = 204,4 \text{ см}^3.$$

По таблице сортамента подбираем двутавр №22, $W_x=232\text{см}^3$, $J_x=2550\text{см}^4$.

11 Определяем прогиб в точке К. Для этого к основной системе в точке К прикладываем единичную силу, от нее определяем реакции опор и строим эпюру изгибающих моментов (рис.25, к), которую “перемножаем” на эпюру M_s (см. рис.25, и).

$$y_A = \frac{2}{6EJ_X} [2 \cdot 1 \cdot 18,8 + 1 \cdot 30] + \frac{2}{6EJ_X} [2 \cdot 18,8 \cdot 1 - 32,7 \cdot 1] + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_X} (0,5 + 1) = \frac{34,2}{EJ_X} = \frac{34,2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 2550 \cdot 10^{-8}} = 6,71 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 6,71 \text{ мм}.$$

Знак «плюс» указывает на то, что точка К перемещается по направлению единичной силы, так как вниз.

12 Определяем угол поворота. В сечении А прикладываем единичный момент, от него строим эпюру изгибающих моментов (рис.25, л), которую «перемножаем» на эпюру M_s (см. рис. 25, и)

$$\theta_A = \frac{2}{6EJ_X} [2 \cdot 30 + 18,8 \cdot 0,5 + 30 \cdot 0,5 + 18,8 \cdot 1] + \frac{2}{6EJ_X} [2 \cdot 18,8 \cdot 0,5 - 32,7 \cdot 1] + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_X} (0,5 + 0) = \frac{32,8}{EJ_X} = \frac{32,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 2550 \cdot 10^{-8}} = 6,35 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$$

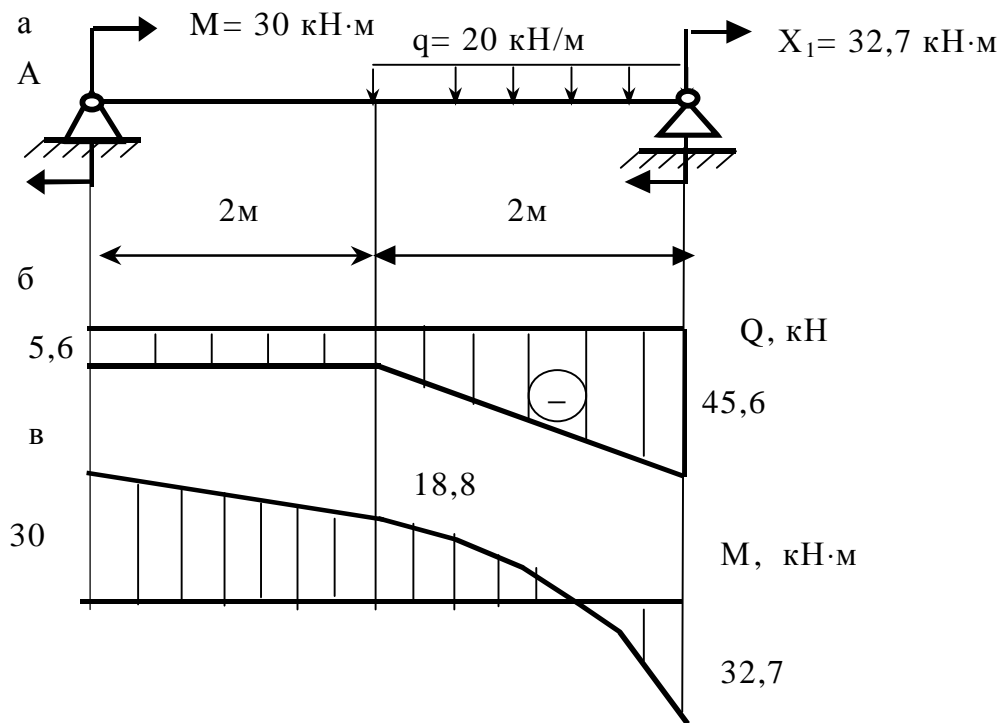


Рисунок 26

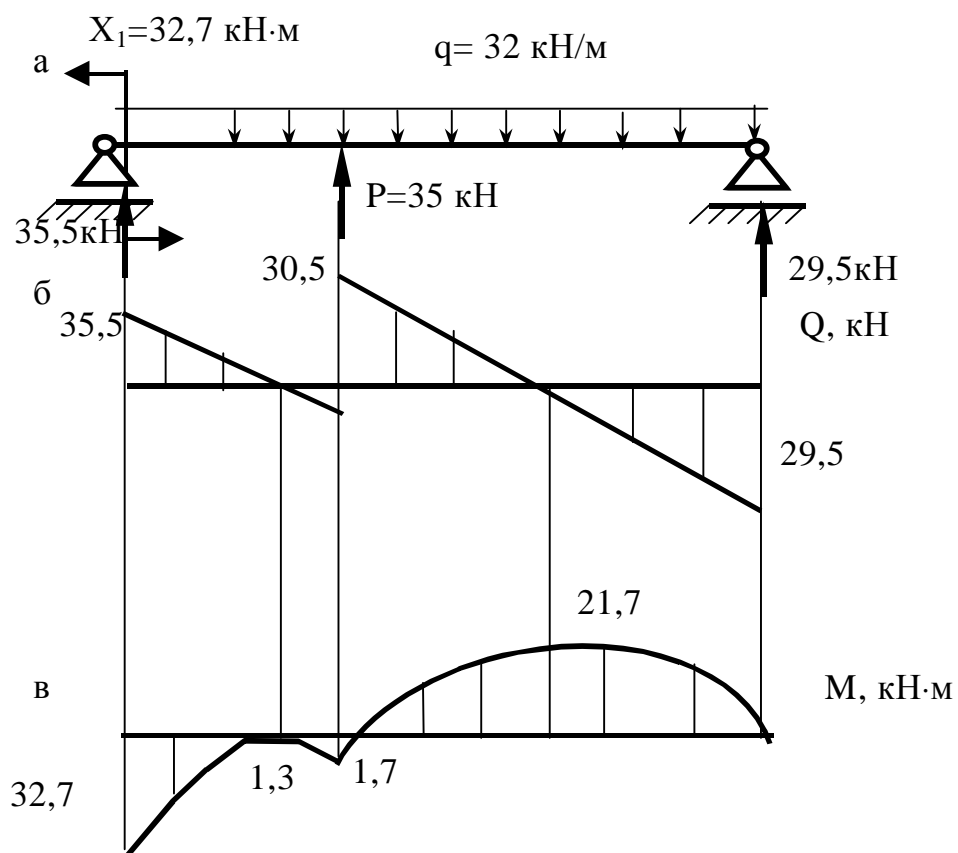


Рисунок 27

Знак «плюс» указывает на то, что сечение А поворачивается в направлении единичного момента, то есть по часовой стрелке.

Задача 2

Для стальной рамы, представленной на рис.28, необходимо раскрыть статическую неопределимость, построить эпюры продольных, поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать номер двутавра и определить угол поворота сечения К. Данные взять из табл. 15 и 16, $[s]=180\text{МПа}$

Указания к решению задачи 2

План решения задачи 2 такой же, как и для задачи 1. Выбор основной системы осуществляется путем отбрасывания “лишних” связей, остальные этапы решения аналогичны таковым задачи 1.

Пример решения задач 2

1 Анализируем заданную систему (рис. 29, а). В ней неизвестных реакций четыре, а уравнений равновесия можно составить только три. Значит, данная система один раз статически неопределимая. Отбросив одну связь, получаем основную систему (рис. 29,б). К основной системе прикладываем заданную нагрузку и усилие в направлении “лишней” связи, получаем эквивалентную систему (рис. 29, в).

2 Составляем каноническое уравнение

$$d_{11}X_{11} + \Delta_{1p} = 0.$$

3 Для определения коэффициентов канонического уравнения строим эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки (рис. 29,г и д) и единичной «лишней» неизвестной (рис. 29, е).

4 Находим коэффициенты канонического уравнения:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1,5}{6EJ_x} [2 \cdot 1,5 \cdot 1,5] + \frac{5}{6EJ_x} [2 \cdot 1,5 \cdot 1,5 + 2 \cdot 2,5 \cdot 2,5 - 1,5 \cdot 2,5 - \\ &- 2,5 \cdot 1,5] + \frac{2,5}{6EJ_x} (2 \cdot 2,5 \cdot 2,5) = \frac{14,3}{EJ_x}, \\ \Delta_{1p} &= \frac{2}{6EJ_x} [-2 \cdot 0,1 \cdot 24 + 24 \cdot 1,5] + \frac{3}{6EJ_x} [-2 \cdot 24 \cdot 0,1 - 2 \cdot 15 \cdot 2,5 - \\ &24 \cdot 2,5 - 15 \cdot 0,1] + \frac{10 \cdot 3^3}{24EJ_x} (-0,1 - 2,5) + \frac{2,5}{6EJ_x} [-2 \cdot 15 \cdot 2,5 - \\ &- 15 \cdot 2,5] = \frac{136,4}{EJ_x}. \end{aligned}$$

5 Подставляем коэффициенты в каноническое уравнение и определяем X_1 :

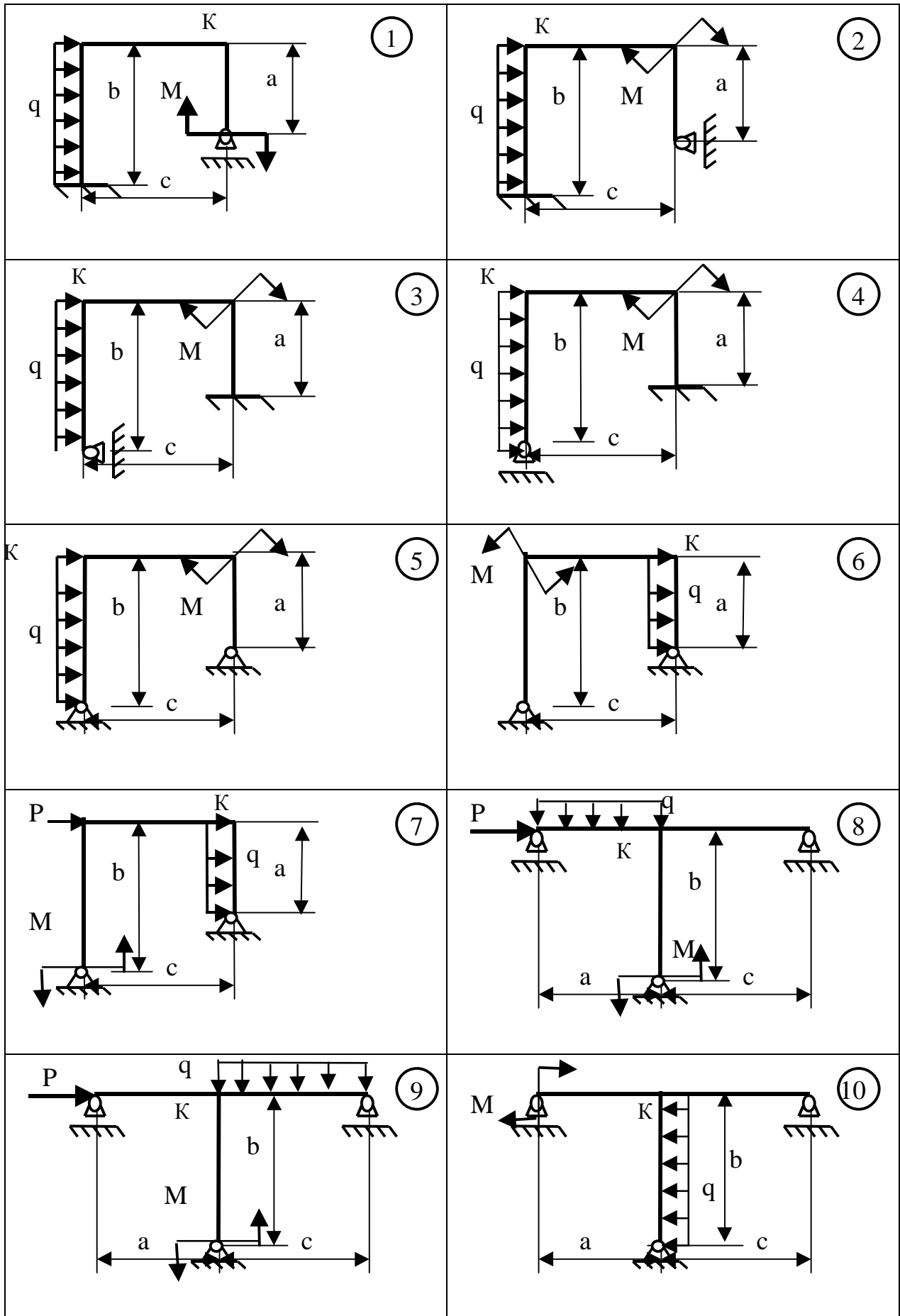


Рисунок 28

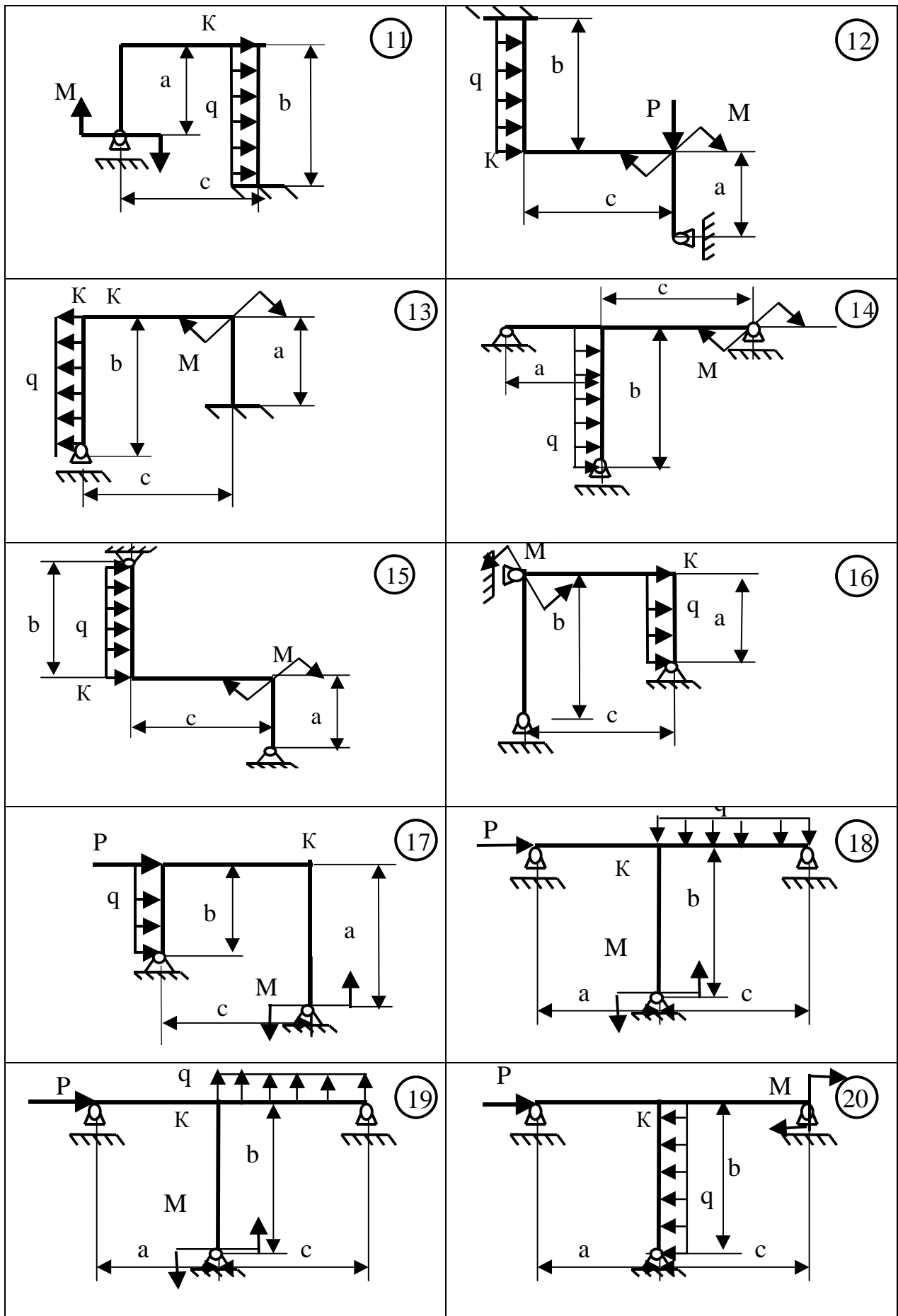


Рисунок 28, лист 2

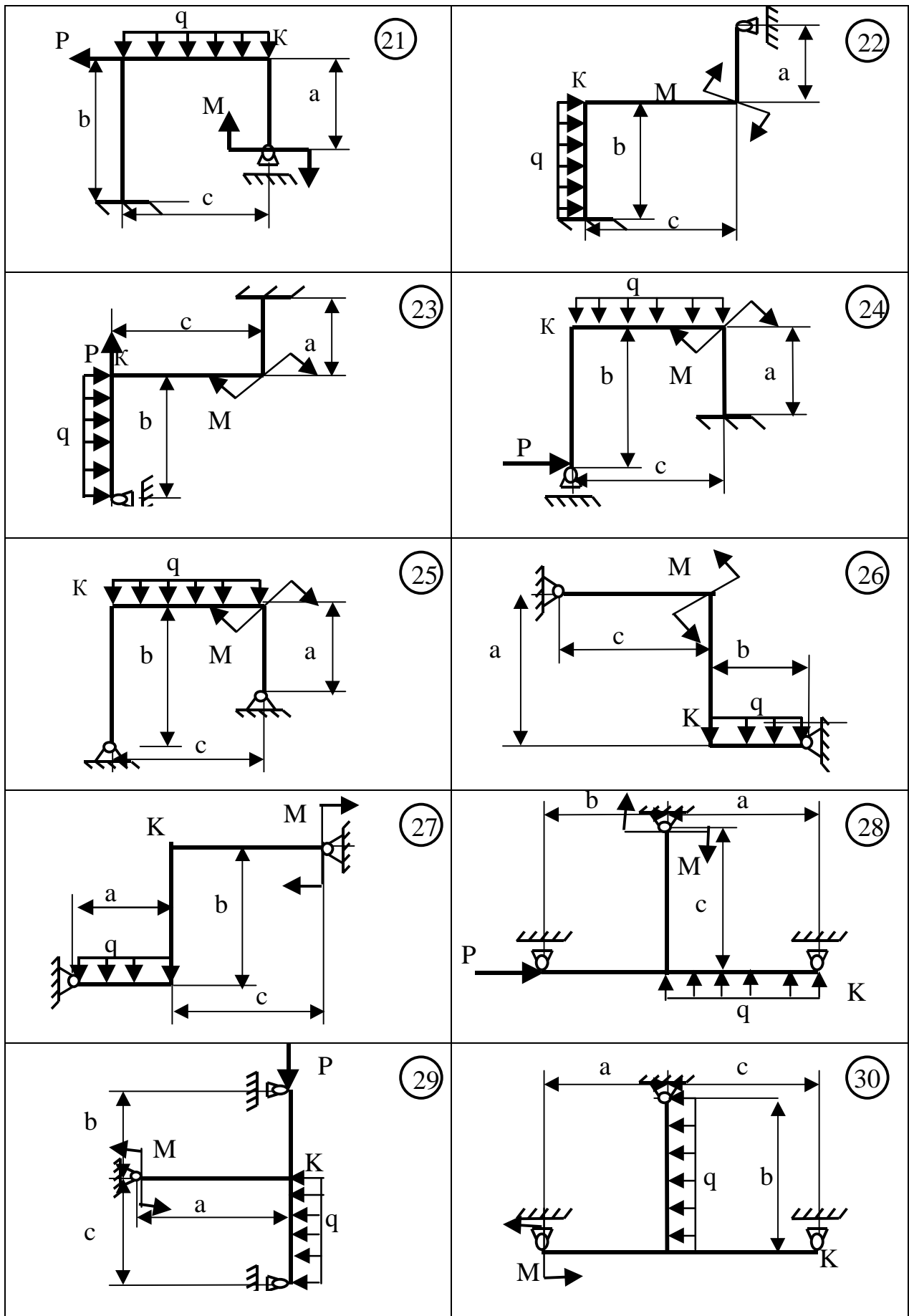


Рисунок 28, лист 3

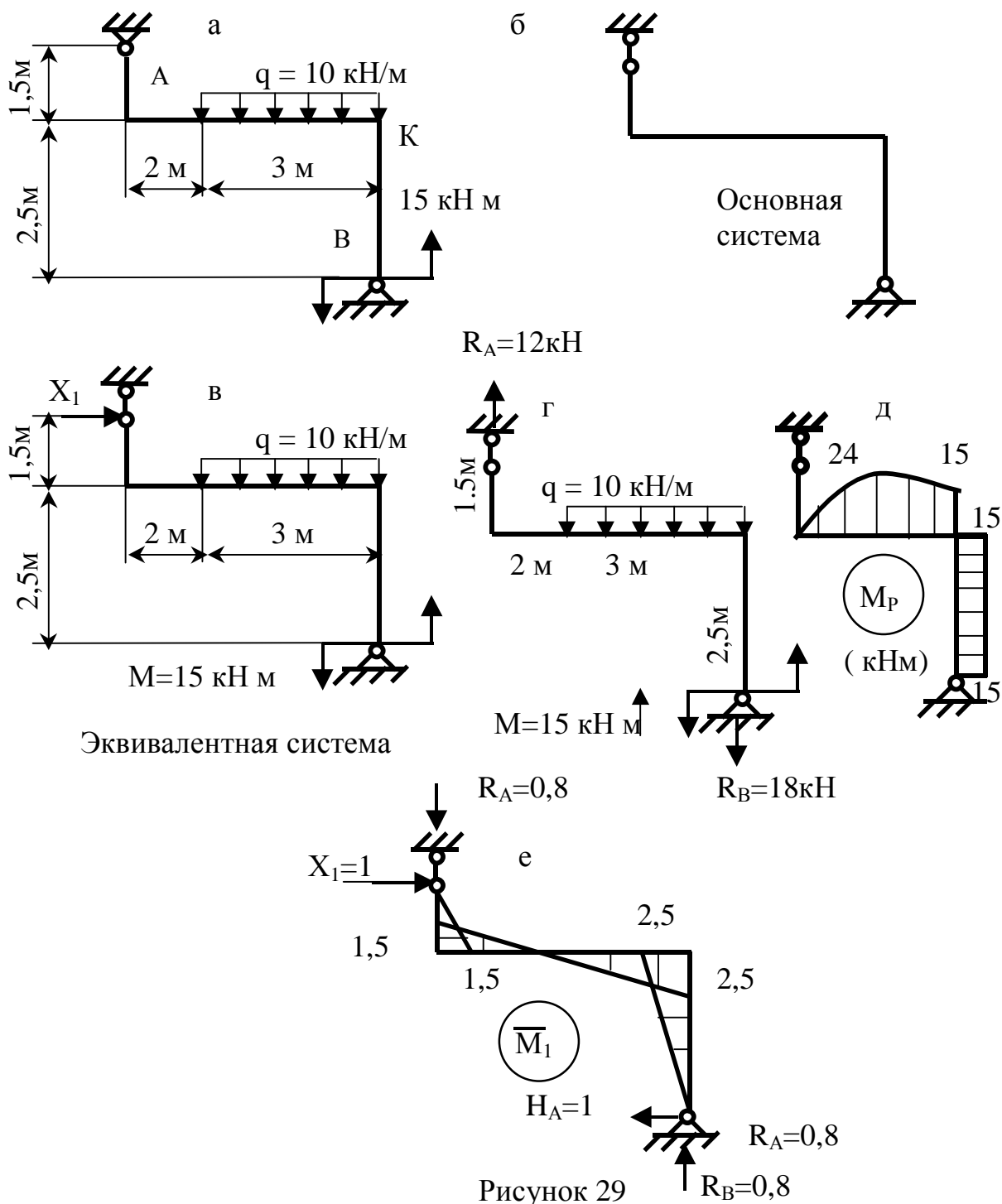


Рисунок 29

$$\frac{14,3}{EJ_x} X_1 - \frac{136,4}{EJ_x} = 0, \quad X_1 = \frac{136,4}{14,3} = 9,56 \text{ кН}.$$

6 К основной системе прикладываем заданную нагрузку и найденную неизвестную X_1 (рис.30, а). От них определяем реакции опор и строим эпюры N, Q, M_s (рис.30, б, в, г).

7 Выполняем деформационную проверку. Для этого «перемножаем» эпюры M_s (см. рис.30, г) и M_1 (см. рис. 29, е). Этим самым определяем перемещения в заданной системе (см. рис. 29, а) в точке А в горизонтальном направлении. Оно должно быть равно нулю, так как в заданной системе есть

связь, препятствующая перемещению.

При определении погрешности необходимо вычислить все положительные и отрицательные величины отдельно, а затем разность разделить на меньшую из величин по модулю и умножить на 100%.

$$\begin{aligned} \Delta_{1S} &= \frac{1,5}{6EJ_X} (2 \cdot 14,35 \cdot 1,5) + \frac{2}{6EJ_X} (2 \cdot 1,5 \cdot 14,35 - 2 \cdot 23,04 \cdot 0,1 - 14,35 \cdot 0,1 + \\ &+ 23,04 \cdot 1,5) + \frac{3}{6EJ_X} (-2 \cdot 23,04 \cdot 0,1 + 2 \cdot 8,91 \cdot 2,5 - 23,04 \cdot 2,5 + 0,1 \cdot 8,91) + \\ &+ \frac{10 \cdot 3^3}{24EJ_X} (-0,1 - 2,5) + \frac{2,5}{6EJ_X} (2 \cdot 8,91 \cdot 2,5 - 15 \cdot 2,5) = \frac{1}{EJ_X} (77,2 - \\ &- 77,84) = -\frac{0,64}{EJ_X} . \end{aligned}$$

Погрешность $\Delta = \frac{0,64}{77,2} \cdot 100\% \approx 0,8\% .$

8 По эпюре $M_{изг}$ (см. рис. 30,г) находим наибольший изгибающий момент, $M_{max}=23,85$ кН·м.

9 Из условия прочности

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_X} \leq [\sigma]$$

находим необходимый момент сопротивления двутавра:

$$W_X \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{23,85 \cdot 10^{-3}}{180} \cdot 10^6 = 131,4 \text{ см}^3 .$$

Из таблицы сортамента (Справочник по сопротивлению материалов / Г.С.Писаренко и др. - К.:Вища школа, 1988.-С.99) выбираем двутавр №18, $W_x=143\text{см}^3$, $J_x=1290\text{см}^4$.

10 Определяем угол поворота сечения К. Для этого к основной системе в узле К прикладываем единичный момент. От него определяем реакции опор, строим эпюру изгибающих моментов (рис.30, д), которую “перемножаем” на эпюру M_s (см. рис.30, г):

$$\begin{aligned} q_A &= \frac{2}{6EJ_X} (-2 \cdot 23,04 \cdot 0,4 - 14,35 \cdot 0,4) + \frac{3}{6EJ_X} (-2 \cdot 0,4 \cdot 23,04 + \\ &+ 2 \cdot 1 \cdot 8,91 - 23,04 \cdot 1 + 0,4 \cdot 8,91) + \frac{10 \cdot 3^3}{24EJ_X} (-0,4 - 1) = -\frac{35}{EJ_X} = \\ &= -\frac{35 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = -0,0136 \text{ рад} . \end{aligned}$$

Угол получили с «минусом», значит сечение К поворачивается в сторону,

противоположную единичному моменту, так как против часовой стрелки.

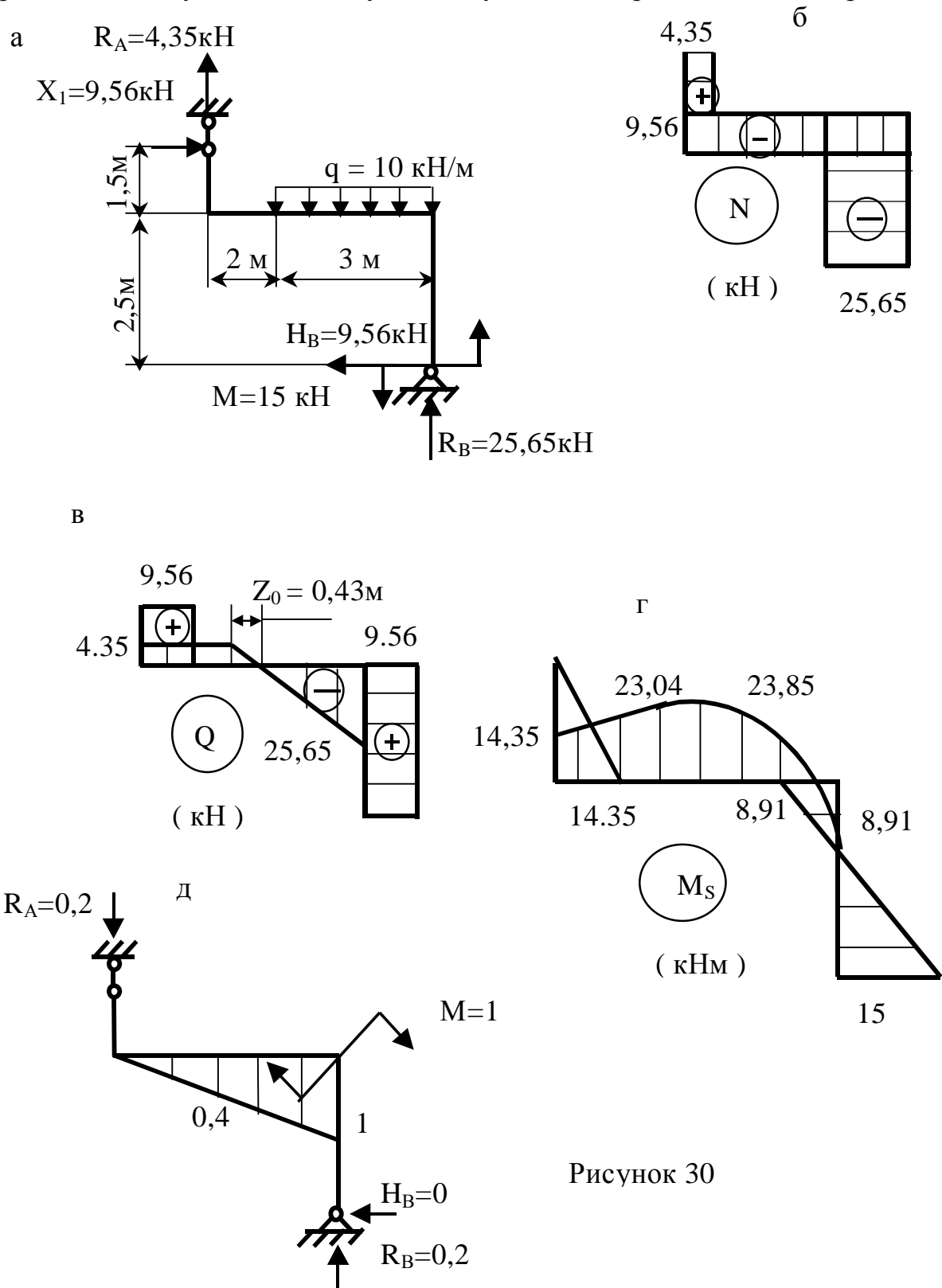


Рисунок 30

Задача 3

Для заданной стойки (табл.17, 18 и рис.31), расчетная схема которой показана в аксонометрии, из условия устойчивости подобрать и рационально расположить ее сечение. Основное допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma] = 160\text{МПа}$, материал стойки Ст. 3.

Таблица 17

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Первая цифра шифра | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| P, кН | 500 | 550 | 600 | 650 | 700 | 450 | 400 | 350 | 600 | 500 |

Таблица 18

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Вторая цифра шифра | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| l , м | 4,0 | 3,5 | 3,0 | 5,0 | 2,5 | 5,5 | 4,0 | 4,5 | 5,0 | 3,5 |

Указания к выполнению задачи 3

1 Показать проекции расчетной схемы стойки по плоскостям XZ и YZ.

2 Принять коэффициент уменьшения допускаемого напряжения $j_1 = 0,5$

$$s = \frac{P}{j_1 F} \leq [s]$$

3 Из условия устойчивости

(здесь P – сжимающая сила;

[s] – основное допускаемое напряжение сжатие материала)

определить необходимую площадь сечения стойки по формуле

$$F \geq \frac{P}{j_1 [s]}$$

4 Определить площадь сечения прокатного профиля

$F_{np} = \frac{F}{k}$ где k – число прокатных профилей, входящих в сечение.

5 Из таблицы сортамента (Справочник по сопротивлению материалов Г.С.Писаренко и др., К.:Вища школа, 1988.- С.84-101) выбрать необходимый прокатный профиль, и выписать его геометрические характеристики.

6 Определить положение центра тяжести сечения, его моменты инерции и радиусы инерции

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}}; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}}$$

7 По формуле $l = \frac{ml}{i}$ определить гибкости l относительно осей X и Y.

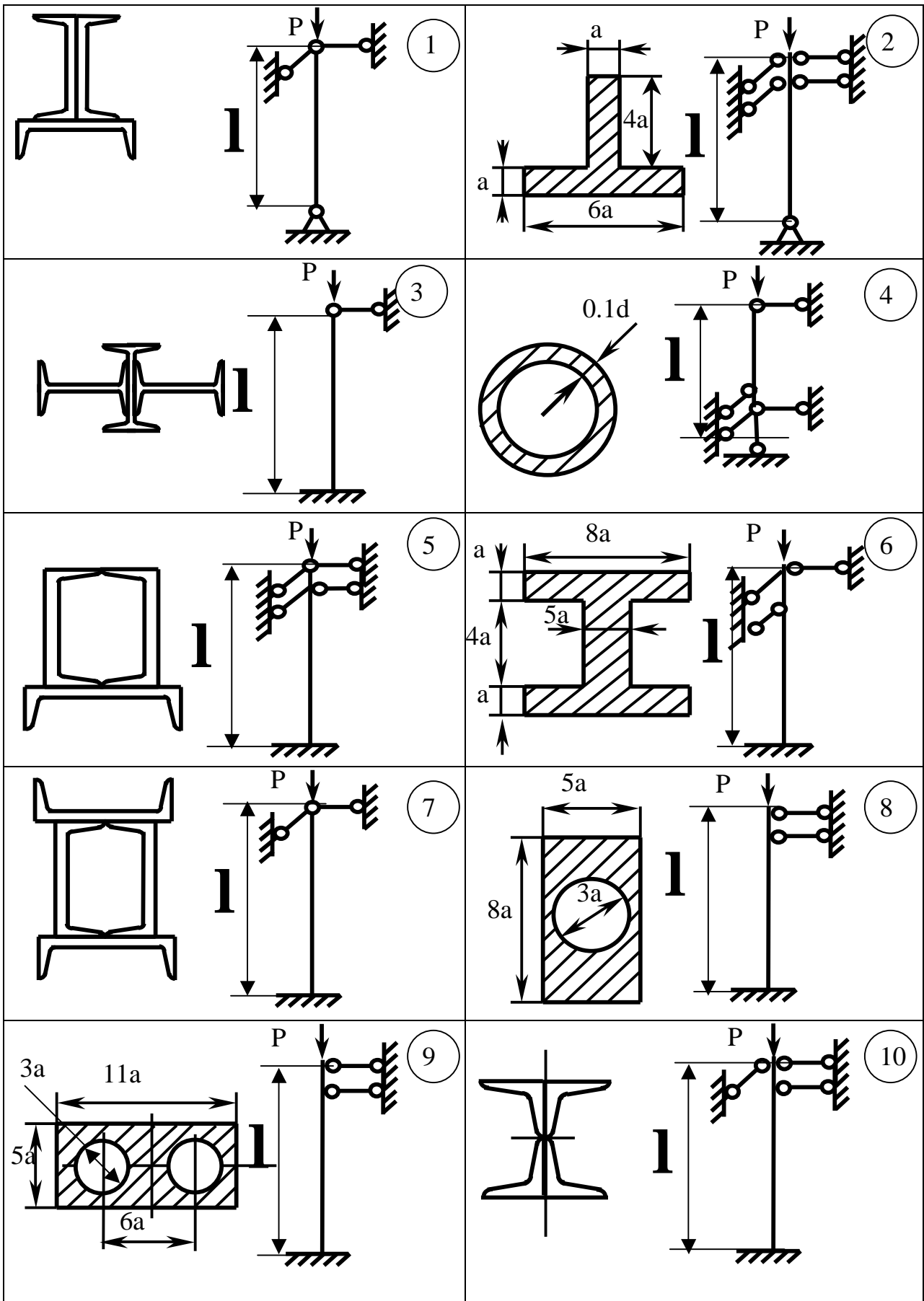


Рисунок 31

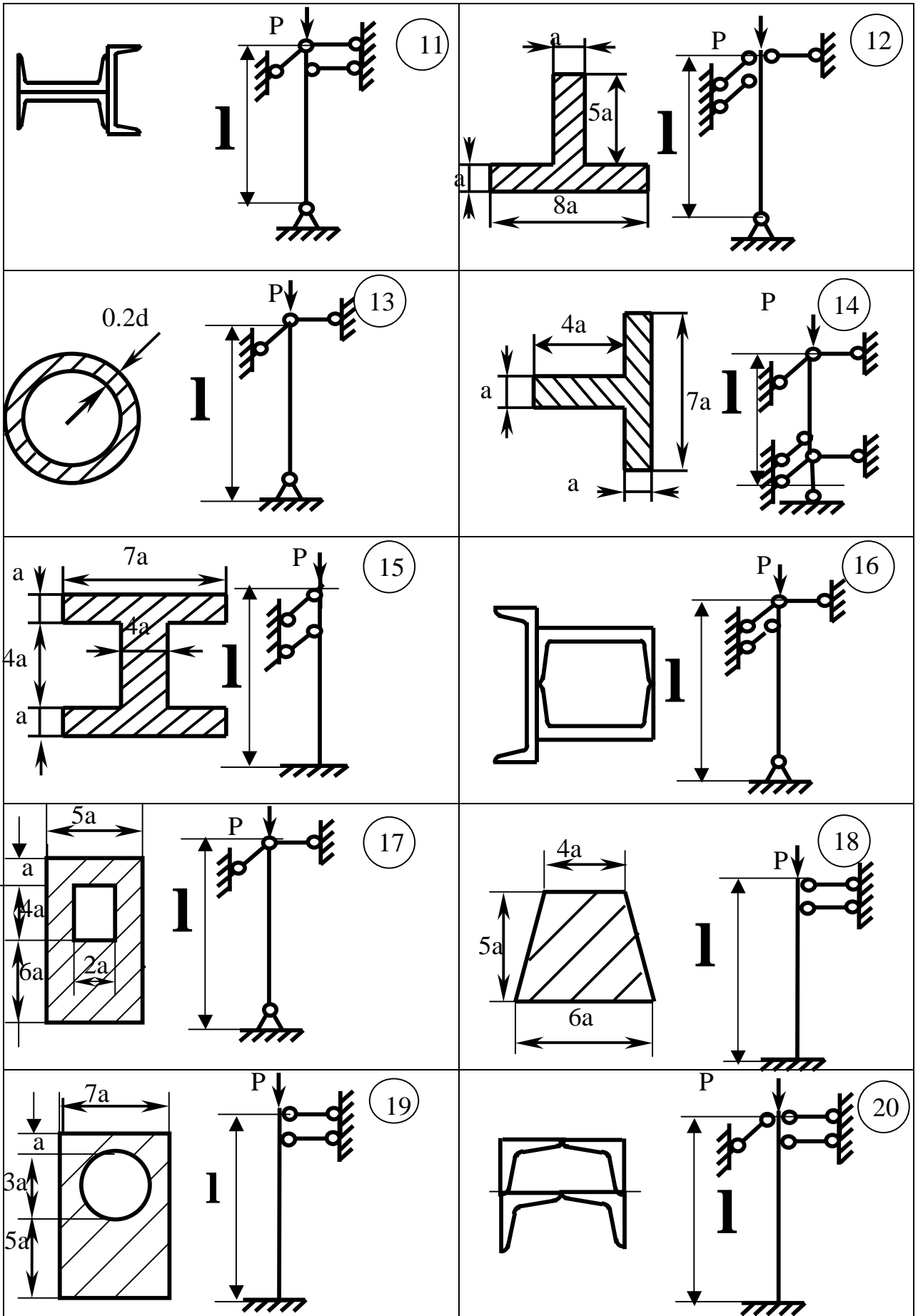


Рисунок 31, лист 2

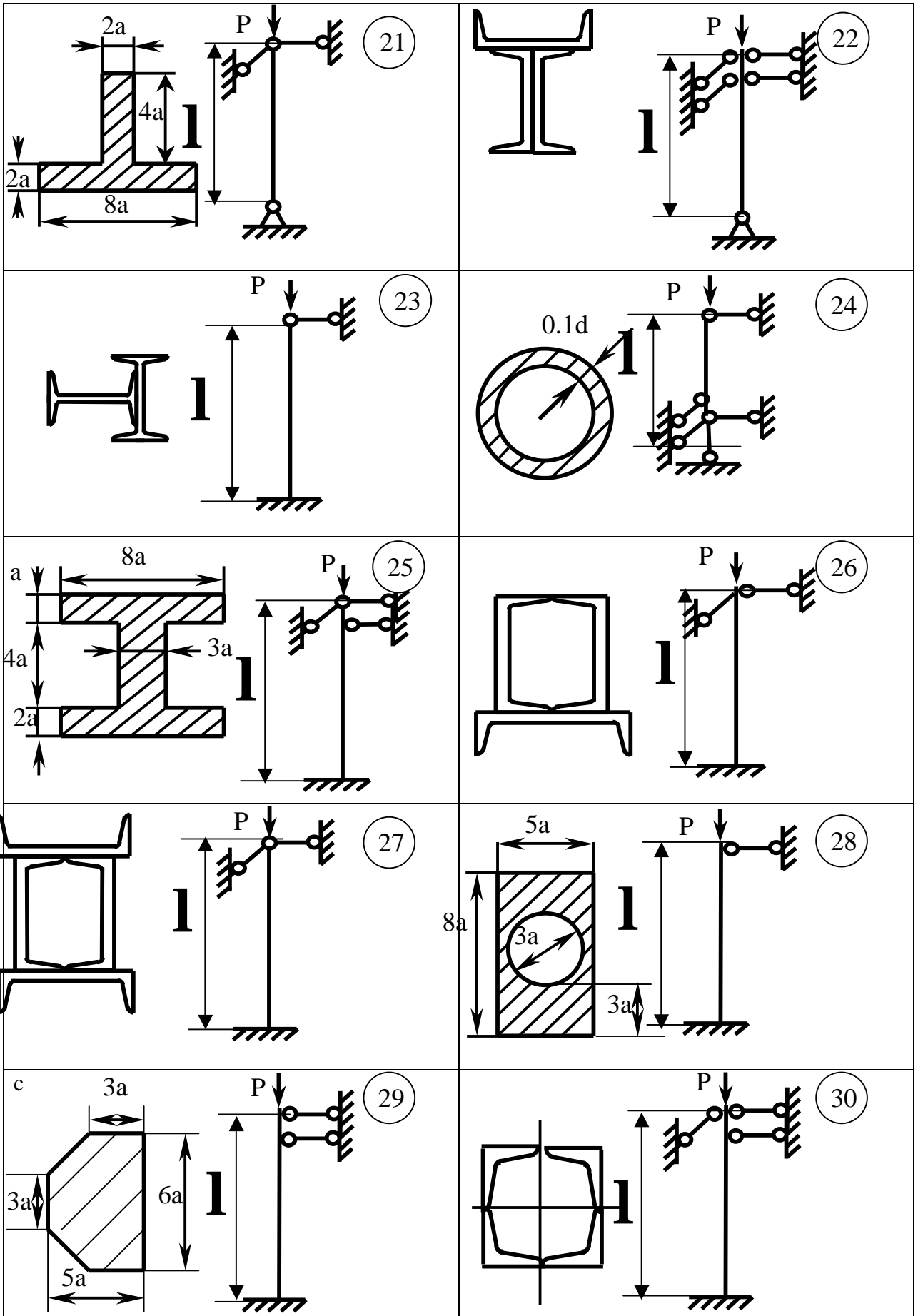


Рисунок 31, лист 3

Здесь m - коэффициент приведения длины. Он зависит от условий закрепления.

Перед этим рационально расположить сечения. Для этого необходимо, чтобы большему m соответствовал больший момент инерции.

8 По большей гибкости, по таблице в зависимости от I определить φ_2 (“Справочник по сопротивлению материалов” / Г.С.Писаренко и др – 694с.). Если гибкость не кратна 10, то необходимо выполнить интерполяцию (рис.32).

$$j_2 = j_B + \frac{j_A - j_B}{10} (I_1 + 10 - I).$$

9 Определив φ_2 , найти напряжения в стойке и сравнить с допускаемыми.

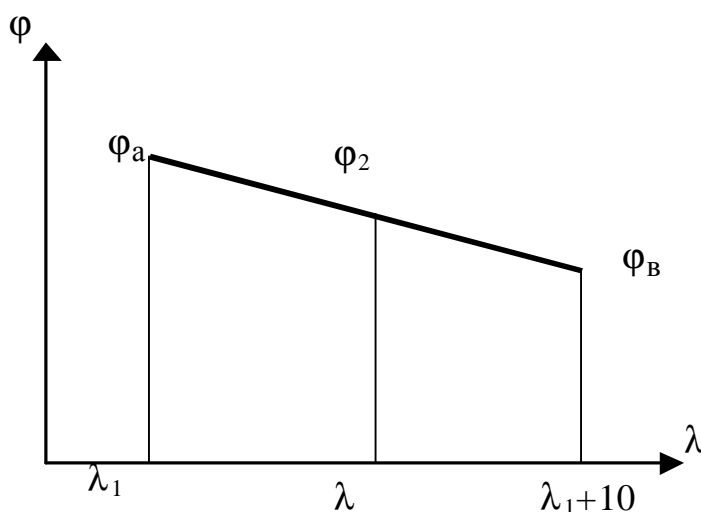


Рисунок 32

$$s = \frac{P}{j_2 F} \leq [s].$$

Сечение считается рационально подобранным, если действующие напряжения меньше допускаемых не более, чем на 10%, и больше допускаемых не более, чем на 5%. Если это условие удовлетворяется, то расчет на этом заканчивается, если не удовлетворяется, то необходимо задаться новым значением j_1 , средним между прежним j_1 и j_2 и расчет повторить с пункта 3.

Пример решения задачи 3

Для заданной стойки, расчетная схема которой дана в аксонометрии (рис.33а), из условия устойчивости подобрать и расположить наиболее выгодным образом сечение, состоящее из трех швеллеров (рис.33, б), если

$[s] = 160 \text{ МПа}$, действующая нагрузка $P = 250 \text{ кН}$, длина $l = 2,6 \text{ м}$, материал - Ст.3.

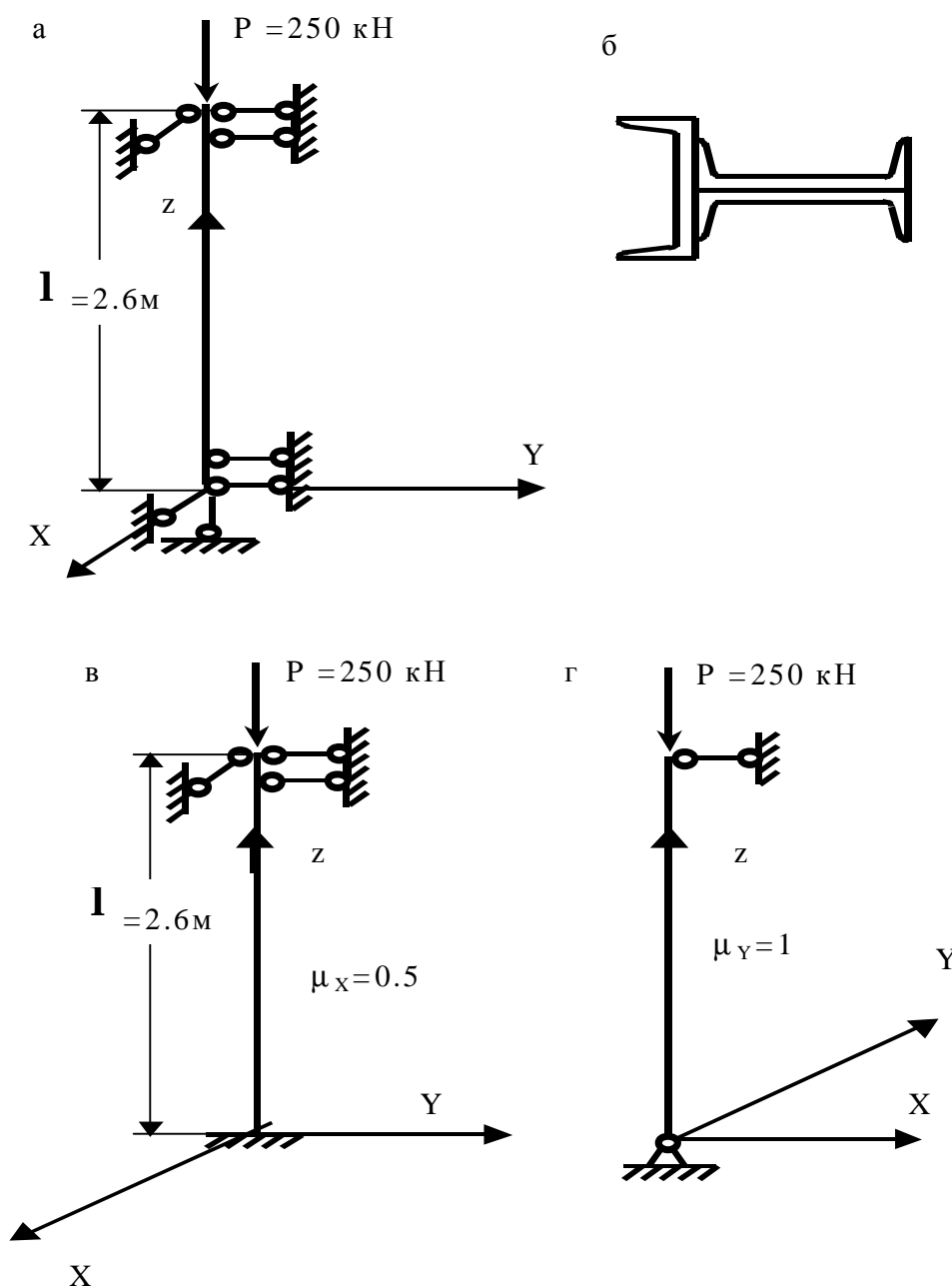


Рисунок 33

Из рис.33 видно, что условия закрепления стойки в главных плоскостях инерции различны. Покажем проекции расчетной схемы стойки (рис.33, в, г).

Подбор сечений производим из условия устойчивости

$$s = \frac{P}{jF} \leq [s],$$

где P – сила, сжимающая стойку;

F - площадь поперечного сечения стойки;

j - коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения при сжатии. Он зависит от гибкости стержня, которая, в свою очередь, зависит от

площади поперечного сечения стойки. Следовательно, в формулу входят две взаимосвязанные неизвестные величины F и j . Одной из них, обычно j , задаемся. Так как j изменяется от 0 до 1, то принимаем: $j_1 = 0,5$. Тогда

$$F = \frac{P}{j_1 [s]} = \frac{250 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 160} = 0,00311 \text{ м}^2 = 31,1 \text{ см}^2.$$

Площадь одного швеллера

$$F_{ш} = \frac{P}{3} = \frac{31,1}{3} = 10,4 \text{ см}^2.$$

По сортаменту выбираем швеллер №10.

Его геометрические характеристики: $F = 10,9 \text{ см}^2$; $J_x = 174 \text{ см}^4$, $J_y = 20,4 \text{ см}^4$.

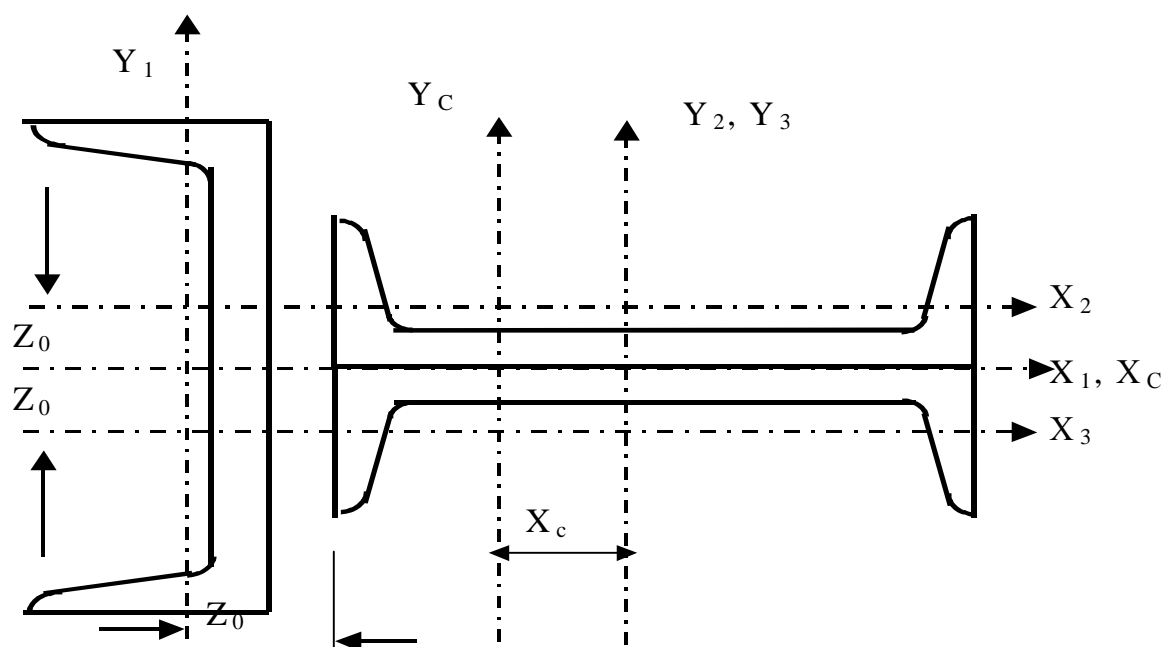


Рисунок 34

Определяем положение центра тяжести поперечного сечения стойки (рис. 34). В качестве вспомогательных принимаем оси X_1 и Y_2 .

$$X_c = \frac{\sum X_i F_i}{\sum F_i} = \frac{-(z_0 + \frac{h}{2}) F_1}{3 F_1} = \frac{-(1,44 + \frac{0}{2})}{3} = -2,15 \text{ см}.$$

Определяем моменты инерции относительно главных центральных осей X_c, Y_c :

$$J_x = 2(20,4 + 1,44^2 \cdot 10,9) + 174 = 260 \text{ см}^4,$$

$$J_y = 2(174 + 2,15^2 \cdot 10,9) + 20,4 + (1,44 + \frac{10}{2} - 2,15)^2 \cdot 10,9 = 669 \text{ см}^4.$$

С целью рационального расположения сечение необходимо располагать так, чтобы гибкости λ_x (в плоскости YZ) и λ_y (в плоскости XZ) отличались ме-

жду собой как можно меньше.

Это выполняется в том случае, когда большему коэффициенту приведения длины μ соответствует больший момент инерции. В нашем случае это условие выполняется: $\mu_y > \mu_x$ и $J_y > J_x$. В противном случае сечение следовало бы развернуть на 90° .

Найдем радиусы инерции и гибкости:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{260}{3 \cdot 10,9}} = 2,82 \text{ см}, \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{669}{3 \cdot 10,9}} = 4,53 \text{ см},$$

$$I_x = \frac{m_x \mathbf{l}}{i_x} = \frac{0,5 \cdot 260}{2,82} = 46, \quad I_y = \frac{m_y \mathbf{l}}{i_y} = \frac{1 \cdot 260}{4,53} = 57,3.$$

Так как $\lambda_y > \lambda_x$, то стойка быстрее потеряет устойчивость в плоскости ZX, так как относительно оси Y. Следовательно, дальнейший подбор сечения ведем по λ_y .

При помощи таблицы по гибкости λ_y определяем значение коэффициента уменьшения допускаемого напряжения j_2 .

При $\lambda_y = 57,3$ $\Phi_2 = 0,87$ (значение находим путем интерполирования).

Коэффициент Φ_2 значительно отличается от Φ_1 , поэтому задаемся новым значением Φ_1 :

$$j_1 = \frac{j_1 + j_2}{2} = \frac{0,5 + 0,87}{2} = 0,68$$

и расчет повторяем.

$$F = \frac{250 \cdot 10^{-3}}{0,68 \cdot 160} = 23 \text{ см}^2, \quad F_{uz} = \frac{23}{3} = 7,67 \text{ см}^2.$$

Принимаем швеллер №8:

$$J_{Y_1} = 89,4 \text{ см}^4; \quad J_{X_1} = 12,8 \text{ см}^4; \quad F_1 = 8,98 \text{ см}^2;$$

$$z_0 = 1,31 \text{ см}; \quad X_c = \frac{-(1,31 + \frac{8}{2})}{3} = -1,77 \text{ см};$$

$$J_{yc} = 2(89,4 + 1,77^2 \cdot 8,98) + 12,8 + (1,31 + \frac{8}{2} - 1,77)^2 \cdot 8,98 = 361 \text{ см}^4;$$

$$i_y = \sqrt{\frac{361}{3 \cdot 8,98}} = 3,65 \text{ см}; \quad I_y = \frac{1 \cdot 260}{3,65} = 71,2.$$

При $\lambda_y = 71,2$ $\Phi_2 = 0,80$.

В третьем приближении задаваться новым Φ нет необходимости. Доста-

точно взять соседний, меньший профиль и проверить его устойчивость.

Принимаем швеллер № 6,5:

$$J_{y1} = 48,6 \text{ см}^4; J_{x1} = 8,7 \text{ см}^4; z_0 = 1,24 \text{ см}; F_1 = 7,51 \text{ см}^2;$$

$$X_c = \frac{1,24 + \frac{6,5}{2}}{3} = -1,5 \text{ см},$$

$$J_{yc} = 2(48,6 + 1,5^2 \cdot 7,51) + 8,7 + (1,24 + \frac{6,5}{2} - 1,5)^2 \cdot 7,51 = 207 \text{ см}^4,$$

$$i_y = \frac{207}{3 \cdot 7,51} = 3,02 \text{ см}; I_y = \frac{1 \cdot 260}{3,02} = 86;$$

$$\text{при } I_y = 86 \quad j_3 = 0,71.$$

Действующее напряжение

$$\sigma = \frac{250 \cdot 10^{-3}}{0,71 \cdot 3 \cdot 7,51 \cdot 10^{-4}} = 156,6 \text{ МПа},$$

что на 2,2% меньше допускаемого $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Таким образом, окончательно принимаем швеллер № 6.5.

•3 ПОДГОТОВКА К ЭКЗАМЕНАМ

•3.1 Экзаменационные вопросы

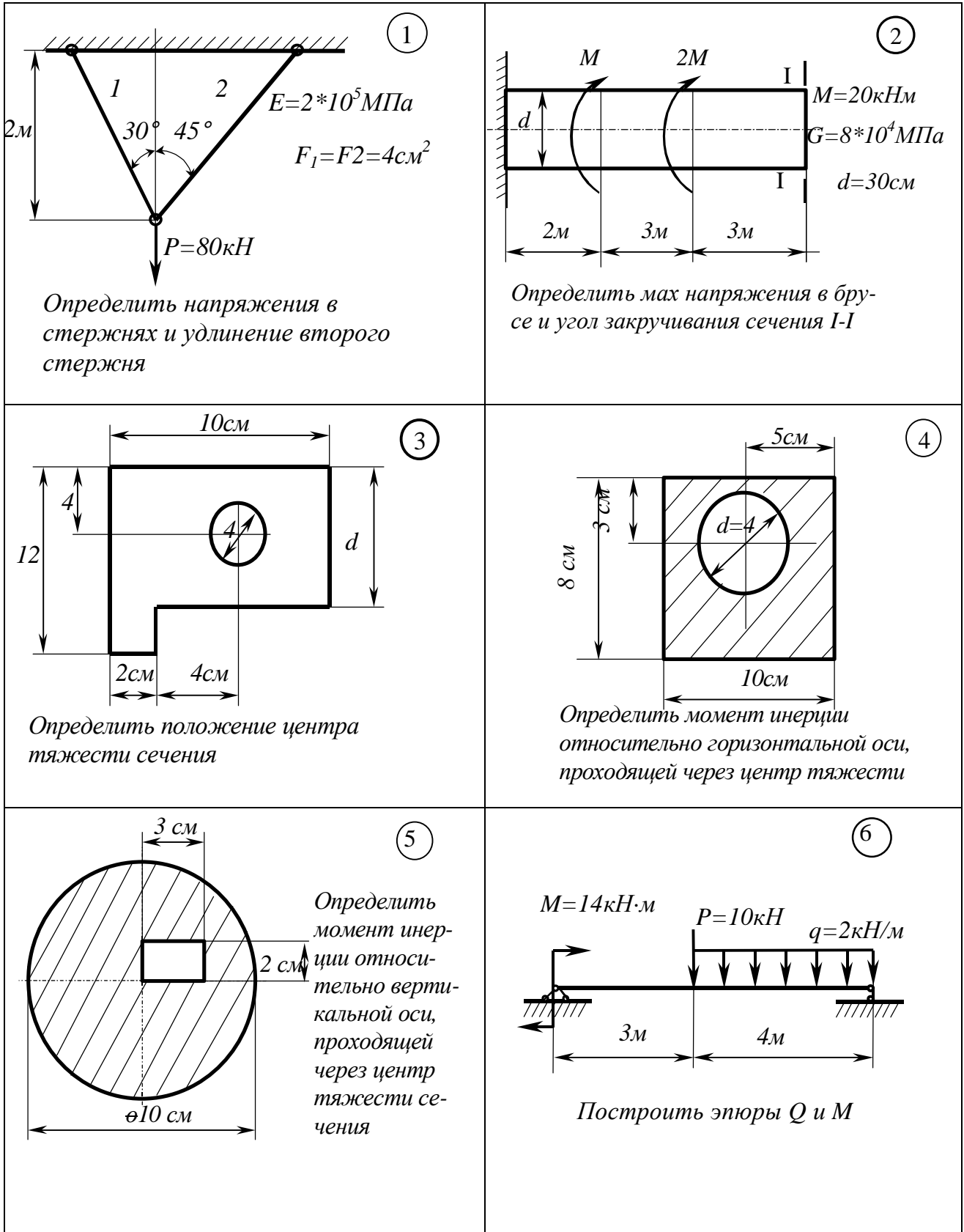
- 1 Введение. Задачи курса сопротивления материалов. Связь курса с общенаучными, общеинженерными и специальными дисциплинами.
- 2 Методика решения задач по сопротивлению материалов. Предпосылки, принимаемые при расчетах. Реальный объект и расчетная схема. Определение бруса, пластины, оболочки.
- 3 Основные гипотезы о деформируемом теле. Упругость и пластичность. Понятие об изотропии. Принцип начальных размеров.
- 4 Силы внешние и внутренние. Метод сечений. Принцип Сен-Венана. Нагрузки статические и динамические.
- 5 Напряжение полное, нормальное, касательное. Понятие о напряженном и деформируемом состояниях. Классификация типов нагружения бруса по внутренним силовым факторам.
- 6 Растяжение и сжатие прямого бруса. Напряжения в поперечных и наклонных сечениях прямого бруса. Одноосное (линейное) напряженное состояние, максимальные напряжения при одноосном напряженном состоянии.

- 7 Деформированное состояние при растяжении или сжатии. Деформации продольные и поперечные. Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона).
- 8 Закон Гука при одноосном напряженном состоянии. Модуль упругости. Определение осевых перемещений поперечных сечений. Жесткость при растяжении и сжатии.
- 9 Нормальные силы, нормальные напряжения в поперечных сечениях прямого бруса. Осевые перемещения при действии сосредоточенных и распределенных сил. Построение эпюр продольных сил и перемещений.
- 10 Опытное изучение свойств материалов при растяжении. Диаграмма растяжения. Основные механические свойства материала. Условная и истинная диаграммы напряжений.
- 11 Механические свойства при сжатии. Диаграмма сжатия. Пластическое и хрупкое состояние материалов, типы разрушений.
- 12 Типы задач при расчете на прочность при растяжении и сжатии: проверка на прочность, подбор сечений и определение допускаемой нагрузки.
- 13 Сопротивление материалов и экономичность конструкций и машин. Понятие о рациональных конструкциях.
- 14 Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.
- 15 Чистый сдвиг. Закон парности касательных напряжений. Главные напряжения при чистом сдвиге.
- 16 Закон Гука для сдвига. Модуль сдвига. Механические свойства материалов при чистом сдвиге.
- 17 Кручение. Напряжения при кручении в поперечном сечении прямого бруса круглого сечения.
- 18 Жесткость при кручении. Полярный момент инерции. Угол закручивания, вывод формулы.
- 19 Расчет сплошного и концентрического пустотелого вала на прочность и жесткость при кручении. Эпюры крутящих моментов, напряжений и углов закручивания.
- 20 Статические моменты площади. Определение координат центра тяжести фигуры.
- 21 Осевые, полярный и центробежный моменты инерции. Определение моментов инерции для прямоугольника и круга.
- 22 Зависимость между моментами инерции для параллельных осей. Изменение осевых моментов инерции в зависимости от угла поворота координатных осей.
- 23 Главные моменты инерции. Определение положения осей и вычисление

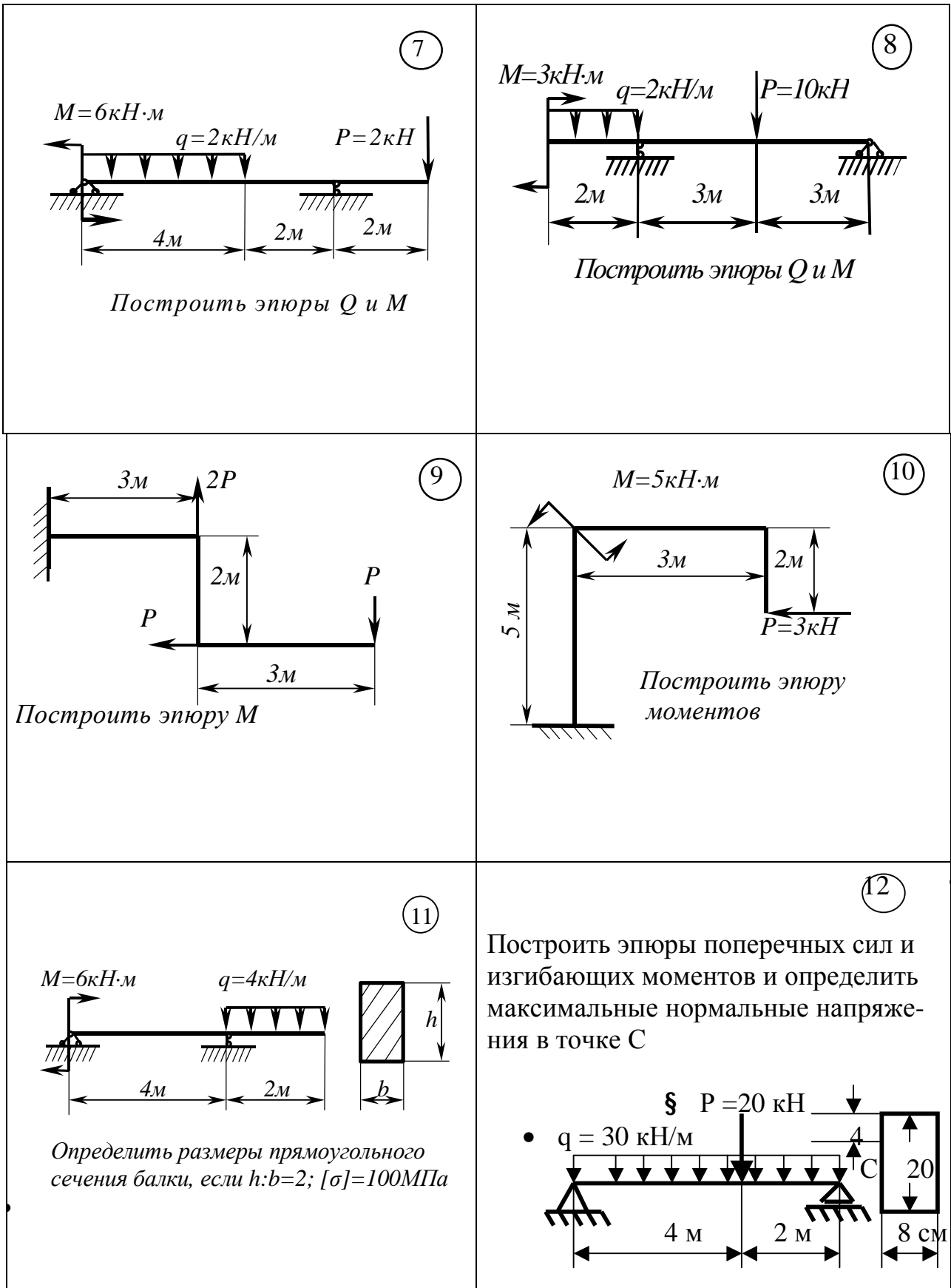
- главных моментов инерции различных сечений.
- 24 Напряженное состояние в точке. Компоненты напряжения, их обозначения. Определение напряжений на наклонной площадке. Главные напряжения и главные площадки. Определение величины и направления главных напряжений.
 - 25 Плоское напряженное состояние. Прямая и обратная задачи.
 - 26 Графическое изображение напряженного состояния с помощью кругов Мора. Экстремальные значения касательных напряжений.
 - 27 Деформированное состояние в точке. Компоненты деформаций, их обозначения. Главные оси деформированного состояния и главные деформации.
 - 28 Гипотезы наибольших нормальных напряжений или деформаций в случае хрупкого состояния материала.
 - 29 Гипотеза разрушения Мора для материалов с различными пределами прочности при растяжении и сжатии.
 - 30 Изгиб. Опоры и опорные реакции. Определение внутренних силовых факторов в поперечных сечениях балок (изгибающий момент и поперечная сила). Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
 - 31 Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью нагрузки. Анализ этих зависимостей и выводы по контролю правильности построения эпюр.
 - 32 Чистый изгиб. Зависимость между изгибающим моментом и кривизной оси изогнутого бруса. Нормальные напряжения при чистом изгибе.
 - 33 Поперечный изгиб. Распространение выводов чистого изгиба на поперечный изгиб. Касательные напряжения при поперечном изгибе брусьев (формула Д.И. Журавского).
 - 34 Главные напряжения при изгибе. Расчеты на прочность при изгибе. Рациональные сечения балок.
 - 35 Косой изгиб. Определение напряжений, нахождение положений нейтральной оси и опасных точек в сечении.
 - 36 Расчет на прочность брусьев большой жесткости при совместном изгибе и растяжении или сжатии. Определение положения нейтральной линии и напряжений.
 - 37 Внецентренное растяжение или сжатие массивных брусьев.
 - 38 Потенциальная энергия деформации бруса при различных случаях нагружения. Выражение потенциальной энергии деформации бруса через внутренние силовые факторы.
 - 39 Теорема Кастилиано. Применение теоремы Кастилиано для определения

- перемещений сечений стержней упругой системы.
- 40 Теоремы о взаимности работ и взаимности перемещений.
 - 41 Интеграл Мора для вычисления перемещений произвольно нагруженных брусьев.
 - 42 Способ Верещагина. Формулы для определения перемещений.
 - 43 Стержневые системы. Понятие о степенях свободы и связях. Статически неопределимые системы. Степень статической неопределимости.
 - 44 Метод сил при расчете статически неопределимых систем. Канонические уравнения. Выбор основной системы. Эквивалентная система.
 - 45 Расчет статически неопределимых рам.
 - 46 Статически неопределимые балки. Особенности расчета.
 - 47 Устойчивость сжатых стержней. Понятие об устойчивых и неустойчивых формах равновесия. Критическая нагрузка. Задача Эйлера.
 - 48 Формула Эйлера при различных случаях опорных закреплений стержней и пределы ее применимости.
 - 49 Понятие о потере устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности. Формула Ф.С.Ясинского.
 - 50 Расчет на устойчивость по коэффициенту уменьшения допускаемого напряжения.
 - 51 Прочность материала при напряжениях, циклически меняющихся во времени. Современная трактовка вопроса. Механизм усталостного разрушения.
 - 52 Циклы переменных напряжений, их характеристика. Диаграммы предельных напряжений при асимметричных циклах.
 - 53 Кривые усталости и предел выносливости.
 - 54 Влияние на предел выносливости качества поверхности, наклепа и окружающей среды.
 - 55 Концентрация напряжений и абсолютные размеры деталей как факторы, влияющие на выносливость. Теоретический и эффективный коэффициенты концентрации напряжений.
 - 56 Расчеты на прочность при одноосном напряженном состоянии и при кручении для несимметричных циклов. Коэффициент запаса прочности при переменных напряжениях.
 - 57 Влияние на предел выносливости материала технологических и конструктивных факторов.
 - 58 Меры по борьбе с разрушениями от усталости .

• 3.2 Типы экзаменационных задач



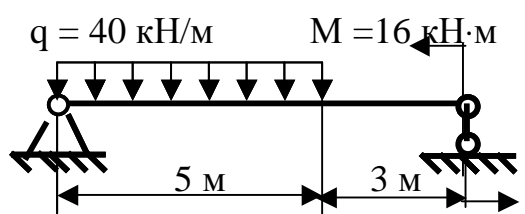
• Рисунок 35



• Рисунок 35, лист 2

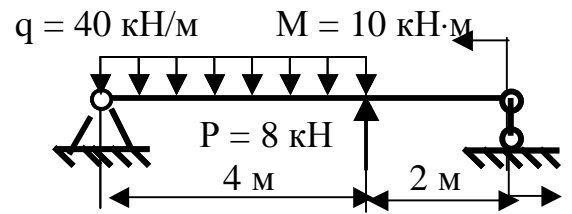
13

Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать номер двутавра, если $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$



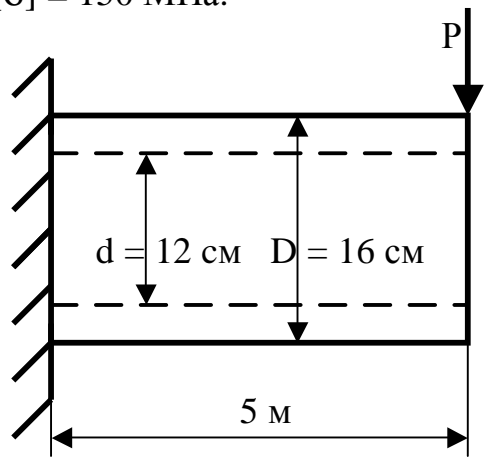
14

Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать балку круглого поперечного сечения, если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.



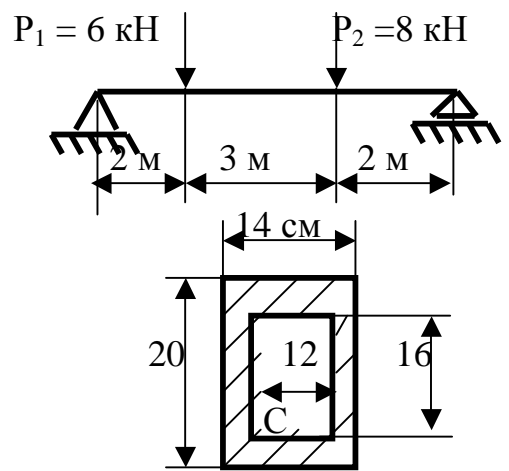
15

Определить допустимую силу P , если $[\sigma] = 150 \text{ МПа}$.



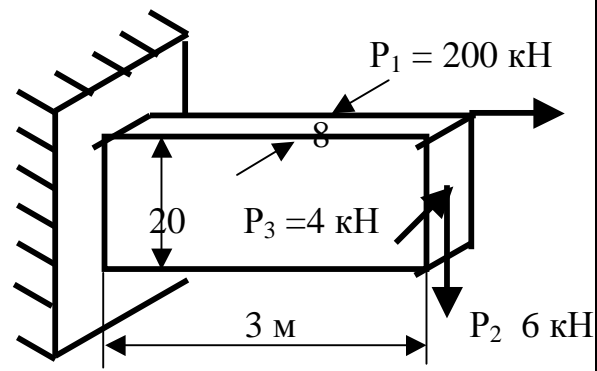
16

Определить эквивалентные напряжения по четвертой теории прочности в точке С



17

Определить нормальные напряжения в опасной точке.



18

Определить прогиб в точке С и угол поворота в сечении А, если балка прямоугольная с размерами: $h = 15 \text{ см}$, $b = 8 \text{ см}$.

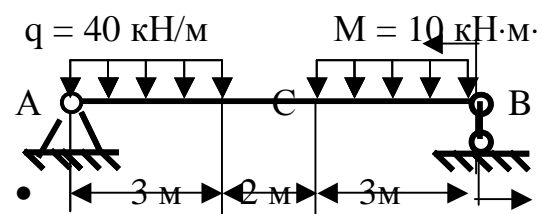


Рисунок 35, лист 3

19) Определить величину допускаемого интенсивного нагружения q , если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$

20) Определить величину допустимой силы P , если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$

21) Определить напряжения по третьей теории прочности, если диаметр стержня равен 25 см.

22) Определить диаметр стержня по третьей теории прочности, если $[\sigma] = 120 \text{ МПа}$.

23) Определить прогиб в точке С и угол поворота в сечении А, если $J_x = 5000 \text{ см}^4$

24) Определить горизонтальное перемещение точки А, если $J_x = 2000 \text{ см}^4$

• Рисунок 35, лист 4

25) Определить угол поворота в узле С, если $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $J_x = 2000$ см⁴

26) Раскрыть статическую неопределенность и построить эпюры N, Q и M. Подобрать номер двутавра, если $[\sigma] = 180$ МПа

27) Раскрыть статическую неопределенность и построить эпюры N, Q и M. Подобрать раму круглого поперечного сечения, если $[\sigma] = 160$ МПа, определить угол поворота сечения на опоре А

28) Построить эпюры Q и M. Подобрать номер двутавра, если $[\sigma] = 160$ МПа, определить прогиб в точке под силой Р.

29) Для круглой стойки диаметром 20 см необходимо определить критическую силу, если $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_{\text{пц}} = 200$ МПа.

30) Подобрать размеры поперечного сечения стойки прямоугольного сечения, если $h = 2b$, $[\sigma] = 160$ МПа $P = 300$ кН

Рисунок 35, лист 5

Список рекомендуемой литературы.

- 1 Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986.- 612 с.
- 2 Писаренко Г.С. и др. Сопротивление материалов. – К.: Вища школа, 1988. - 775 с.
- 3 Дарков А.В. Сопротивление материалов. -М.: - Высш. школа, 1989. - 624с.
- 4 Беляев Н.М. Сборник задач по сопротивлению материалов -М.: Наука, 1976. - 670 с.
- 5 Качурин В.К. и др. Сборник задач по сопротивлению материалов. М.: Наука, 1970. - 432 с.
- 6 Писаренко Г.С. и др. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наукова думка. 1988.- 704 с.
- 7 Ободовский Б.А. Пособие по сопротивлению материалов в примерах и задачах. - Харьков: ХГУ, 1987. - 383 с.
- 8 Миролубов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. - М.: Высшая школа. 1974. - 392 с.
- 9 Афанасьев А.М., Марьин В.А. Лабораторные работы по сопротивлению материалов. - М.:-Наука.1975. - 284 с.

Приложение А

Образец оформления титульного листа
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ДОНБАССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНАЯ
АКАДЕМИЯ

Кафедра технической механики

Расчетно-графическая работа по сопротивлению материалов № 1
Расчеты на растяжение и построение эпюр для балок и рам

| | |
|------------------------------|------------------------|
| Вариант № | 2318 |
| Выполнил студент гр. УС 99-1 | Симоненко А.В. |
| Принял | ассистент Соломин Н.А. |

Краматорск 2001

Содержание

| | |
|---|----|
| 1 Рабочая программа курса | 3 |
| 1.1 Введение | 3 |
| 1.2 Растяжение и сжатие | 3 |
| 1.3 Сдвиг (срез) и кручение | 3 |
| 1.4 Геометрические характеристики плоских сечений | 3 |
| 1.5 Теории напряженного и деформируемого состояния | 3 |
| 1.6 Критерии прочности | 4 |
| 1.7 Изгиб прямых брусьев | 4 |
| 1.8 Потенциальная энергия деформации и общие методы определения перемещений | 4 |
| 1.9 Статически неопределимые системы | 4 |
| 1.10 Устойчивость равновесия деформируемых систем | 5 |
| 1.11 Прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени | 5 |
| 2 Расчетно-графические работы и методические указания по их выполнению | 5 |
| 2.1 Порядок выполнения расчетно-графических работ | 5 |
| 2.2 Расчетно-графическая работа № 1 | 6 |
| Расчет на прочность при растяжении и изгиб | |
| Задача 1 | 6 |
| Указания к выполнению задачи 1 | 6 |
| Пример решения задачи 1 | 10 |
| Задача 2 | 13 |
| Указания к выполнению задач 2 и 3 | 17 |
| Пример решения задачи 2 | 18 |
| Задача 3 | 20 |
| Пример решения задачи 3 | 20 |
| Задача 4 | 25 |
| Указания к выполнению задач 4 и 5 | 25 |
| Пример решения задачи 4 | 29 |
| Задача 5 | 32 |
| Пример решения задач 5 | 32 |
| Задача 6 | 37 |
| Указания к выполнению задачи 6: | 41 |
| Пример решения задачи 6 | 42 |
| 2.3 Расчетно-графическая работа № 2 | 44 |
| Сложное сопротивление | |
| Задача 1 | 44 |
| Указания к выполнению задачи 1 | 48 |
| Пример решения задачи 1 | 49 |

| | |
|---|-----|
| Задача 2 | 52 |
| Указания к выполнению задачи 2 | 56 |
| Пример решения задачи 2 | 56 |
| Задача 3 | 60 |
| Указания к выполнению задачи 3 | 64 |
| Пример решения задачи 3 | 65 |
| 2.4 Расчетно-графическая работа № 3 | |
| Расчет статически неопределимых систем методом сил и рас- четы на устойчивость | 67 |
| Задача 1 | 67 |
| Указания к выполнению задачи 1 | 71 |
| Пример решения задачи 1 | 71 |
| Задача 2 | 76 |
| Указания к выполнению задачи 2 | 76 |
| Пример решения задачи 2 | 76 |
| Задача 3 | 82 |
| Указания к выполнению задачи 3 | 83 |
| Пример решения задачи 3 | 87 |
| 3 Подготовка к экзаменам | 91 |
| 3.1 Экзаменационные вопросы | 91 |
| 3.2 Типы экзаменационных задач | 95 |
| Список рекомендуемой литературы | 100 |
| Приложение А Образец оформления титульного листа | 101 |

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИМ РАБОТАМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
“ СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ”
(для студентов ускоренного курса обучения всех
механических специальностей)

Составитель:

Зинченко Тамила Павловна

43/2001 Подп. печ. . . . 2001

Формат 60x94/16

Офсетная печать. Усл. печ. Уч.-изд.

Тираж экз. Заказ №

ДГМА. 84313 Краматорск. ул. Шкадинова 72