

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДОНБАСЬКА ДЕРЖАВНА МАШИНОБУДІНА АКАДЕМІЯ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО РАЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ ЗАВДАНЬ 1-3  
З ДИСЦИПЛІНИ “ОШР МАТЕРІАЛІВ”**

**(для студентів всіх механічних спеціальностей денної форми навчання)**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**  
на засіданні кафедри  
технічної механіки.  
Протокол № 9 від 20.12.2001р.

Краматорськ 2001

УДК 539. 3/5

Методичні вказівки до розрахунково-графічних завдань з дисципліни “Опір матеріалів” (для студентів всіх механічних спеціальностей денної форми навчання) / Уклад. В.А. Овчаренко, Зінченко Т.П.– Краматорськ: ДДМА, 2001.- 44с.

Містяться умови задач, які входять в завдання, даються короткі теоретичні викладки за тематикою задач, які виконуються, рекомендації з їх розв’язання, аналіз одержаних результатів.

У к л а д а ч і

доц. В.А. Овчаренко

доц.. Т.П. Зінченко

Рецензент

доц. Л.В. Кутовий

Відповідальний за

Випуск

С.В. Подлесний

## ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

Курсові розрахунково-графічні завдання призначені для розвитку у студента навиків виконання типових міцносних розрахунків, які часто зустрічаються в інженерній практиці. Крім того, вони допомагають кращому засвоєнню теоретичного курсу і придбанню навиків самостійної практичної роботи.

Завдання видається після вивчення відповідного матеріалу.

Кожний студент одержує варіант, згідно з яким виконує усі завдання. Номер варіанта складається з чотирьох цифр. Перша цифра вказує номер стовпчика першої таблиці, друга – другої, третя і четверта – номер схеми.

Дані вказівки ставлять загальні вимоги і правила оформлення розрахунково-графічних завдань з курсу “Опір матеріалів” згідно з ДСТом.

Завдання повинно мати такий зміст:

1. Для кожної задачі на першій сторінці повинно бути записано завдання з даними, відповідно варіанту, рисунок з усіма необхідними для розрахунку розмірами і значеннями навантаження.
2. На наступних сторінках необхідно привести в довільній формі текстову частину, розрахунки і додаткові малюнки, які пояснюють розв’язання задачі. Завдання повинно бути написано від руки на одній сторінці аркушу паперу формату А4.
3. Усі рисунки та епюри слід виконувати в масштабі.
4. Усі фізичні розміри необхідно виконувати в міжнародній системі одиниць (СІ).
5. Титульний аркуш повинен бути виконаним на щільному паперу формату А4.
6. При виконанні задач необхідно дотримуватись методичних вказівок до кожної задачі.

## КУРСОВЕ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНЕ ЗАВДАННЯ №1

### Розрахунок стержневих систем, які працюють на розтягання і стискання

#### Задача 1

Із розрахунку на міцність підібрати розміри поперечних перерізів стержнів: стержень 1 – круглого поперечного перерізу, стержень 2 складається з двох рівнобоких кутників, стержень 3 – двотаврового поперечного перерізу. Знайти абсолютне подовження (укорочення) стержнів, якщо  $[\sigma]=160$  МПа,  $E=2 \cdot 10^5$  МПа. Початкові дані вибрати із табл. 1,2 і рис. 1.

**Таблиця 1**

Перша цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
а, м	0.8	0.6	1.0	1.2	1.4	1.5	2.0	2.5	1.8	1.6
б, м	1.1	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	1.3	0.8	2.2	2.4
с, м	1.2	1.4	0.8	0.6	2.0	2.2	1.1	1.8	1.7	1.6

**Таблиця 2**

Друга цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
М, кНм	100	120	200	80	300	100	220	160	140	250
Р, кН	400	300	450	200	350	240	250	280	340	320
q, кН/м	200	150	250	300	350	400	280	350	380	320

### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЗАДАЧИ 1

Необхідні розміри поперечних перерізів стержнів можна знайти з умови міцності. В даних розрахункових схемах стержні працюють на розтягання і стискання, для яких умова міцності має вигляд:

$$s = \frac{N}{F} \leq [s], \quad (1)$$

де  $N$  - поздовжня (осьова) сила в стержні;  
 $F$  - площа поперечного перерізу стержня  
 $[s]$  - допустиме напруження.

Для виконання проектувальних розрахунків необхідно визначити площу поперечних перерізів стержнів:

$$F \geq \frac{N}{[S]} \quad (2)$$

В цій нерівності невідоме зусилля  $N$ .

Системи, які розглядаються, статично визначені і зусилля в них можуть бути знайдені тільки з рівнянь рівноваги статички. Задачу слід розв'язувати за таким планом:

1 Скласти рівняння рівноваги, використовуючи тільки ті з них, в які не входять реакції опор, котрі знаходити немає потреби, і розрахувати зусилля в стержнях 1, 2, 3.

2 Знайти площі поперечних перерізів стержнів за формулою (2):

а) поперечний переріз стержня 1 – круг. Для круглого поперечного перерізу

$$F_1 = \frac{pd^2}{4}, \text{ звідки}$$

$$d = \sqrt{\frac{4N}{p[S]}};$$

б) поперечний переріз стержня 2 – два рівнобічних кутника. За площею кутника  $F_L = \frac{F_2}{2} = \frac{N_2}{2[S]}$ ; із таблиці знаходимо номер кутника, площа якого не повинна бути меншою за  $F_1$ ;

в) поперечний переріз стержня 3 – двотавр. За площею  $F_3 = \frac{N_3}{[S]}$ .

Із таблиці знаходимо відповідний номер двотавра. Якщо знайдені площі рівнобокого кутника і двотавра менше площі найменшого профілю, то прийняти найменший профіль.

3 Визначити поздовження (укорочення) стержнів за законом Гука. Якщо стержень розтягується, то  $\Delta L$  вважається додатним, а якщо стискається - від'ємним:

$$\Delta L_i = \frac{N_i L_i}{EF_i}, \quad (4)$$

де  $N_i$  - зусилля в  $i$ -му стержні;  
 $L_i$  - довжина  $i$ -го стержня;  
 $E$  - модуль пружності матеріалу;  
 $F_i$  - площа поперечного перерізу підбраного профілю.

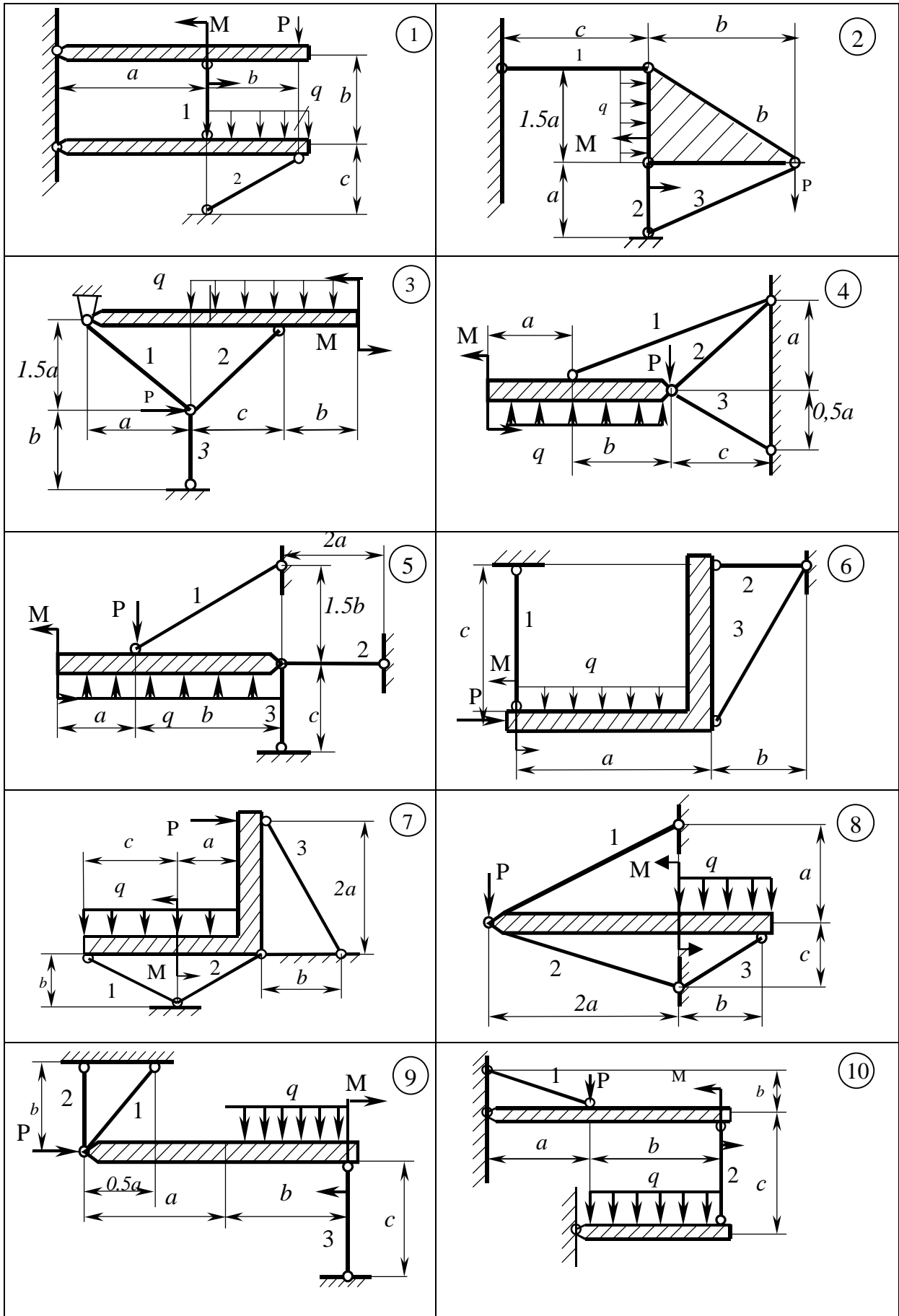


Рисунок 1

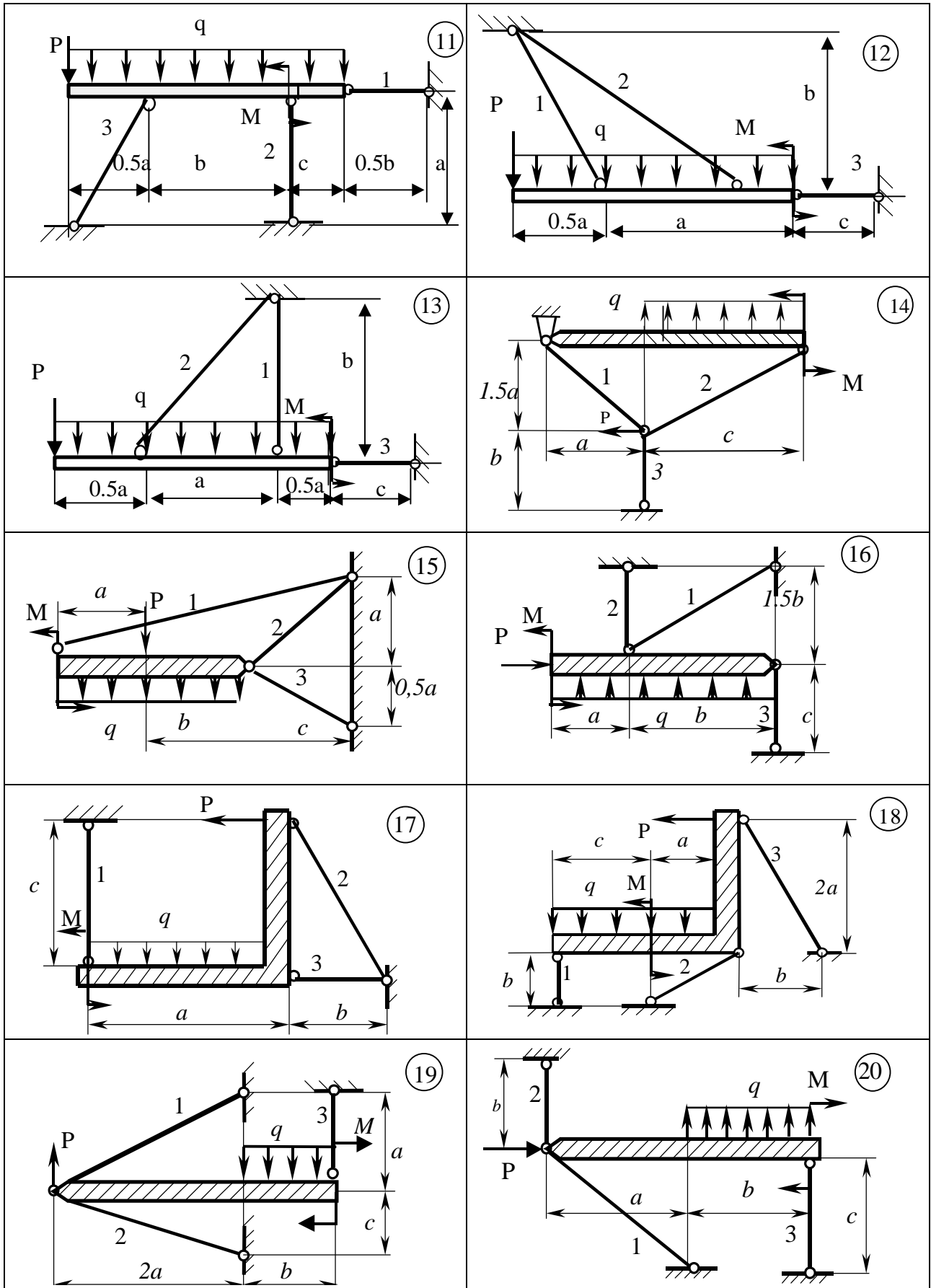


Рисунок 1, аркуш 2

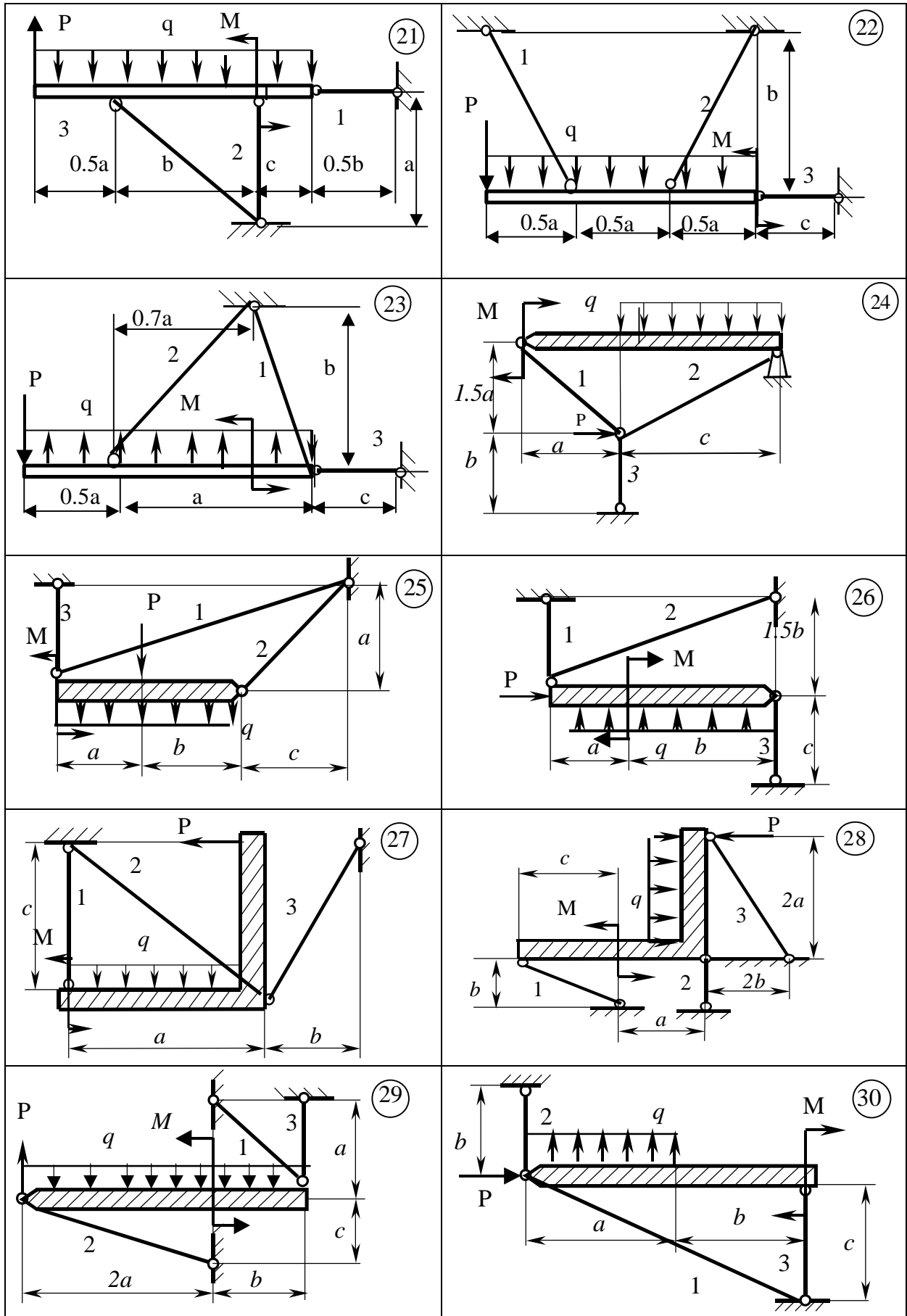


Рисунок 1, аркуш 3



**Задача 2**

Для даного сталюого стержня побудувати епюри поздовжніх зусиль і нормальних напружень, якщо зазор  $\delta$  був до зміни температури і прикладення зусиль.

Початкові дані вибрати із табл. 3, 4 і рис. 2.

**Таблиця 3**

Перша цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a, м	0.8	0.6	1.0	1.2	1.4	1.5	2.0	2.5	1.8	1.6
b, м	1.1	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	1.3	0.8	2.2	2.4
c, м	1.2	1.4	0.8	0.6	2.0	2.2	1.1	1.8	1.7	1.6
t, град	30	35	50	45	25	55	60	20	40	65

**Таблиця 4**

Друга цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, см <sup>2</sup>	10	8	11	13	16	18	20	15	14	17
P, кН	100	150	180	230	200	140	130	170	280	250
$\delta$ , мм	0.01	0.02	0.04	0.03	0.07	0.08	0.04	0.03	0.04	0.05

**Методичні вказівки до виконання задачі 2**

При нагріванні стержня і дії на нього зусиль  $P_1$  зазор закритється і в обох жорстких опорах з'являються реакції, які діють поздовж осі стержня. Очевидно, при осьовій дії усіх зусиль можна записати одне рівняння рівноваги – суму проєкцій усіх зусиль на вісь стержня прирівняти нулю. Таким чином, знайти дві реакції з одного рівняння неможливо. Система, в якій число невідомих зусиль перевищує кількість рівнянь статички, називається статично невизначуваною. Нагадаємо, що для плоскої довільної системи сил можна скласти три рівняння рівноваги, для плоско-паралельної і плоско-збіжної – два. Статистично-невизначувані системи розв'язуються за таким планом:

1 Визначається ступінь статичної невизначуваності конструкції, тобто кількість зайвих невідомих, яка дорівнює різниці між кількістю невідомих і кількістю рівнянь статички. В цій задачі  $S = 2 - 1 = 1$

2 Для розв'язання статистично невизначуваної системи необхідно розглянути три аспекти задачі:

а) Статичний аспект задачі. Складаємо рівняння рівноваги відокремлених елементів конструкції, що мають невідомі зусилля, - сума проєкцій усіх сил, включаючи реакції опор на вісь стержня:

$$\sum P_x = 0, \quad (5)$$

б) Геометричний аспект задачі. Розглядаємо систему в деформованому стані, що дає змогу встановити зв'язки між деформаціями або переміщеннями окремих елементів конструкції. Здобуті рівняння називають рівняннями сумісності (нерозривності) деформацій. В цій задачі до прикладення зусиль і зміни температури між одним кінцем стержня і опорою був зазор  $\delta$ . Після нагрівання і дії заданих зусиль він закривається. Таким чином, стержень зможе змінити свою довжину на  $\delta$  і рівняння сумісності буде мати вигляд:

$$\Delta L = \Delta L_N + \Delta L_t = \delta, \quad (6)$$

де  $\Delta L_N$  - деформація від зусиль;

$\Delta L_t$  - деформація від температури.

в) Фізичний аспект задачі. Оскільки зусилля  $N$  змінюються за довжиною стержня, то для наочності рекомендується зобразити епюру  $N$  в загальному вигляді (через задані зусилля і реакції опор), використовуючи для цього метод перерізів.

Поздовжня сила дорівнює сумі проекцій на вісь стержня усіх зовнішніх сил, які діють з одного боку від перерізу. Якщо сила діє від перерізу, вважати зусилля в ньому додатнім. Підставити зусилля на кожній ділянці стержня із епюри  $N$  з урахуванням знака, довжини відповідних ділянок, площі їх поперечних перерізів. Знайти деформації стержнів  $\Delta L_N$  від зусиль за формулою (4).

Зусилля  $N_i$  підставити з урахуванням знака.

Оскільки матеріал усіх ділянок однаковий, то деформацію стержня від нагрівання можна знайти із залежності –

$$\Delta L_t = \alpha L \Delta_t, \text{ де } L - \text{довжина усього стержня};$$

$\alpha$ - температурний коефіцієнт осьового подовження, для сталі  $= 125 \cdot 10^{-7}$ ;

$\Delta_t$  - температура нагрівання.

Таким чином, умова сумісності деформацій (6) придбає вигляд:

$$\Delta L = \sum_{i=1}^n \frac{N_i L_i}{EF_i} + \alpha L \Delta_t = \delta \quad (7)$$

г) Синтез. Розв'язуючи сумісно статичні, геометричні та фізичні рівняння, знаходимо невідомі зусилля.

Одержане рішення необхідно аналізувати. Реакція з боку зазора не може бути спрямована від стержня (заздалегідь напрямом реакцій довільний), оскільки сили  $P$  задані таким чином, що їх рівнодіюча  $R$  спрямована на опору з зазором (рис. 3)

Отже, реакція від сили в опорі  $A$  спрямована на стержень, а в опорі  $B$  – від нього (рис. 3, опора  $A$ ).

Температурні напруження від нагрівання визивають в опорах А і В реакції, спрямовані на стержень (рис. 4)

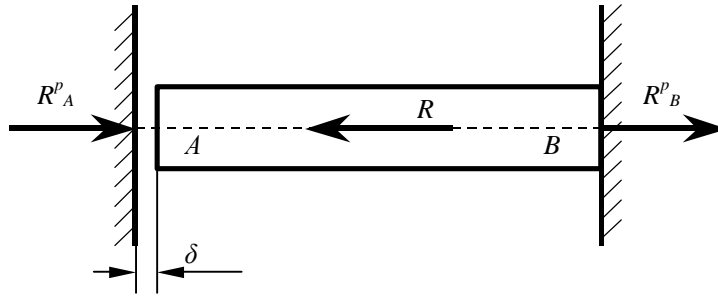


Рисунок 3

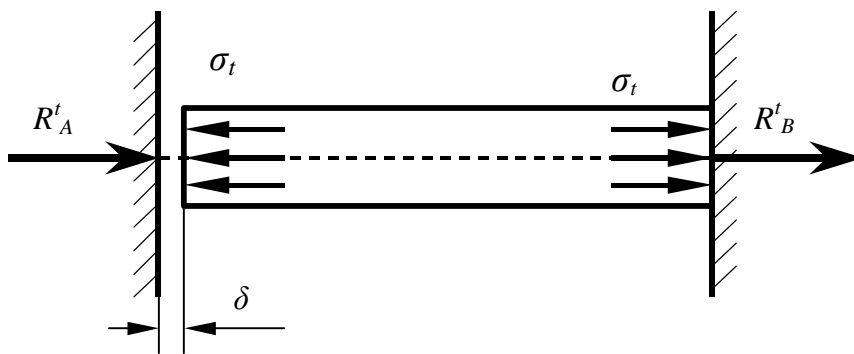


Рисунок 4

Таким чином, дійсно в опорі А сумарна реакція спрямована на стержень, а в опорі В – на нього або від нього. Це залежить від того, який вплив (силовий або температурний) має перевагу.

4 Побудувати епюру N з урахуванням знайдених реакцій опор.

5 Знайти напруження на кожній ділянці стержня:

$$S_i = \frac{N_i}{F_i} \quad (8)$$

6 Побудувати епюру напружень. При оформленні задачі рекомендується даний стержень, попередню і остаточну епюри N, епюру напружень малювати на одному аркуші одну під другою.

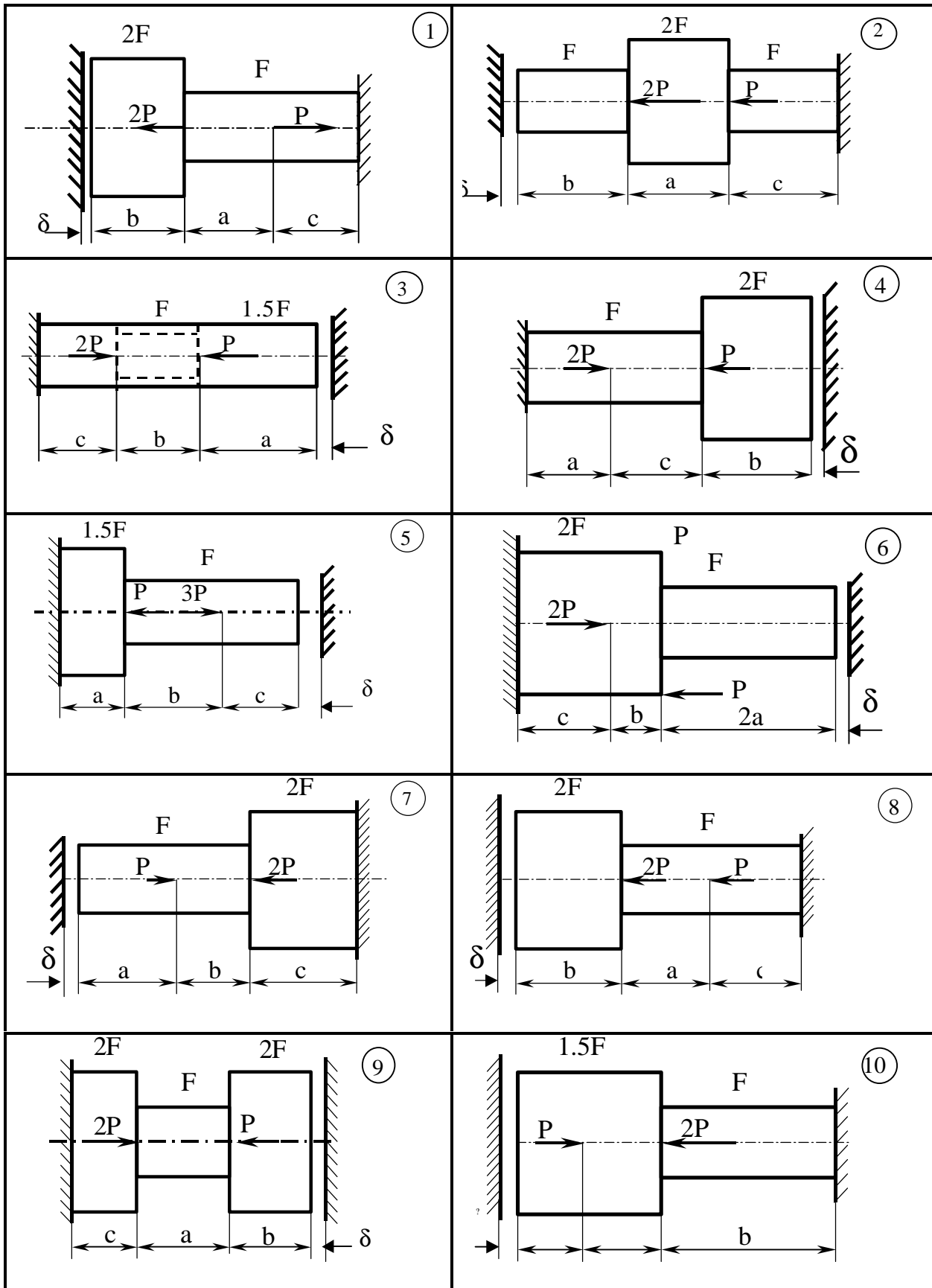


Рисунок 2

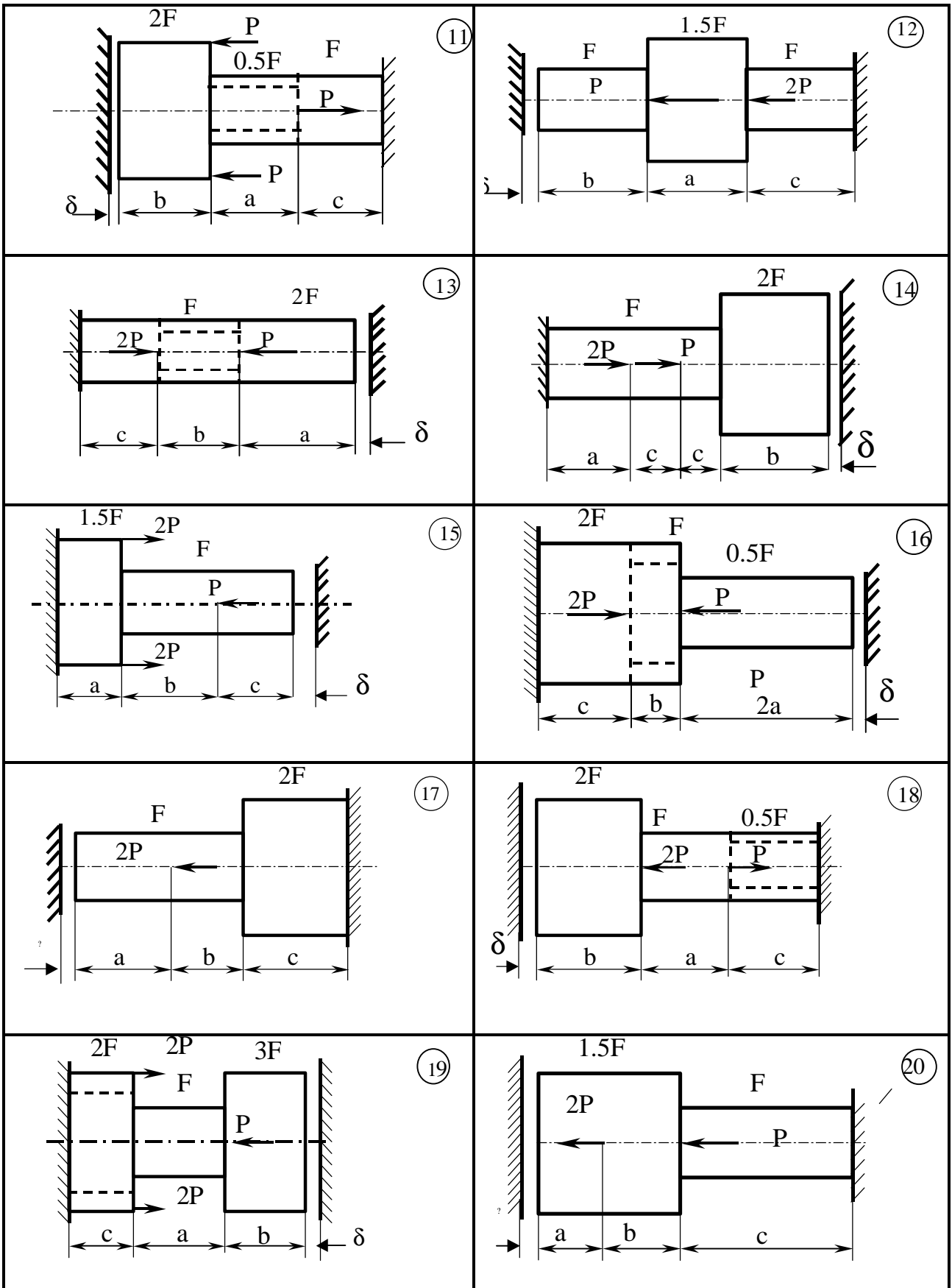


Рисунок 2, аркуш 2



**Задача 3**

Визначити діаметр поперечного перерізу сталевих стержнів, якщо  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $[\sigma] = 120$  МПа. Початкові дані вибрати із табл. 5, 6 і рис. 5.

**Таблиця 5**

Перша цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1$ , кН	100	300	150	250	200	100	250	150	200	450
$q$ , кН/м	300	150	100	200	150	250	100	200	250	150
$M$ , кН*м	400	200	300	100	400	300	300	100	300	400

**Таблиця 6**

Друга цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a$ , м	0.6	0.5	0.7	0.9	0.8	1.0	0.4	0.75	0.8	0.65
$b$ , м	1.0	0.8	0.5	0.7	0.4	1.3	0.8	0.9	0.7	0.8
$c$ , м	0.5	0.6	0.9	0.8	0.7	1.0	0.5	0.4	0.4	1.2

**Методичні вказівки до виконання задачі 3**

Діаметр поперечного перерізу стержнів 1, 2 можна знайти з умови міцності. Стержні системи, які прикріплені до жорсткого бруса шарнірно, працюють на розтягання або стискання, для якого умова міцності записується згідно з виразом (1). Діаметр стержнів визначається за формулою (3).

У виразі (1) невідомо  $N_{\max}$ , отже, необхідно визначити зусилля, які виникають в стержнях заданої системи, і підбір перерізів стержнів виконати за  $N_{\max}$ .

Під дією навантаження в стержнях 1, 2, які підтримують абсолютно жорсткий брус, виникають поздовжні зусилля, а в шарнірно-нерухомій опорі – дві опорні реакції. Таким чином, маємо чотири невідомих, а рівнянь рівноваги для плоскої довільної системи можна скласти тільки три. Отже, система один раз статистично невизначувана і розраховується за таким планом:

1 Визначаємо ступінь статистичної невизначуваності системи:

$$S = 4 - 3 = 1.$$

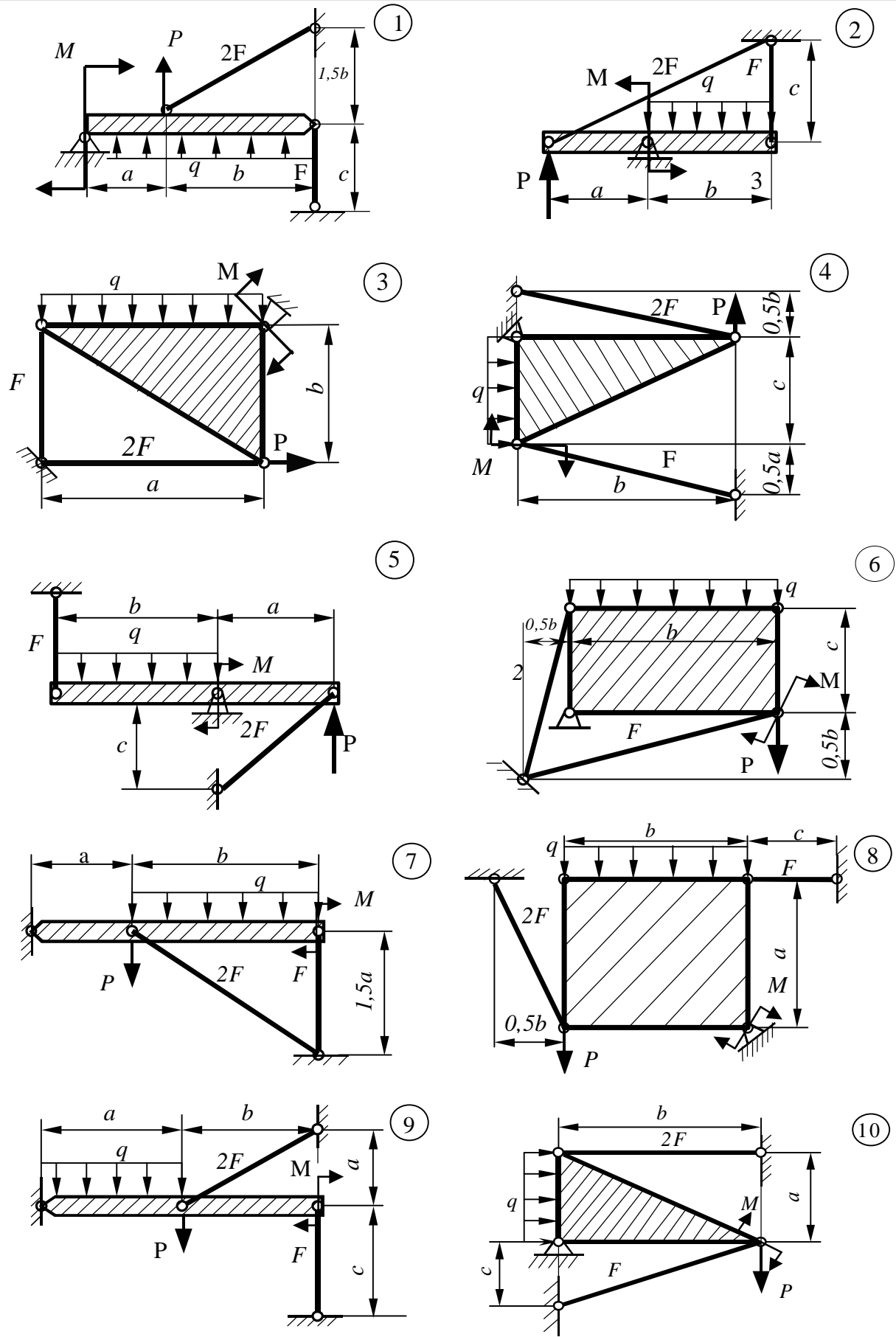


Рисунок 5



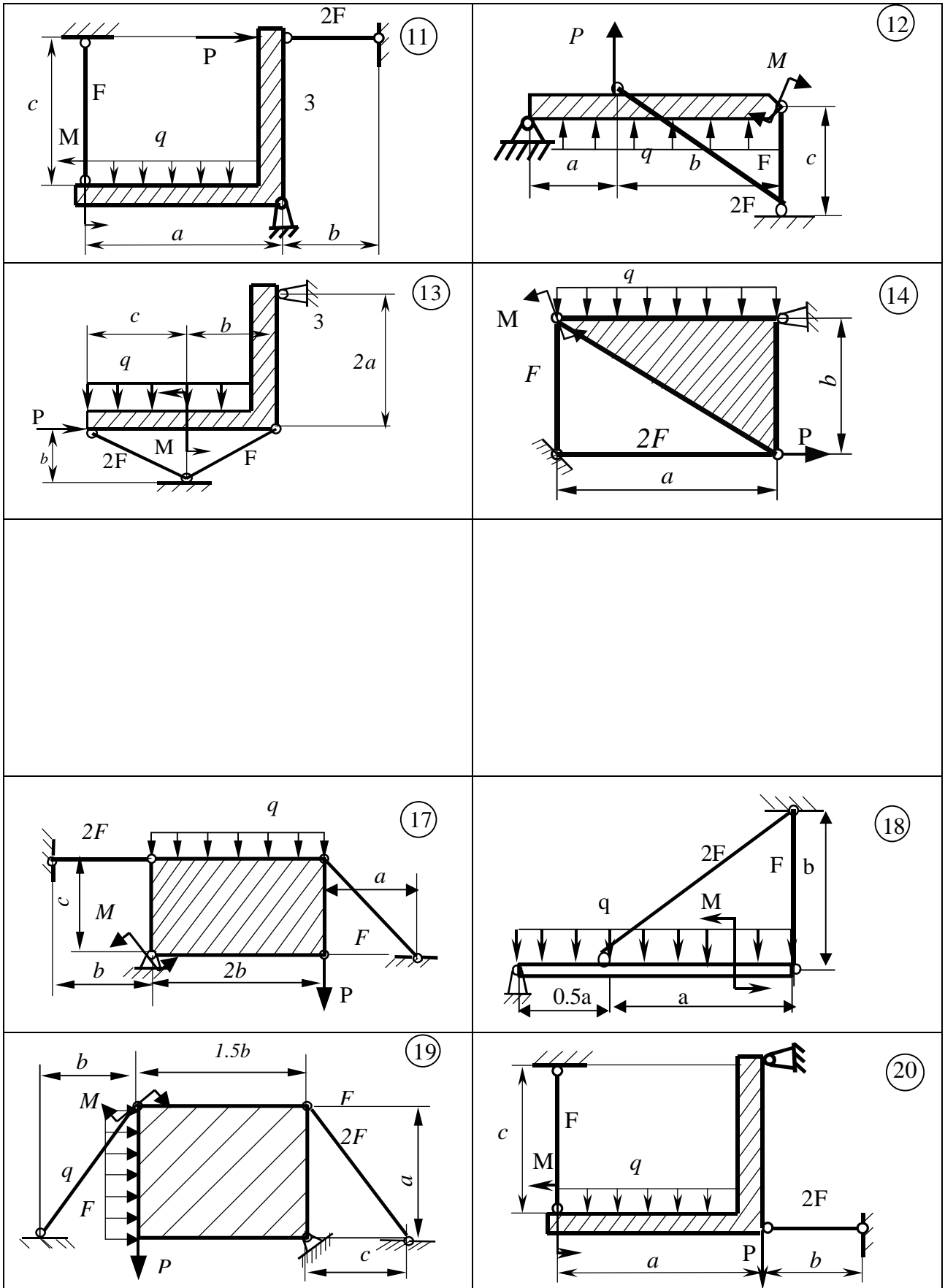


Рисунок 5 аркуш 2

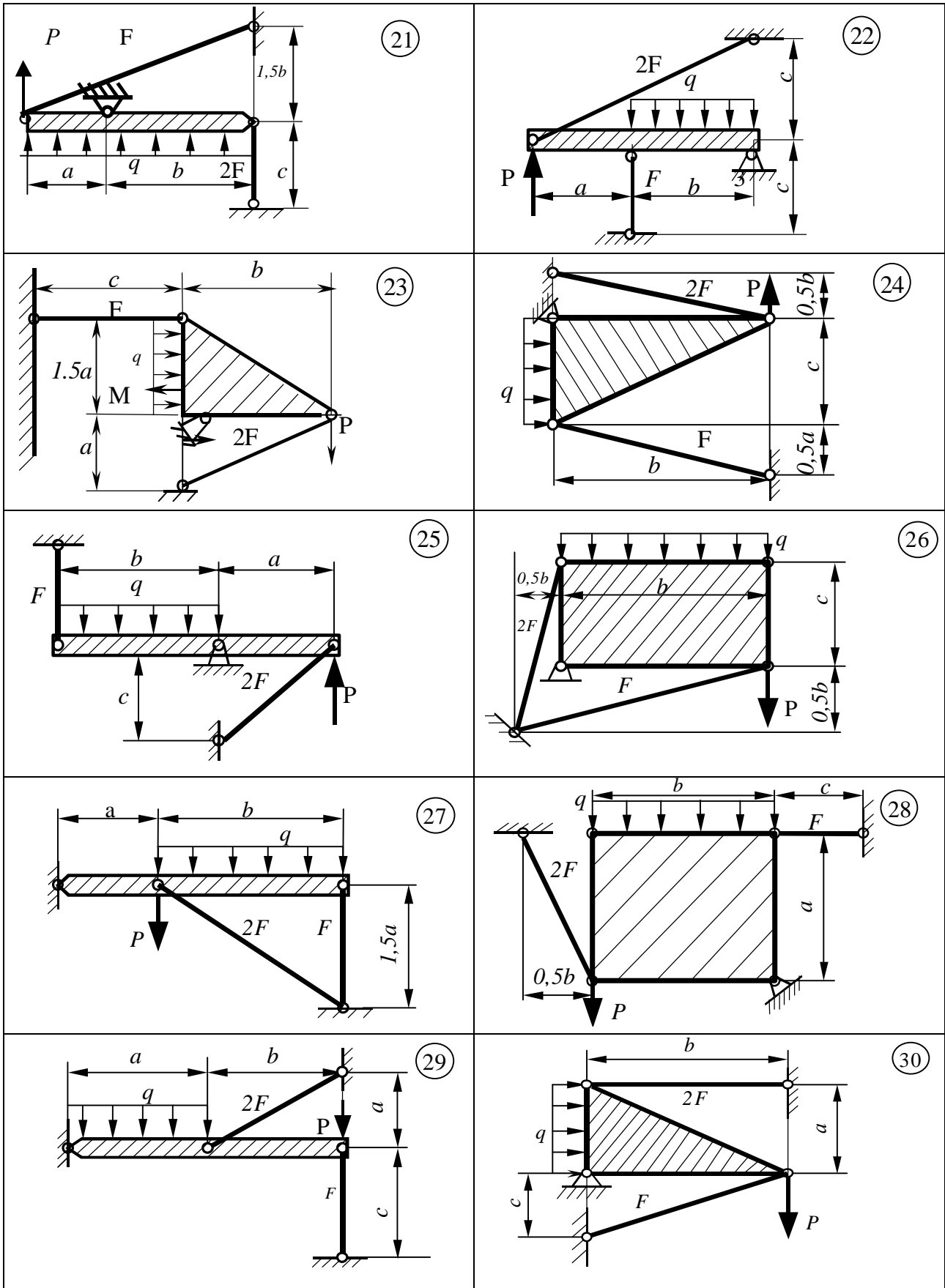


Рисунок 5, аркуш 3

2 Для розкриття статистичної невизначуваності необхідно розглянути три аспекти задачі:

а) Статичний аспект задачі. Складаємо рівняння рівноваги, використовуючи ті з них, які не включають реакції опор, в розрахунку яких немає необхідності. Невідомі зусилля бажано спрямовувати заздалегідь від вузлів прикріплення стержнів, вважаючи їх спочатку розтягненими.

б) Геометричний аспект задачі. Встановити взаємозв'язок між деформаціями окремих елементів заданої системи, внаслідок чого здобути рівняння сумісності або нерозривності деформацій. Для цього необхідно зобразити положення системи до і після навантаження, задаючи їй можливі переміщення, тобто ті переміщення, які дозволяють мати системі зв'язки.

Якщо система має шарнірно-нерухому опору, то під дією будь-яких факторів система буде повертатися, а точки прикріплення стержнів при цьому будуть переміщуватися (при умові малих деформацій) перпендикулярно до відносних радіусів повертання (рис. 6).

Очевидно, переміщення  $\Delta_i$  при цьому співвідносяться як радіуси повороту, тобто:

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{r_1}{r_2}; \quad \frac{\Delta_2}{\Delta_3} = \frac{r_2}{r_3} \text{ і т.п.} \quad (9)$$

Коли система опирається з допомогою шарнірно-рухомих опор, можливі лінійні переміщення перпендикулярні до опорних стержнів (рис. 7).

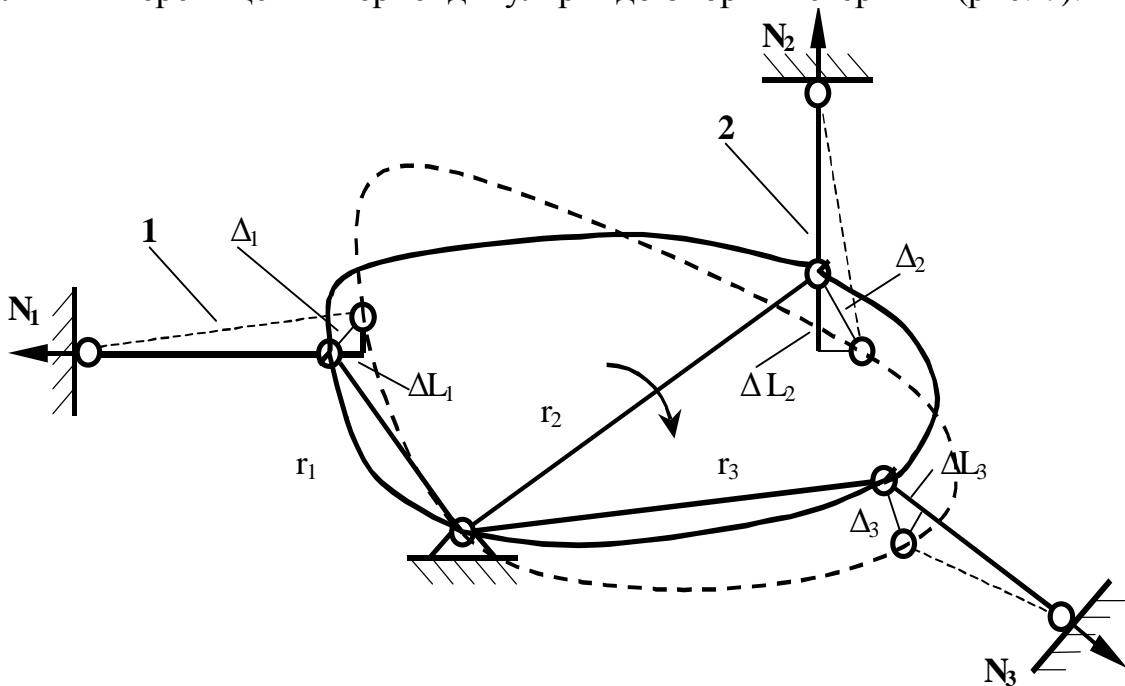


Рисунок 6

Оскільки дана система жорстка, то ці переміщення однакові, тобто  $\Delta_1 = \Delta_2$ .

При знайдених переміщеннях кожний zdeформований елемент системи здобуде подовження або укорочення  $\Delta L_i$ , через які необхідно виразити відповідні переміщення  $\Delta_i$ . Якщо точка прикріплення стержня переміщується вздовж його напрямку, то деформація стержня дорівнює його переміщенню (стержень 1, рис.7). В протилежному разі для знаходження деформації стержня необхідно переміщення проектувати на напрямок стержня (стержні 1 – 3, рис. 6, стержень 2, рис. 7).

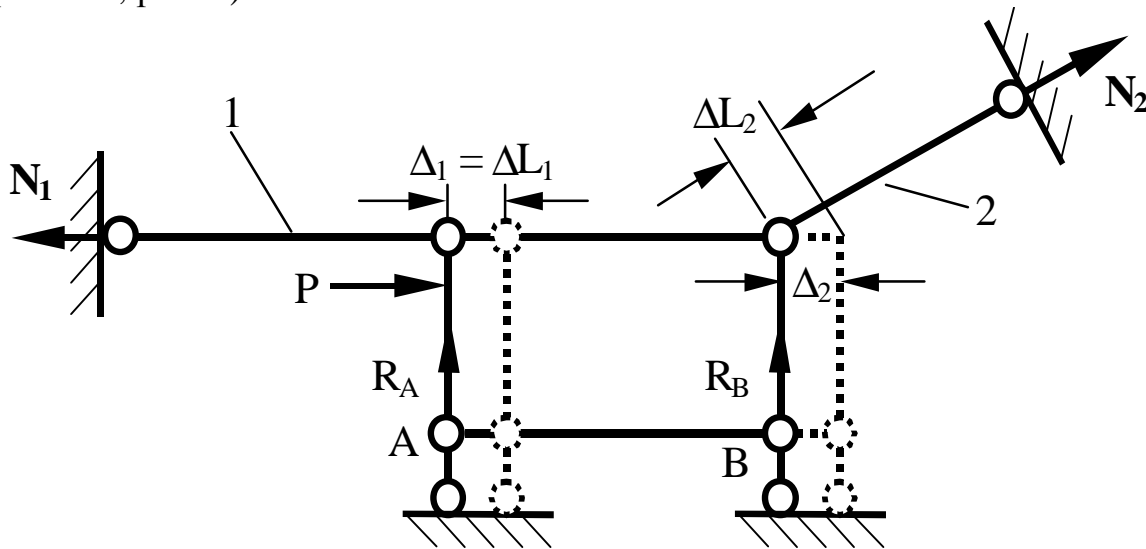


Рисунок 7

Виразивши переміщення  $\Delta_i$  через деформацію  $\Delta L_i$  в формули (9), знайти взаємозв'язок деформацій окремих елементів системи, тобто рівняння сумісності або нерозривності деформацій.

Абсолютно жорсткий брус може прикріплюватися декількома паралельними стержнями (рис. 8).

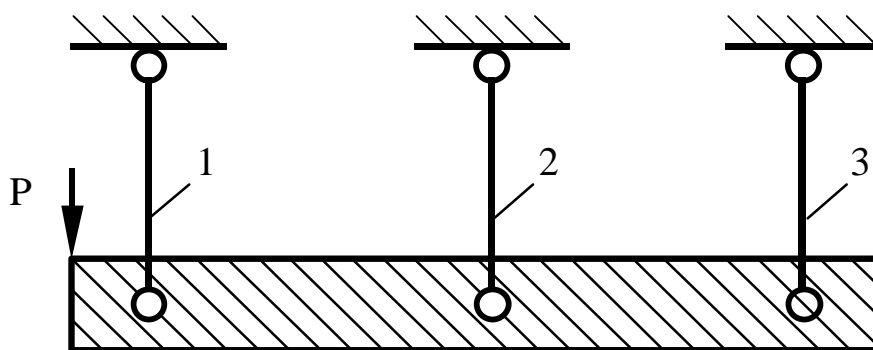


Рисунок 8

Ця система статично невизначувана (три невідомі зусилля в стержнях 1-3, а рівнянь рівноваги для плоско-паралельної системи можна скласти тільки два) і вирішується за планом двох попередніх задач.

Коли розглядається геометричний аспект задачі, потрібно мати на увазі, що під дією навантаження система поступально переміщується вниз і повертається (рис. 9). З рис. 9 видно, як зв'язати деформації стержнів між собою.

$$AA_1 = \Delta L_1; BB_1 = \Delta L_2; CC_1 = \Delta L_3; B_1B_2 = \Delta l_2 - \Delta l_3; A_1A_2 = \Delta L_1 - \Delta L_3.$$

в) Фізичний аспект задачі. За законом Гука замінити деформацію через зусилля згідно з формулою (4). Спрямуємо заздалегідь зусилля від вузлів прикріплення. При цьому в усіх стержнях зусилля  $N_i$  будуть розтягуючі, тобто додатні. Додатнім зусиллям повинно відповідати подовження стержнів. Якщо якийсь стержень при навантаженні укорочується, то його деформація буде від'ємною, тобто входить в рівняння сумісності з мінусом ( $\Delta L_3$  – рис.6,  $\Delta L_3$  – рис. 7).

3. Синтез. Розв'язати сумісно рівняння рівноваги і рівняння сумісності деформацій, внаслідок чого знайти невідомі зусилля в стержнях.

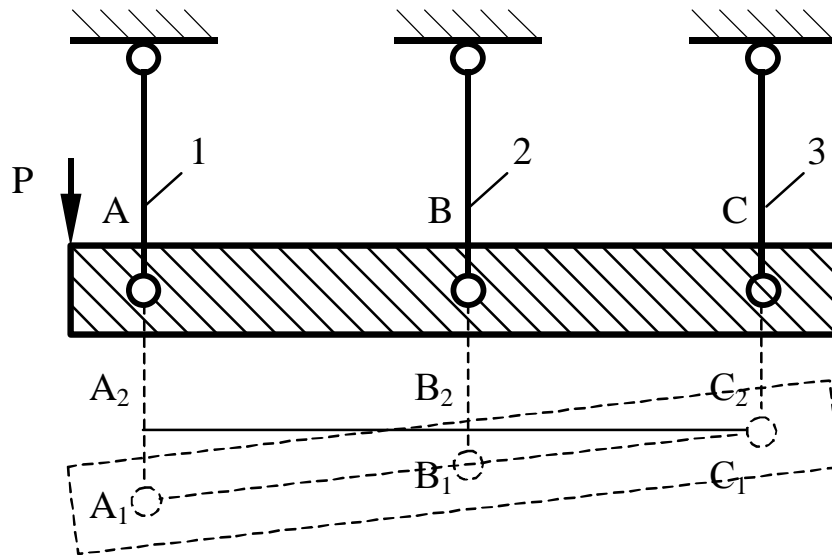


Рисунок 9

4. Знаючи зусилля і матеріал (допустимі напруження) з умови міцності при розтяганні-стисканні, знайти площі поперечних перерізів стержнів за виразом (2).

Згідно з умовою стержні мають круглий поперечний переріз, отже з виразу (3) знаходимо діаметр стержнів.

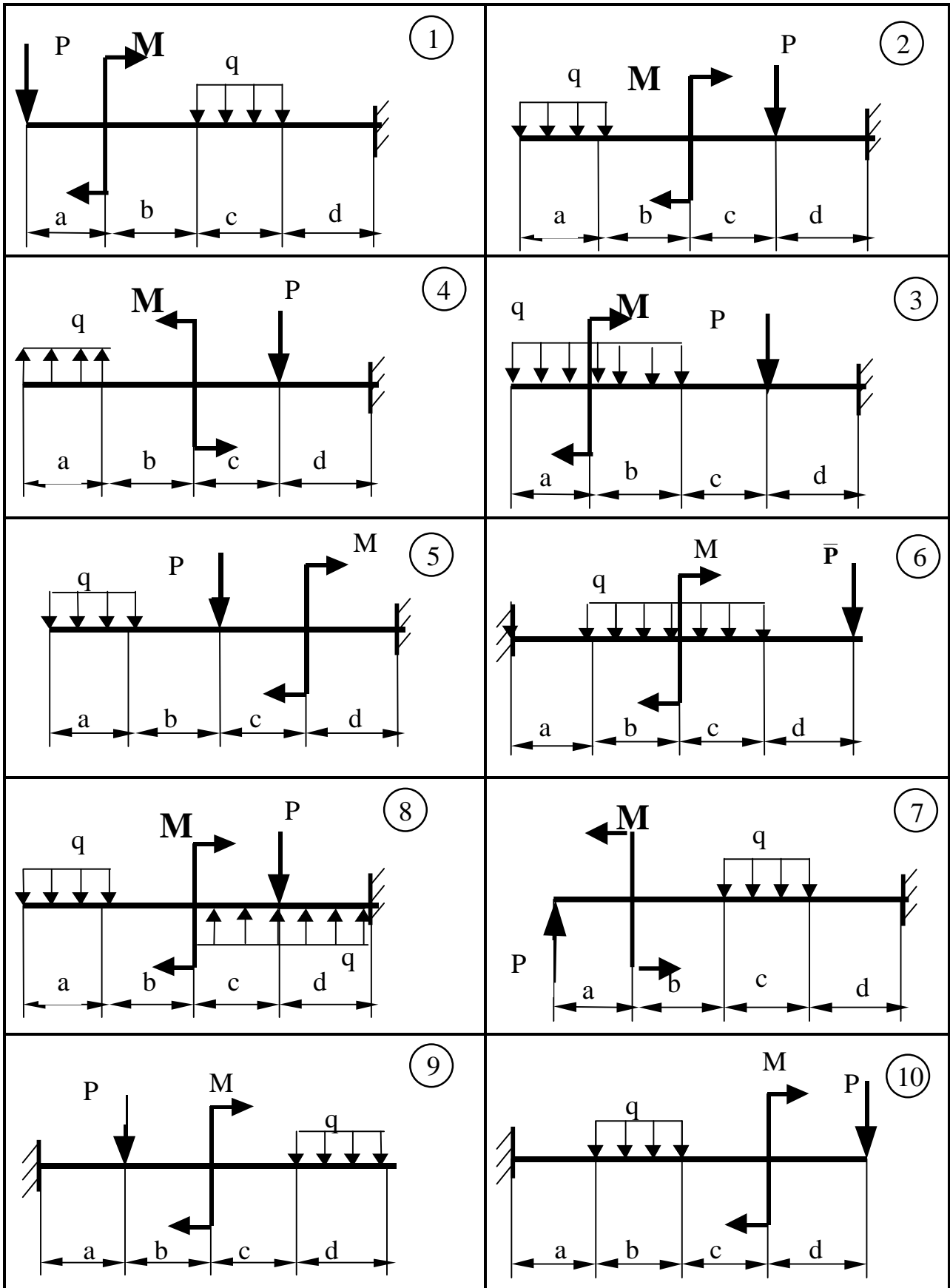


Рисунок 10

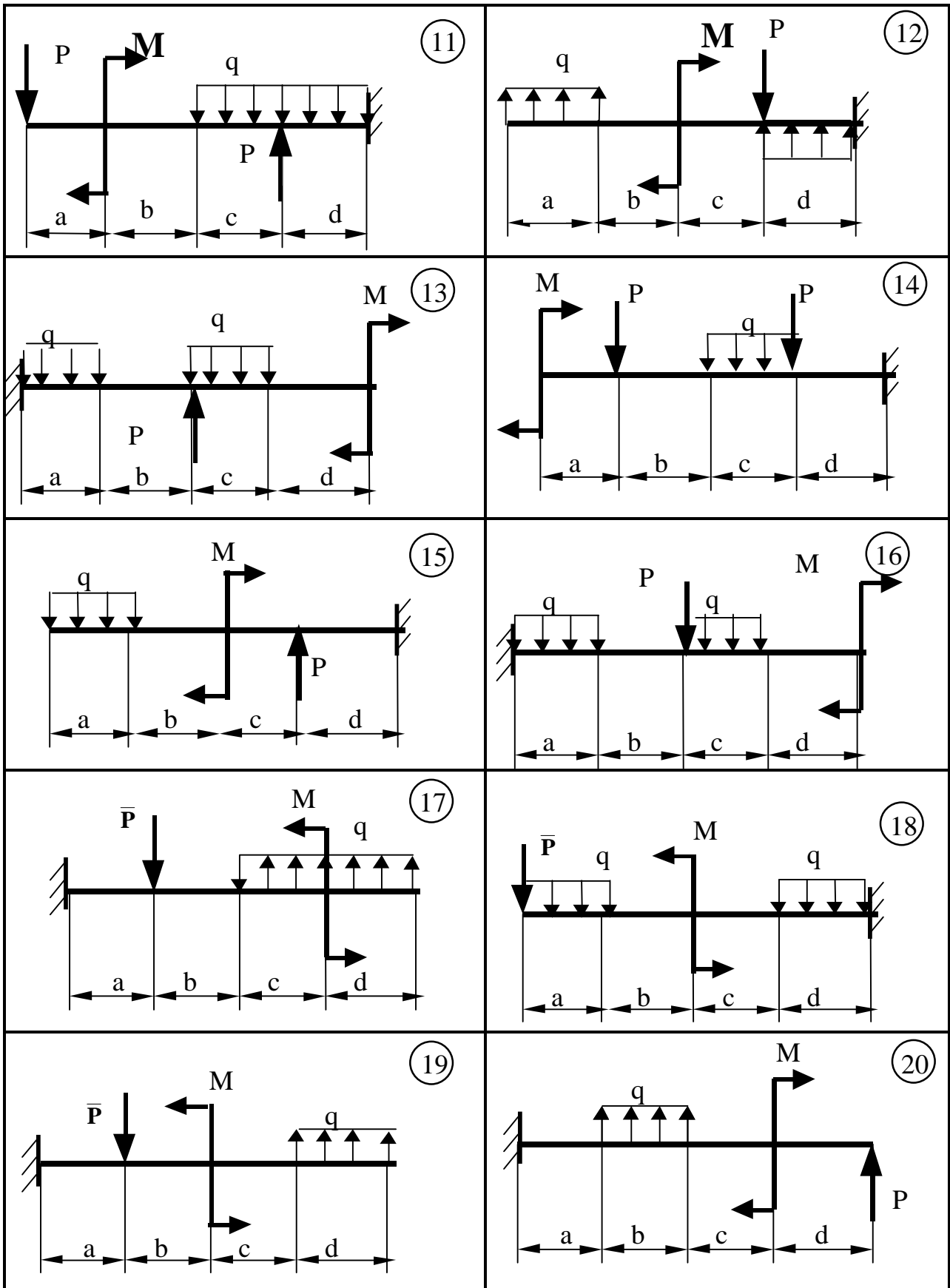


Рисунок 10, аркуш 2

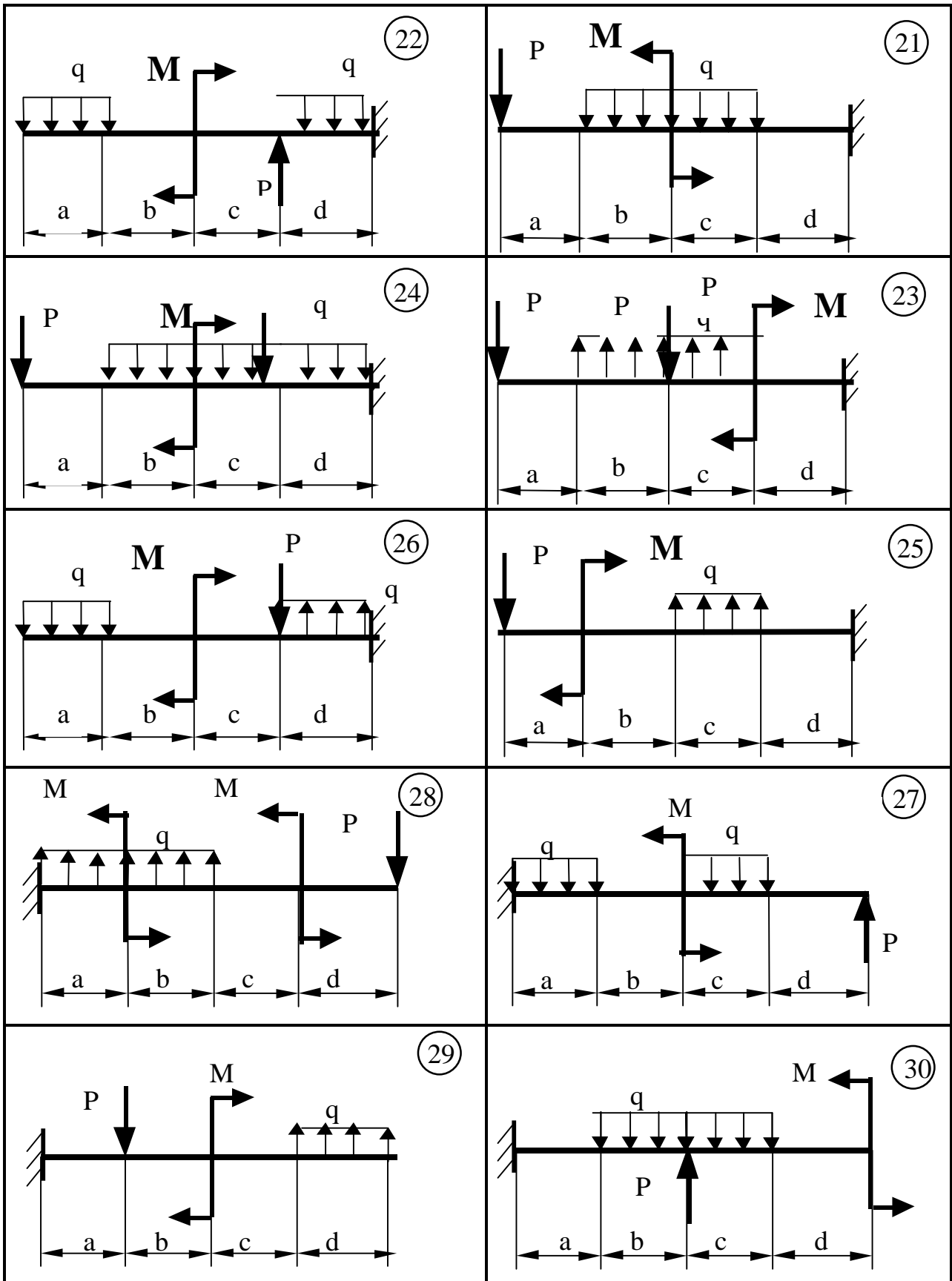


Рисунок 10, аркуш 3



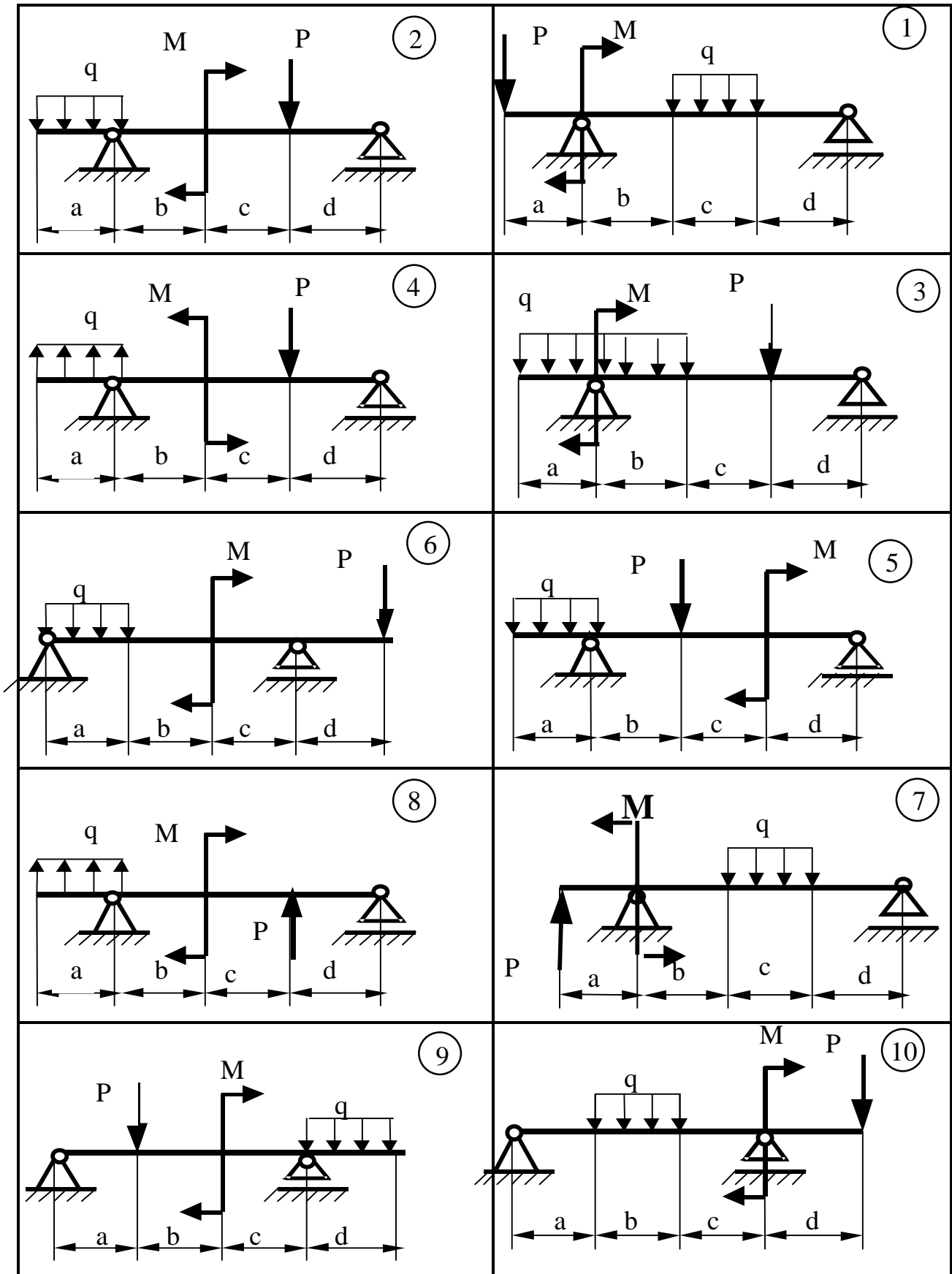


Рисунок 11

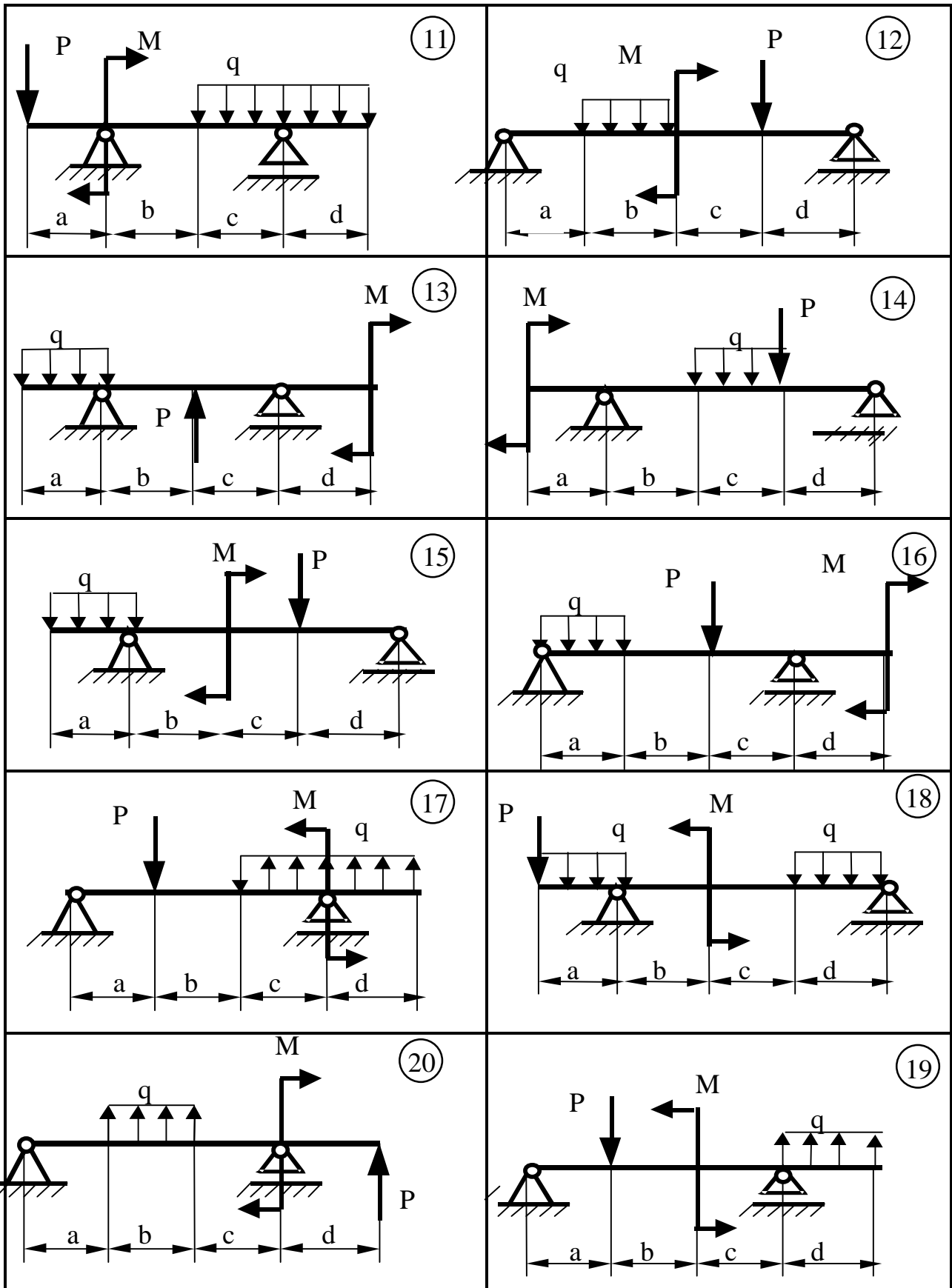


Рисунок 11, аркуш 2

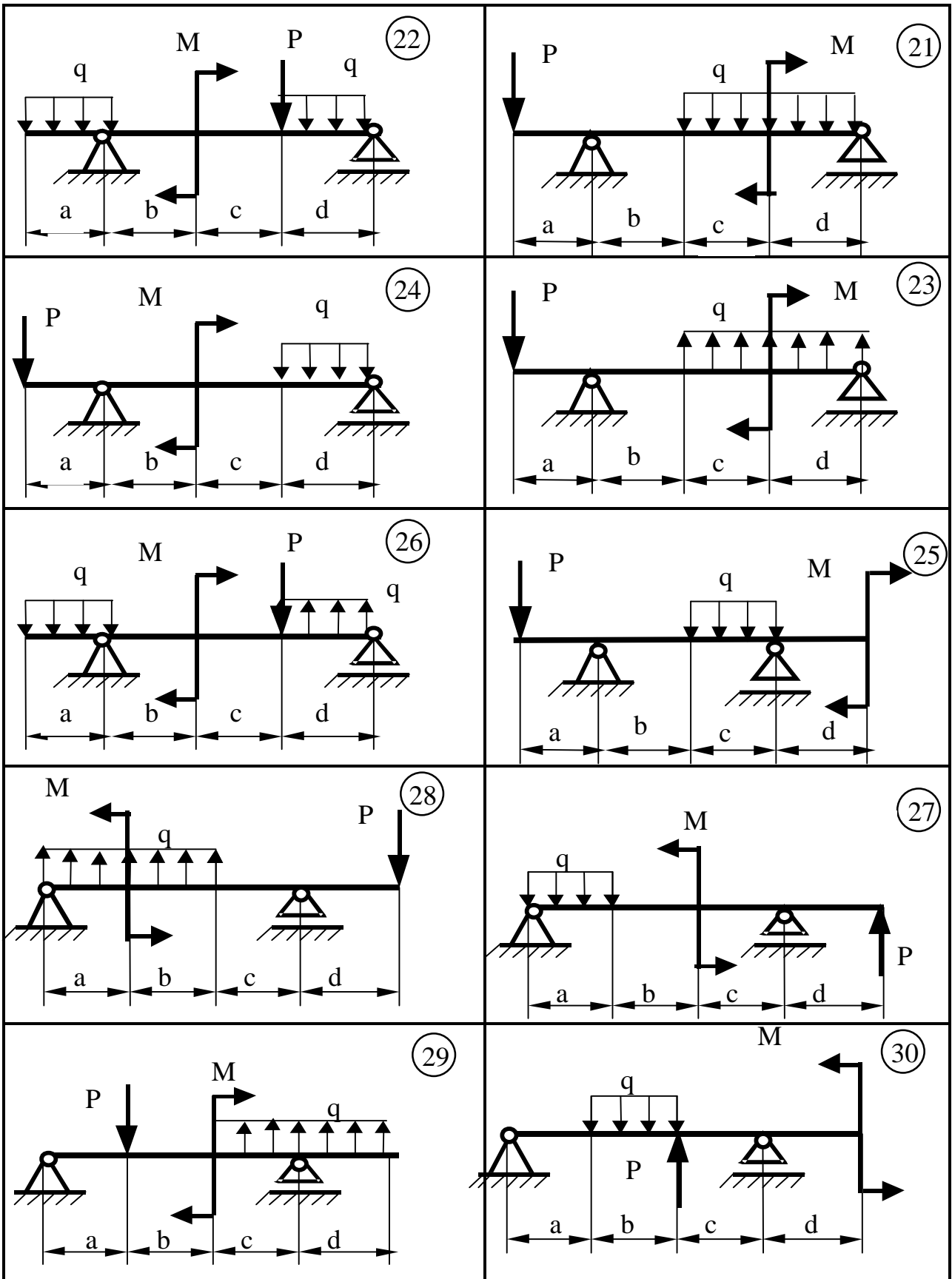


Рисунок 11. аркуш 3

## КУРСОВЕ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНЕ ЗАВДАННЯ №2

### Побудова епюр внутрішніх зусиль для балок та рам

#### Задачі 1 і 2

Для заданої балки побудувати епюри поперечних сил і загальних моментів. Початкові дані вибрати з табл. 7, 8 і рис. 10, 11.

Таблиця 7

Перша цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
М, кНм	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	5.0	4.0	3.0	6.0	5.0
Р, кН	5.0	3.0	4.0	6.0	9.0	3.0	7.0	10.0	6.0	5.0
q, кН/м	3.0	4.0	2.0	1.6	2.4	3.4	3.2	5.4	4.6	2.8

Таблиця 8

Друга цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a, м	2.0	3.0	2.4	2.8	1.6	1.8	2.4	1.8	1.6	1.4
b, м	1.6	1.8	1.2	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	2.6	2.4
c, м	1.2	1.4	1.6	1.8	1.5	2.2	2.4	2.6	2.5	2.7
d, м	1.5	1.3	1.4	2.0	2.4	2.8	3.0	1.5	3.4	4.0

### Методичні вказівки до виконання задач 1, 2

Балка – це стержень, який працює на згинання. В її поперечних перерізах можуть бути два внутрішніх зусилля: поперечна сила  $Q$  та згинальний момент  $M$ . Встановимо такі правила знаків для  $Q$  і  $M$  в балках:

Якщо зовнішня сила намагається обертати відрізану частину балки за годинникову стрілкою, то будимо вважати поперечну силу від неї додатною (рис. 12).

Згинальний момент  $M$  у перерізі додатний, якщо він спричиняє стискання верхніх волокон балки і спрямований так, як показано на рис. 14.

Поперечна сила дорівнює сумі проекцій всіх зовнішніх сил, які розташовані з одного боку від перерізу, на перпендикуляр до осі стержня.

Згинальний момент дорівнює сумі моментів зовнішніх сил, які розташовані з одного боку від перерізу, відносно центру ваги перерізу.

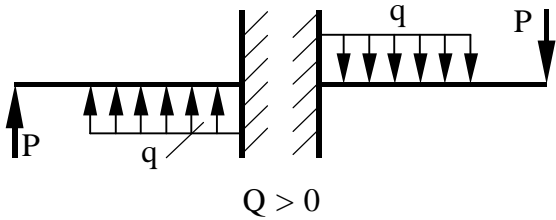


Рисунок 12

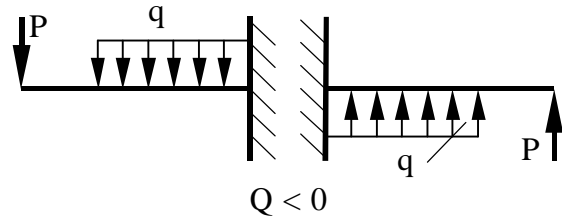


Рисунок 13

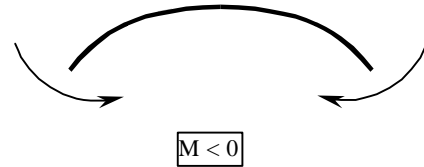
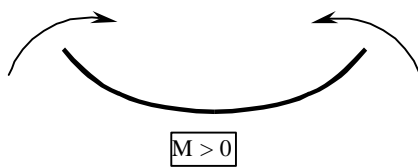


Рисунок 14

### Особливості епюр поперечних сил та згинальних моментів

1. На ділянках, де немає розподільного навантаження, епюри  $Q$  окреслюються прямими, паралельними базі, а епюри  $M$  в загальному випадку – похиленими прямими.

2. На ділянках, де до балок прикладене рівномірно розподілене навантаження  $q$ , епюра  $Q$  обмежується похилою прямою, а епюра  $M$  – квадратичною параболою. Оскільки епюру  $M$  будуюмо на стиснутих волокнах, то опуклість параболи звернена в бік, протилежний напрямку дії навантаження  $q$ .

3. У перерізах, де  $Q = 0$ , дотична до епюри  $M$  паралельна базі епюри.

4. На ділянках, де  $Q > 0$ , момент зростає, де  $Q < 0$ , момент зменшується.

5. У перерізах, де до балки прикладені зосереджені сили:

а) на епюрі  $Q$  будуть стрибки на значення прикладених сил в напрямі їх дії;

б) на епюрі  $M$  будуть переломи, причому вістря перелому спрямоване проти дії сили.

6. У перерізах, де до балки прикладені зосереджені моменти, на епюрі  $M$  будуть стрибки на значення цих моментів ( на епюрі  $Q$  змін не буде). Напрямок стрибка залежить від напрямку зовнішнього моменту. Лінії епюри до стрибка і за ним – паралельні. Зазначимо, що це не стосується випадку, коли в одній точці прикладені сила і момент – сила спричиняє перелом і порушує паралельність.

7. Якщо на кінці консолі або в кінцевій опорі до балки прикладений зосереджений момент, то в цьому перерізі згинальний момент дорівнює зовнішньому моменту. Якщо ж у кінцевій шарнірній опорі або на кінці консолі балка не навантажена зовнішнім моментом, то в них  $M = 0$ , що має місце найчастіше.

8. Епюра  $Q$  є діаграмою похідної від епюри моментів. Отже, ординати епюри  $Q$  пропорційні тангенсу кута нахилу дотичної до епюри  $M$ .

### Задачі 3, 4

Для заданої рами побудувати епюри поздовжніх, поперечних сил та згинальних моментів. Початкові дані вибрати із табл. 9,10 і рис. 15, 16.

Таблиця 9

Перша цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M, кНм	2	3	4	5	6	7	2.5	3.5	4.5	5.6
P, кН	5	6	7	8	3	4	4.5	4.8	5.5	5.8
q, кН/м	3	3.6	4.0	3.5	3.0	2.6	2.8	3.2	3.8	4.5

Таблиця 10

Друга цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a, м	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	1.5	1.7
b, м	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	2.7	2.5	2.3	2.9	3.2
c, м	3.2	3.4	3.6	3.8	4.2	4.4	4.0	3.0	3.5	4.5
d, м	5.2	5.4	5.6	5.8	5.6	5.4	5.2	5.0	4.8	4.4

### Методичні вказівки до виконання задач 3, 4

Рамами називають системи, які складаються з прямолінійних стержнів, з'єднаних жорсткими вузлами. Вертикально розміщені стержні рам називають стояками, горизонтальні – ригелями. Жорсткість вузлів виключає взаємний поворот скріплених стержнів, тобто у вузлових точках кути між осями з'єднаних стержнів залишаються незмінними.

Вісь рами є ломаною лінією, а кожний прямолінійний елемент рами можна розглянути як балку. Тому, щоб побудувати яку-небудь епюру для рами, треба побудувати її для кожної окремої балки, що входить до складу рами. На відміну від звичайних балок у перерізах стержнів рами, крім звичайних моментів  $M$  і поперечних сил  $Q$ , як правило, виникають ще поздовжні зусилля  $N$ . Отже для рам доводиться будувати епюри  $N$ ,  $Q$  та  $M$ .

Для  $N$  та  $Q$  зберігаються раніше введені правила знаків:

$N > 0$ , якщо поздовжня сила спричиняє розтягання;

$Q > 0$ , якщо її вектори намагаються обертати частини розсіченої рами (відносно точок, близьких до перерізу) за годинниковою стрілкою.

Для згинальних моментів спеціального правила знаків не встановлюють, а при складанні виразів для  $M(z)$  вибирають за власним розсудом якийсь момент додатним.

Вирази для  $M(z)$ ,  $Q(z)$  записують дуже рідко – здебільшого для тих ділянок, де діють розподілені навантаження. Найчастіше просто обчислюють значення  $N$ ,  $Q$  та  $M$  у характерних перерізах (на межах ділянок та в екстремальних точках), а потім проводять лінії епюр, зважаючи на їхні властивості, про які йшлося в методичних вказівках для виконання задач 1, 2.

Ординати епюр, як і завжди, відкладаємо перпендикулярно до осей стержнів рами, що утворюють базу, контур якої збігається з контуром рами. Епюру  $M$  домовимося і для рам будувати на стиснутих волокнах.

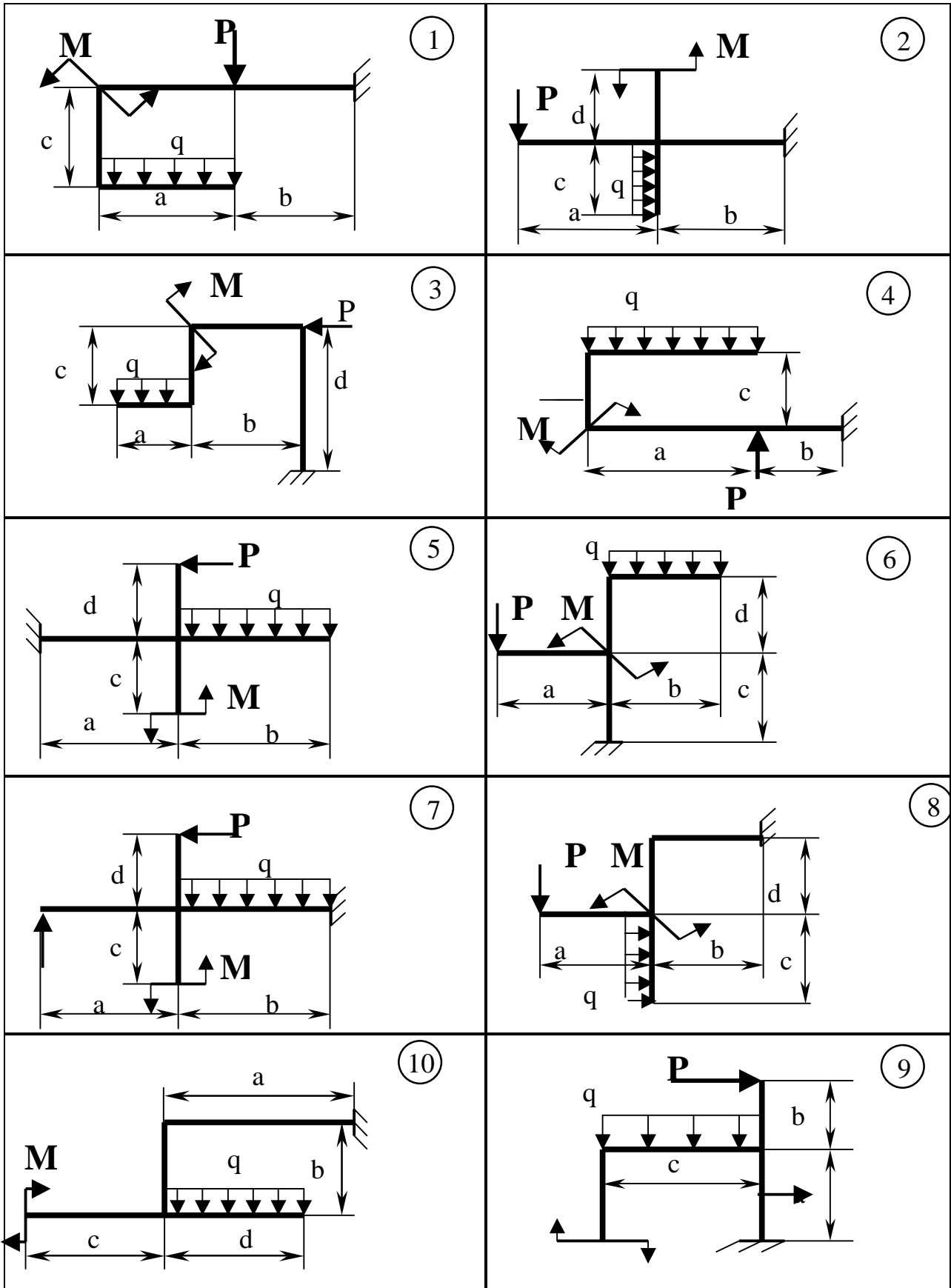


Рисунок 15

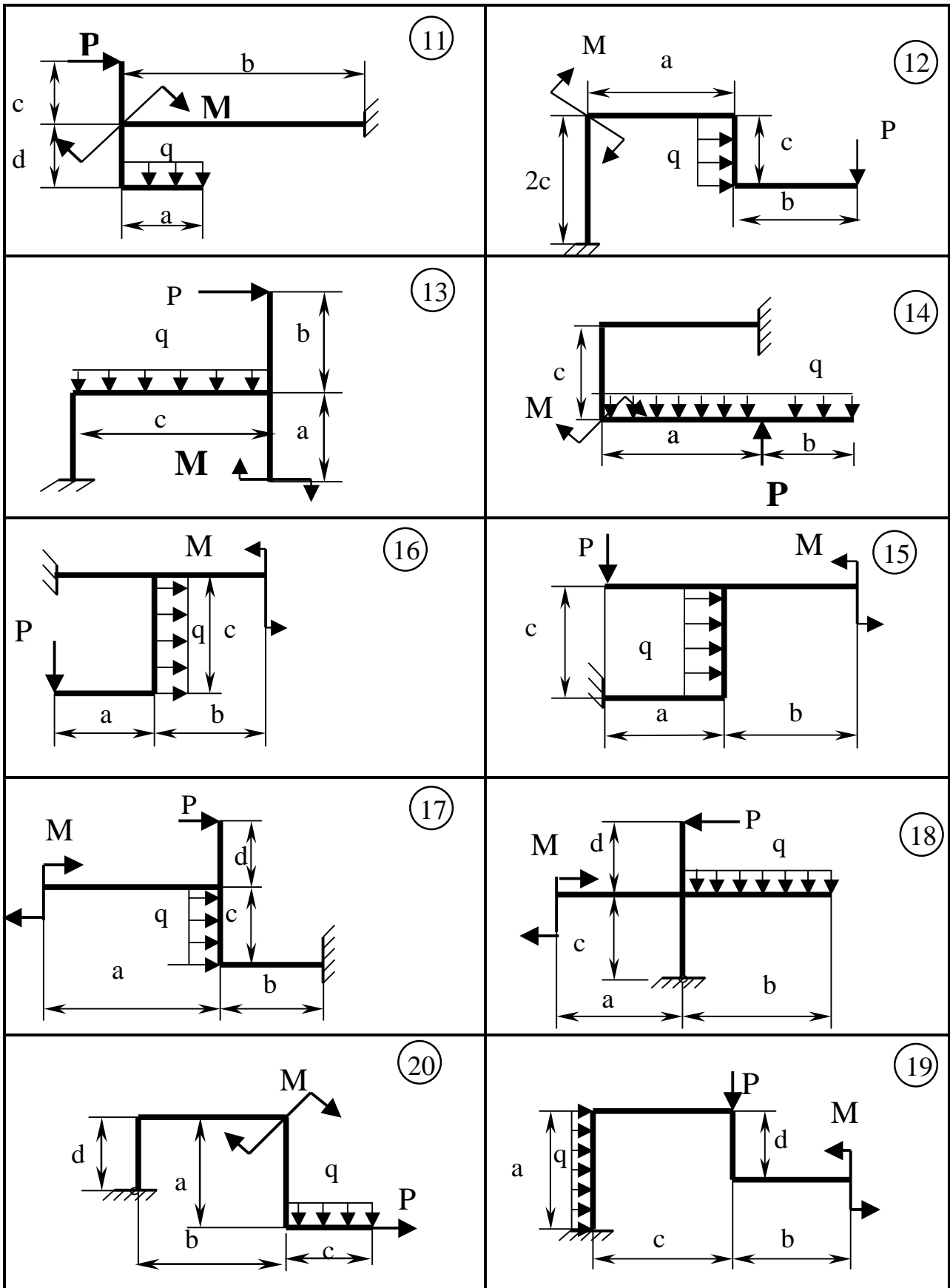


Рисунок 15, аркуш 2



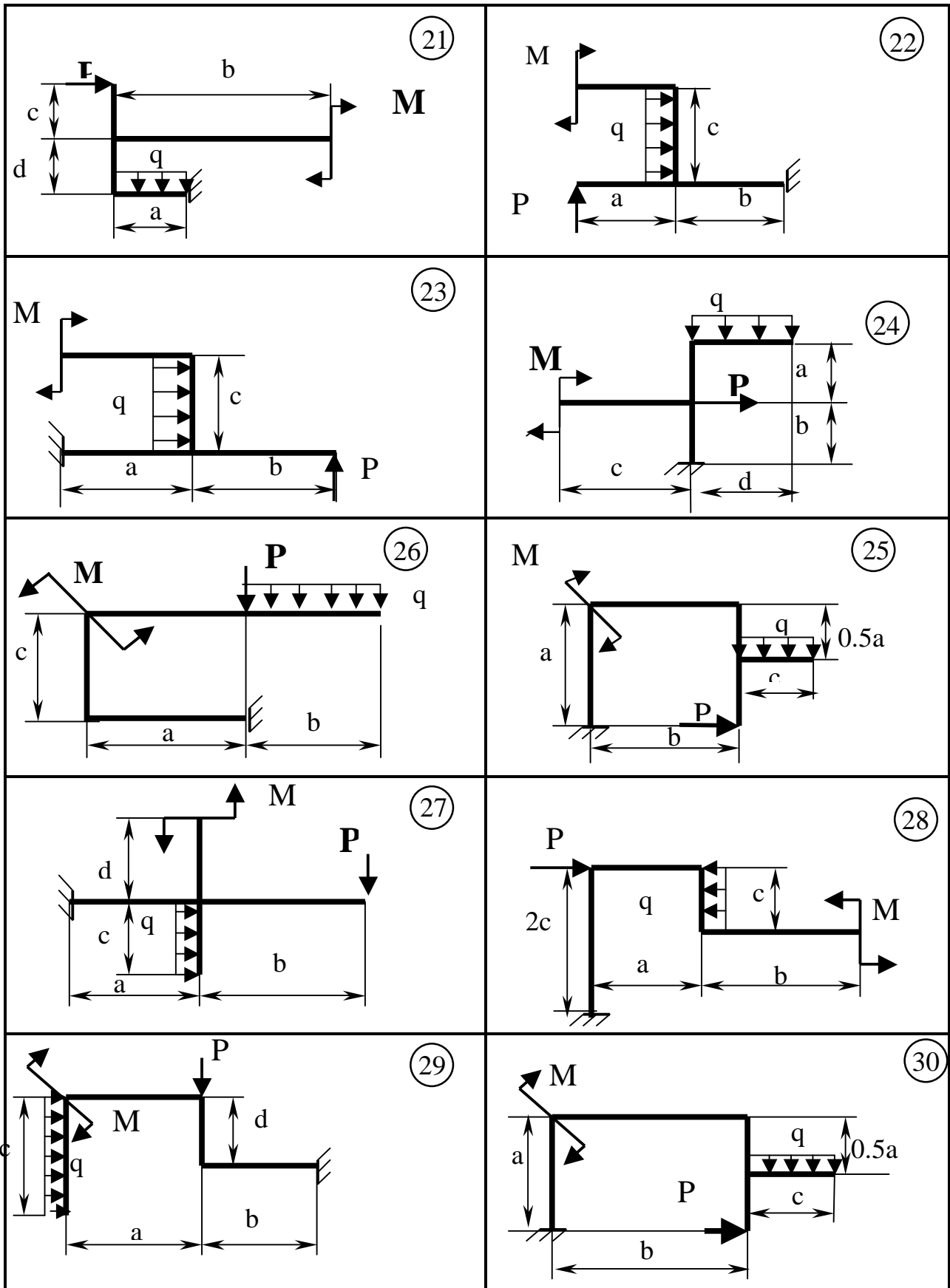


Рисунок 15, аркуш 3

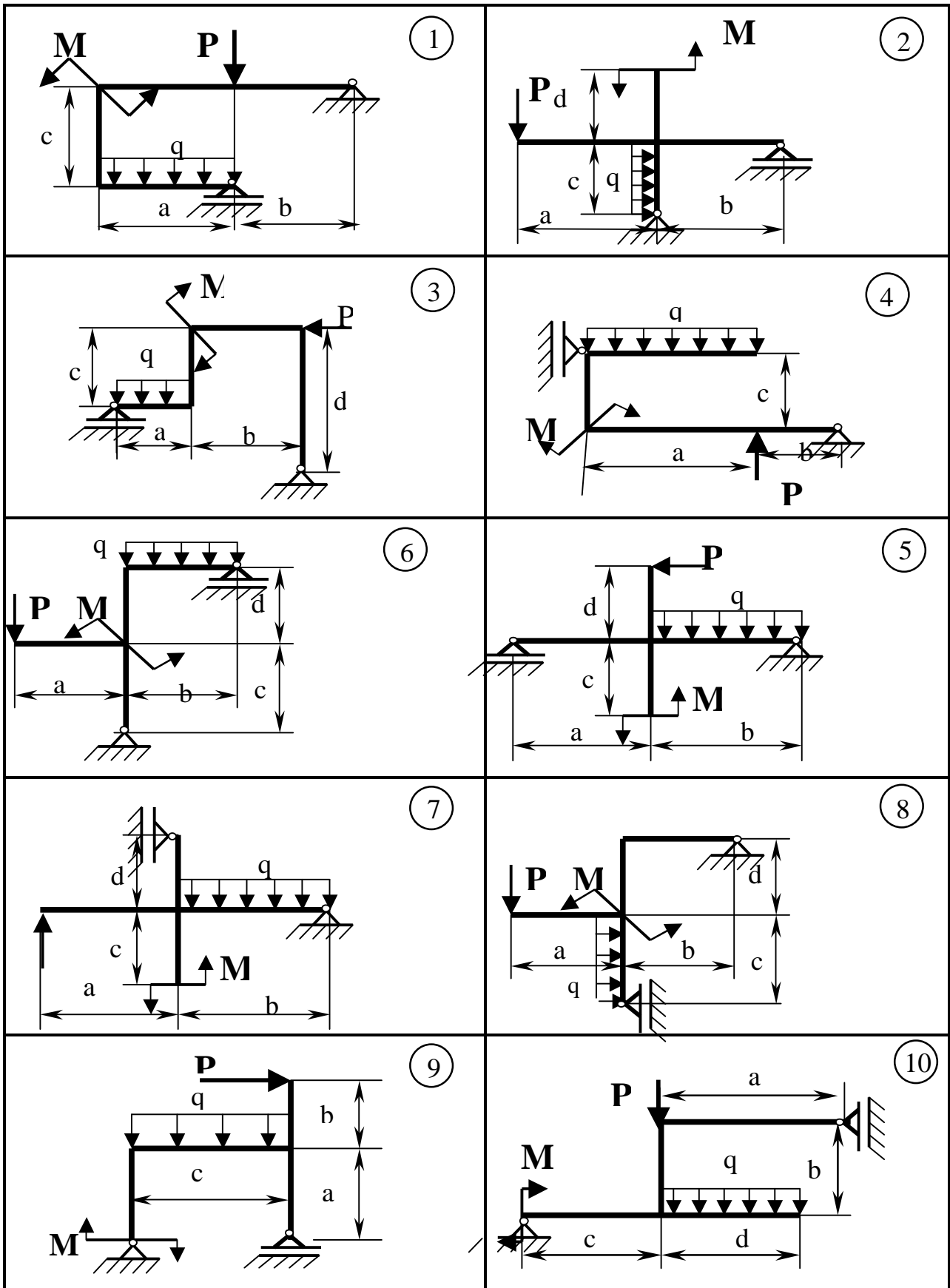


Рисунок 16

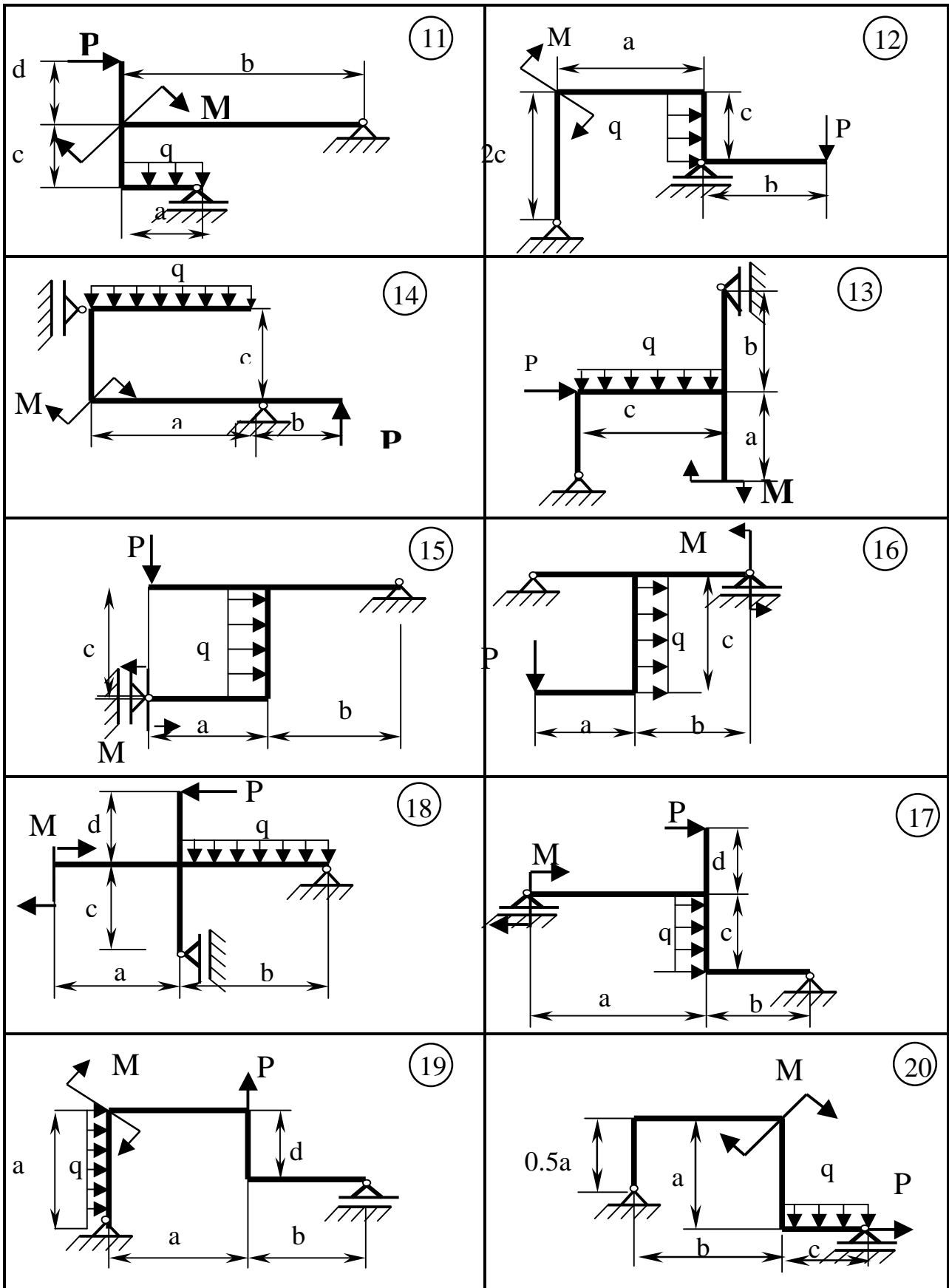


Рисунок 16, аркуш 2

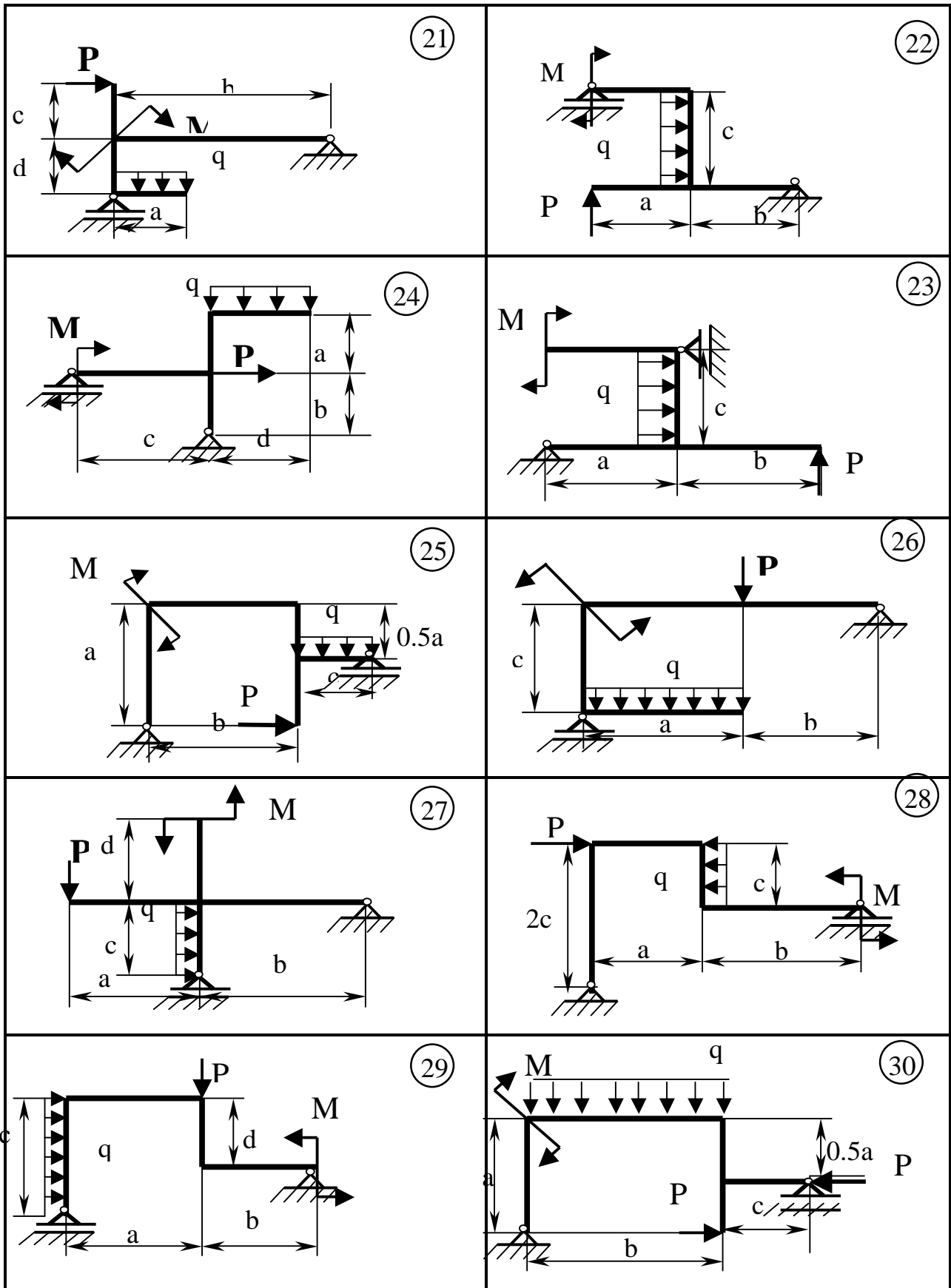


Рисунок 16, аркуш 3

Якщо рама має жорстке закріплення, то на епюри можна будувати не визначаючи реакції опор, ідучи з вільного кінця рами.

## КУРСОВЕ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНЕ ЗАВДАННЯ №3 Розрахунок геометричних характеристик плоских перерізів

### Задача 1

Для складного перерізу, використовуючи таблиці сортаменту, аналітичним способом знайти положення головних центральних осей та величини головних центральних моментів інерції.

Початкові дані вибрати із табл. 11, 12 і рис. 17.

**Таблиця 11**

Перша цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Швелер	18	20	22	24	27	30	33	36	40	33
Двотавр	18	20	22	24	27	30	33	36	40	33

**Таблиця 12**

Друга цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Кутник	80x50x5	90x56x16	100x63x16	140x90x10	160x100x10	180x110x12	100x63x10	140x90x12	160x100x14	180x110x12
Смуга $h \times b \text{ см}^2$	24x1.2	28x1.4	26x1.2	30x1.5	28x1.4	32x1.2	34x1.5	36x1.2	40x0.8	34x1.2

### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЗАДАЧІ

Можна рекомендувати такий порядок визначення положення головних центральних осей та значень головних центральних моментів інерції складного поперечного перерізу, що складається з простих частин, характеристики яких легко одержати.

1. Зобразити переріз у масштабі з вказівками основних розмірів фігур. Розміри прокатних профілів, положення їх центрів ваги взяти із сортаменту. Кожну фігуру позначити своїм номером.

2. Нанести на рисунок центральні осі кожної фігури за номерами, відповідними номерам фігур.

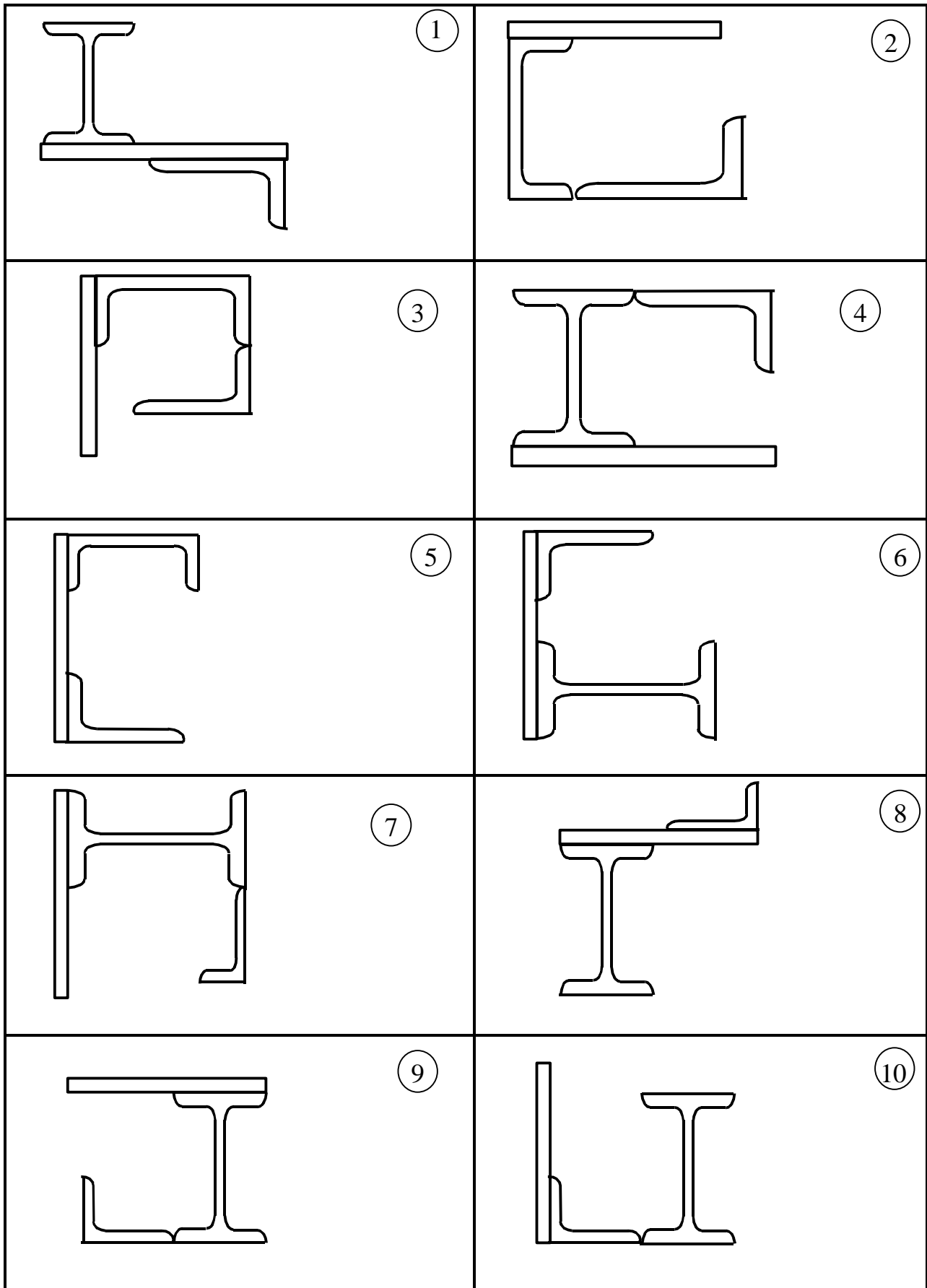


Рисунок 17

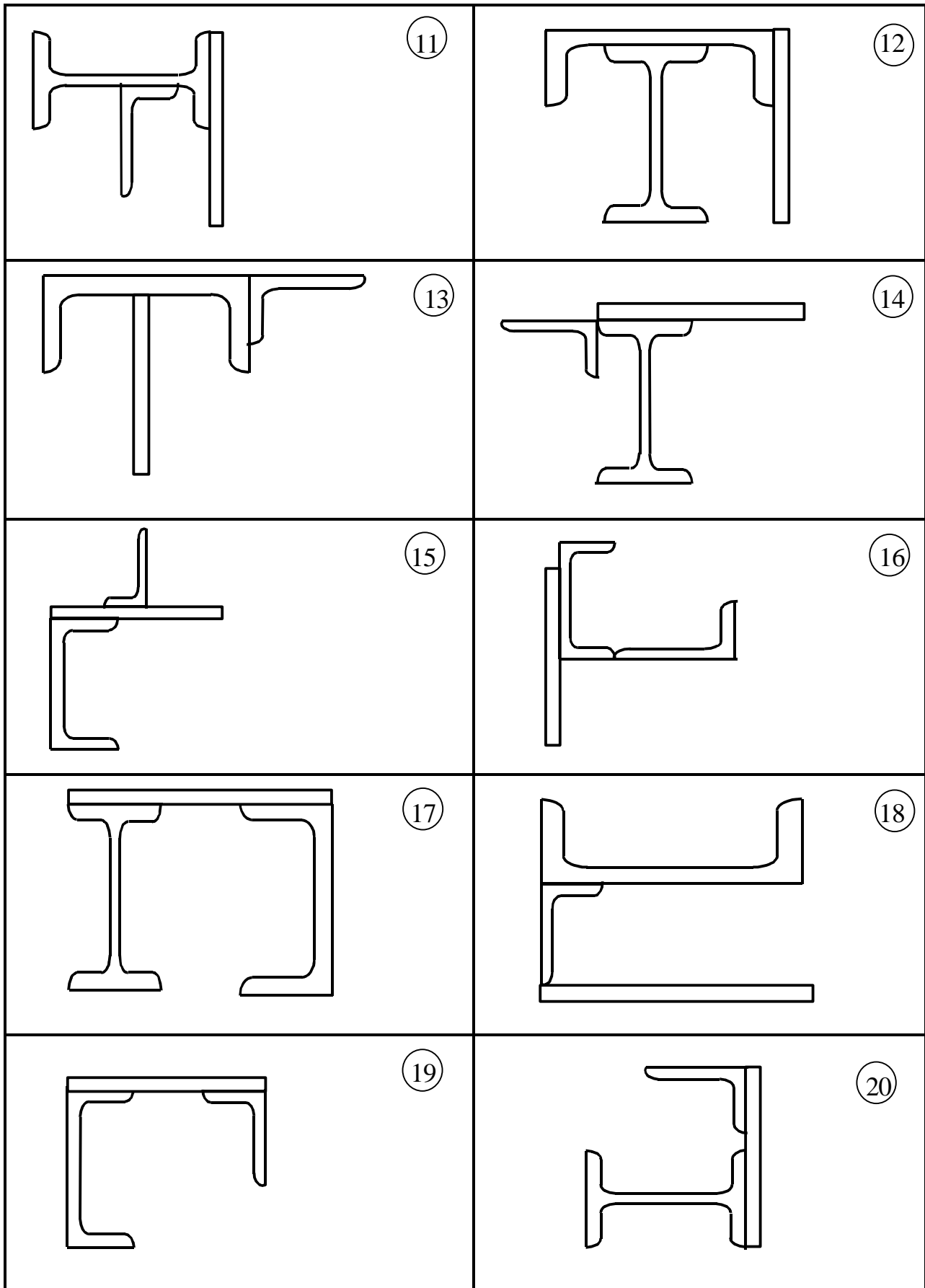


Рисунок 17, аркуш 2

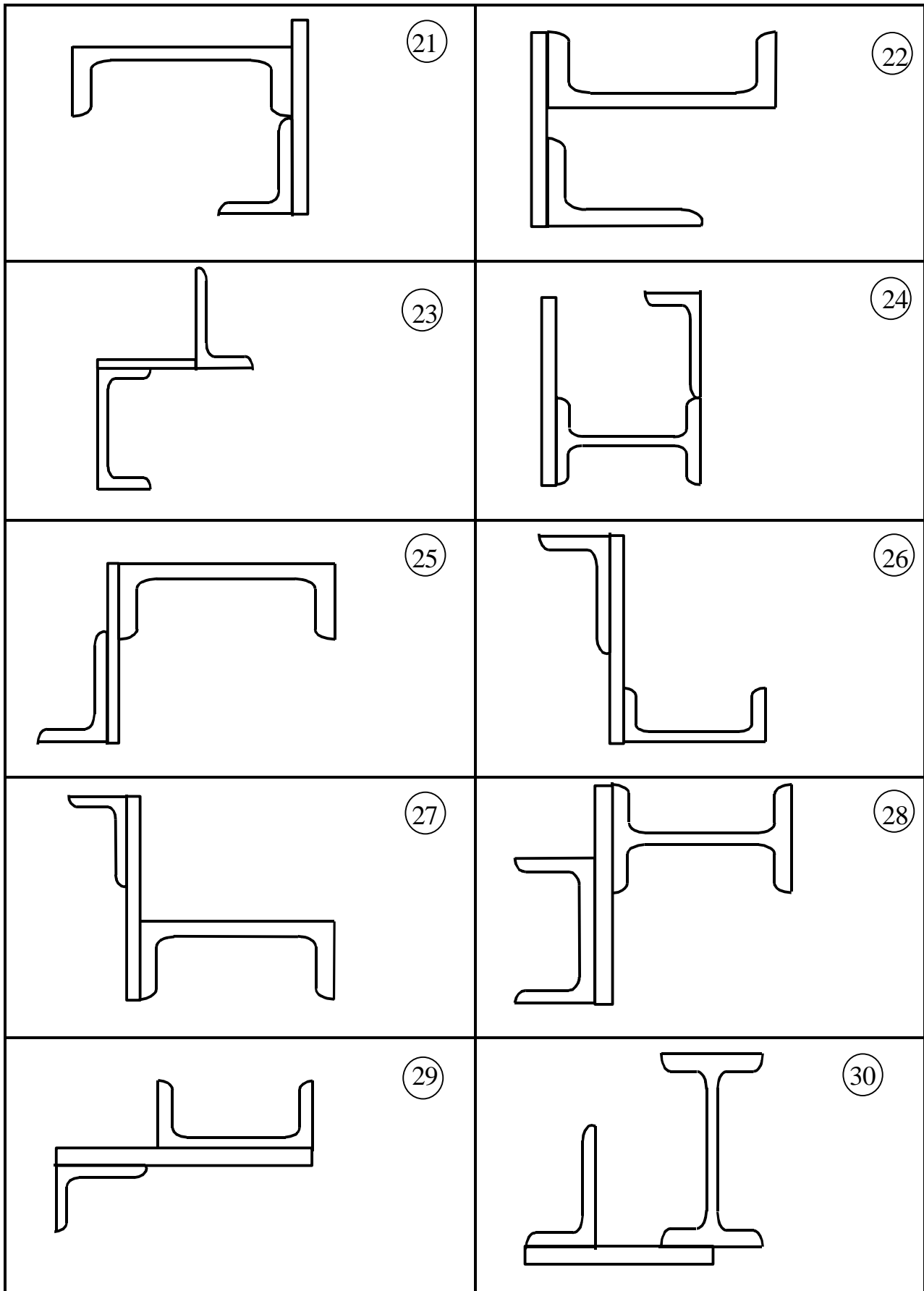


Рисунок 17, аркуш 3



3. Вибрати початкові осі, відносно яких знайти координати центру ваги складної фігури за формулами:

$$X_c = \frac{S_Y}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}; \quad (10)$$

$$Y_c = \frac{S_X}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \quad (11)$$

де  $X_c, Y_c$  – координати центру ваги складного перерізу, які шукаємо, відносно початкової системи осей;

$X_i, Y_i$  – координати центра ваги  $i$ -тої фігури відносно початкових осей;

$F_i$  – площа  $i$ -тої фігури.

За початкові осі можна вибрати центральні осі однієї із фігур. Тоді координати її центру ваги будуть дорівнювати нулю. Координати  $X_i, Y_i$  підставляти в формули (10 і (11), зважаючи на їх знаки відносно початкових осей.

4. Провести через центр ваги перерізу осі  $X_c, Y_c$ , які паралельні тим центральним осям окремих фігур, відносно яких моменти інерції відомі (власні осі), відносно них взяти моменти інерції. Для прокатних профілів значення  $J_{X_i}, J_{Y_i}$  брати із таблиць сортаменту. Для прямокутника  $J_X = bh^3/12, J_Y = b^3h/12$ , для круга  $J_X = J_Y = \pi d^4/64$  (рис.18).

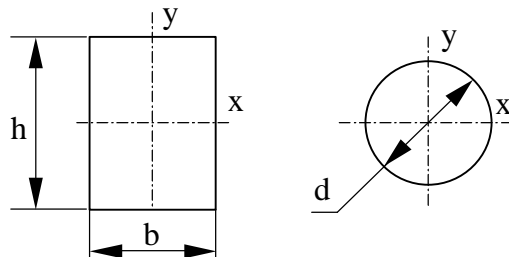


Рисунок 18.

5. Визначити осьовий і відцентровий момент інерції відносно центральних осей  $X_c, Y_c$  складного перерізу, користуючись правилом переходу до паралельних осей:

$$J_{X_c} = \sum_{i=1}^n (J_{X_i} + a_i^2 F_i); \quad (12)$$

$$J_{Y_c} = \sum_{i=1}^n (J_{Y_i} + b_i^2 F_i); \quad (13)$$

$$J_{X_c Y_c} = \sum_{i=1}^n (J_{X_i Y_i} + a_i b_i F_i). \quad (14)$$

де  $J_{X_i}, J_{Y_i}, J_{X_i Y_i}$  – моменти інерції  $i$ -тої фігури відносно власних осей, паралельних центральним  $X_c, Y_c$  перерізу;

$a_i$  – відстань між осями  $X_i$  і  $X_c$ ;

$b_i$  – відстань між осями  $Y_i$  і  $Y_c$ ;

$F_i$  – площа і-тої фігури.

При визначенні відцентрового моменту інерції  $J_{X_c Y_c}$  значення  $a_i, b_i$  підставляють, зважаючи на їх знаки за відношенням до осей  $X_c, Y_c$ . Для фігур, у яких є хоч одна вісь симетрії, відцентровий момент інерції дорівнює нулю (прямокутник, коло, двотавр, швелер). Визначимо відцентровий момент інерції кутника, який не дорівнює нулю:

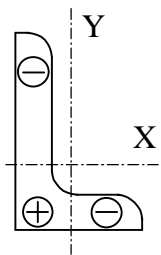


Рисунок 19

$$J_{XY} = \frac{J_Y - J_X}{2} \operatorname{tg} 2\alpha.$$

Згідно з визначенням  $J_{XY} = \int_F XY dF$  (15)

відцентровий момент інерції площі кутника у другому і четвертому квадрантах від'ємний, тому  $J_{XY}^L$  має від'ємний знак.

Визначити положення головних центральних осей  $U, V$ :

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{X_c Y_c}}{J_{Y_c} - J_{X_c}}. \quad (16)$$

7. Відкласти кут  $\alpha$  від осі  $X_c$  проти ходу годинникової стрілки, якщо він додатний і за ходом годинникової стрілки, якщо від'ємний.

8 Визначити моменти інерції відносно головних центральних осей:

$$J_U = \frac{1}{2} \left[ J_{X_c} + J_{Y_c} \pm \sqrt{(J_{X_c} - J_{Y_c})^2 + 4J_{X_c Y_c}^2} \right]; \quad (17)$$

$$J_V = \frac{1}{2} \left[ J_{X_c} + J_{Y_c} \mp \sqrt{(J_{X_c} - J_{Y_c})^2 + 4J_{X_c Y_c}^2} \right], \quad (18)$$

причому верхні знаки беремо при  $J_X > J_Y$ , а нижні - при  $J_X < J_Y$ . Початкові дані та результати розрахунку можна занести у таблицю.

9 Можна виконати перевірки, які контролюють правильність арифметичних обчислень:

$$1) \quad J_{X_c} + J_{Y_c} = J_U + J_V \quad (19)$$

$$2) \quad J_{UV} = J_{X_c Y_c} \cos \alpha_0 + \frac{J_{X_c} - J_{Y_c}}{2} \sin \alpha_0 = 0. \quad (20)$$

Початкові дані та результати розрахунку бажано занести в таблицю 13.

Таблиця 13

Переріз профілю	Номер і вид профілю	Координати центра ваги складових фігур		площа складових фігур $F_i$	Моменти інерції складових фігур, $\text{см}^4$			$a_i, \text{см}$	$b_i, \text{см}$	$\alpha, \text{град}$
		$X_i$	$Y_i$		$J_{X_i}$	$J_{Y_i}$	$J_{X_i Y_i}$			
I										
II										
III										

**Методичні вказівки**  
**до розрахунково-графічних завдань 1-3**  
**з дисципліни “Опір матеріалів”**  
(для студентів всіх механічних спеціальностей  
денної форми навчання)

Укладачі: Таміла Павлівна Зінченко,  
Володимир Андрійович Овчаренко

Редактор: Вадим Федорович Стецій

Підписано до друку 18.02.2000 формат 60x84 1/16.  
Друк офсетний. Ум. друк. арк.. 3,02  
Обл.. вид. арк.. 2,03. Тираж 120 прим.  
3.№79

ДДМА, 84313, м. Краматорськ, вул. Шкадинова, 72