

Міністерство освіти і науки України  
Донбаська державна машинобудівна академія

О.Г. Водолазська, Ю.О.Єрфорт,  
В.М. Іскрицький, С.В. Подлесний,  
О.М. Стаднік, В.Г. Федорченко,  
Б.В. Плєскач

**ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ  
ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ  
ТА КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ  
З ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ  
Частина II. ДИНАМІКА**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
як навчальний посібник для студентів вищих технічних учбових закладів

Краматорськ 2005

ББК 531  
УДК 513  
3-41

Рецензенти:

Л.І.Сердюк, доктор технічних наук, професор, зав. кафедрою технічної механіки (Полтавський національний технічний університет);

В.М.Саприкін, кандидат технічних наук, професор, зав. кафедрою теоретичної механіки та машинознавства (Національний Аерокосмічний університет ім. М.Є.Жуковського)

**Гриф надано Міністерством освіти і науки України**

Лист №14/18.2-515 від " 17 " 03 2004р.

3-41. Збірник завдань для самостійної роботи та контролю знань студентів з теоретичної механіки/ О. Г. Водолазська, Ю. О. Єрфорт, В.М. Іскрицький та ін. – Краматорськ: ДДМА, 2005. – 128 с.

ISBN 5-7763-1293-0

У збірнику вміщено завдання для самостійної роботи та контролю знань студентів до основних тем курсу теоретичної механіки, що належать до розділу "Динаміка".

ISBN 5-7763-1293-0

ББК531

©О.Г. Водолазська, Ю.О.Єрфорт,  
В.М. Іскрицький, С.В. Подлесний,  
О.М. Стаднік, В.Г. Федорченко,  
Б.В.Плескач, 2005  
© ДДМА, 2005

## З М І С Т

Вступ. . . . .	.4
1. САМОСТІЙНІ РОБОТИ . . . . .	.5
CP 13. Динаміка матеріальної точки. . . . .	.5
CP 14. Коливальний рух матеріальної точки. . . . .	.11
CP 15. Динаміка відносного руху матеріальної точки. . . . .	.16
CP 16. Теорема про рух центра мас механічної системи. . . . .	.26
CP 17. Теорема про зміну кількості руху механічної системи. . . . .	.36
CP 18. Теорема про зміну кінетичного моменту механічної системи. . . . .	.46
CP 19. Теорема про зміну кінетичної енергії механічної системи. . . . .	.56
CP 20. Принцип Даламбера. . . . .	.67
CP 21. Принцип можливих переміщень. . . . .	.77
CP 22. Загальне рівняння динаміки. . . . .	.87
CP 23. Рівняння Лагранжа. . . . .	.98
2. САМОСТІЙНІ РОБОТИ З ТЕОРІЇ . . . . .	.109
Т 9. Динаміка матеріальної точки . . . . .	.109
Т 10. Коливання точки та відносний рух матеріальної точки . . . . .	.110
Т 11. Кількість руху точки і системи. Центр мас системи . . . . .	.112
Т 12. Геометрія мас. Кінетичний момент. Диференціальне рівняння обертального руху твердого тіла . . . . .	.113
Т 13. Кінетична енергія точки та системи. Робота сили . . . . .	.114
Т 14. Принцип Даламбера та принцип можливих переміщень . . . . .	.116
Т 15. Загальне рівняння динаміки та рівняння Лагранжа II роду (спрощені варіанти). . . . .	.117
Т 16. Загальне рівняння динаміки та рівняння Лагранжа II роду (ускладнені варіанти) . . . . .	.118
3. КРЗ. Динаміка. . . . .	.121
Рекомендована література . . . . .	.127

## Вступ

Кожне з завдань, вміщених у збірнику, є багатоваріантним. Номери варіантів вказані у верхньому лівому куті кожного з них.

У переважній більшості завдань усі варіанти розбиті на групи за рівнем складності відповідно до оцінок “задовільно”, “добре” та “відмінно”, що дає можливість найбільш точно оцінити рівень знань кожного студента.

Символіка, що використана у завданнях, є загальноприйнятою, тому не потребує особливих пояснень. У разі виникнення питань з цього приводу треба звернутися до викладача.

При виконанні завдання 21 треба взяти до уваги додаткову інформацію, що наводиться нижче.

**У варіантах 1-12** треба знайти напрямок та значення моменту  $M_c$ , необхідного для того, щоб механічна система, зображена на схемі, перебувала у спокої. Тертям в опорних підшипниках при цьому знехтувати.

**У варіантах 13-24** треба знайти мінімальні маси тягарів  $A$  з умов перебування системи у спокої при заданих коефіцієнтах тертя  $f_1$ . Вагою колодок, стрижнів, важелів, канатів та тертям в підшипниках (циліндричних шарнірах) знехтувати.

**У варіантах 25-30** треба визначити деформацію пружини 5 жорсткістю  $C$ , виходячи з умови рівноваги системи і нехтуючи силами тертя.

# І САМОСТІЙНІ РОБОТИ

## СР 13. Динаміка матеріальної точки

1	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 2</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 1</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 45^\circ</math> з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,2</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 5</math> с.</p>
2	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 3</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 1,5</math> м/с, рухається вгору по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 30^\circ</math> з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,1</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>
3	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 10</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 0,5</math> м/с, рухається по горизонтальній шорсткій площині під дією сили <math>Q = 100</math> Н, що складає кут <math>\alpha = 30^\circ</math> з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,2</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 3</math> с.</p>
4	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 8</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 2</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 60^\circ</math> з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,05</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 4</math> с.</p>
5	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 5</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 8</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 45^\circ</math> з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,1</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>

6

Матеріальна точка масою  $m = 4$  кг, яка отримала початкову швидкість  $V_0 = 5$  м/с, рухається по горизонтальній шорсткій площині під дією сили  $Q = 50$  Н, що складає кут  $\alpha = 30^\circ$  з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання  $f = 0,3$ . Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу  $t_1 = 3$  с.

7

Матеріальна точка масою  $m = 6$  кг, яка отримала початкову швидкість  $V_0 = 3$  м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут  $\alpha = 30^\circ$  з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання  $f = 0,2$ . Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу  $t_1 = 4$  с.

8

Матеріальна точка масою  $m = 2$  кг, яка отримала початкову швидкість  $V_0 = 10$  м/с, рухається вгору по шорсткій похилій площині, що складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання  $f = 0,05$ . Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу  $t_1 = 4$  с.

9

Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг, яка отримала початкову швидкість  $V_0 = 2$  м/с, рухається по горизонтальній шорсткій площині під дією сили  $Q = 20$  Н, що складає кут  $\alpha = 30^\circ$  з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання  $f = 0,2$ . Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу  $t_1 = 2$  с.

10

Матеріальна точка масою  $m = 4$  кг, яка отримала початкову швидкість  $V_0 = 0,5$  м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут  $\alpha = 45^\circ$  з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання  $f = 0,3$ . Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу  $t_1 = 5$  с.

11	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 3</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 20</math> м/с, рухається вгору по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 45^\circ</math> з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,4</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>
12	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 3</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 3</math> м/с, рухається по горизонтальній шорсткій площині під дією сили <math>Q = 20</math> Н, що складає кут <math>\alpha = 45^\circ</math> з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,1</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 3</math> с.</p>
13	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 5</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 1</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 30^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>Q_x = -6\sin(4t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,3</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>
14	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 4</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 10</math> м/с, рухається вгору по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 30^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>Q_x = 2\cos(2t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,2</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 3</math> с.</p>
15	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 6</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 2</math> м/с, рухається по горизонтальній шорсткій похилій площині під дією сили <math>F = 40</math> Н, що складає кут <math>\alpha = 30^\circ</math> з горизонтом, та сили <math>Q_x = -8\cos(4t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 4</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 0,15</math> с.</p>

16	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 3</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 0,5</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 60^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>Q_x = 9t^2</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,1</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 5</math> с.</p>
17	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 8</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 8</math> м/с, рухається вгору по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 30^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>Q_x = -6\sin(2t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0.05</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 1</math> с.</p>
18	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 2</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 3</math> м/с, рухається по горизонтальній шорсткій похилій площині, під дією сили <math>F = 15</math> Н, що складає кут <math>\alpha = 60^\circ</math> з горизонтом, та сили <math>Q_x = 4\cos(4t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 2</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 0,1</math> с.</p>
19	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 10</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 1</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 30^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>Q_x = 4\sin(4t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,15</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 3</math> с.</p>
20	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 2</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 2</math> м/с, рухається по горизонтальній шорсткій площині, під дією сили <math>F = 20</math> Н, що складає кут <math>\alpha = 45^\circ</math> з горизонтом, та сили <math>Q_x = 3\sin(2t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,25</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 3</math> с.</p>



21	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 1</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 6</math> м/с, рухається вгору по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 45^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>Q_x = -3\cos(2t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,2</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>
22	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 3</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 1</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 60^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>Q_x = 2\sin(4t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,3</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>
23	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 3</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 1</math> м/с, рухається вгору по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 60^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>Q_x = 2\sin(4t)</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,3</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>
24	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 2</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 2</math> м/с, рухається по горизонтальній шорсткій площині, під дією сили <math>F = 30</math> Н, що складає кут <math>\alpha = 60^\circ</math> з горизонтом, та сили <math>Q_x = 3t^2 + 6</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,3</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>
25	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 6</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 1</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 45^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>F = 20t</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки та сили опору <math>R = 0,8V^2</math> м, де <math>V</math> – швидкість точки, м/с. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,25</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 3</math> с.</p>

26	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 8</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 2,5</math> м/с, рухається вгору по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 30^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>F = 5t - 4</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки, та сили опору <math>R = 0,5V^2</math> м, де <math>V</math> – швидкість точки, м/с. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,2</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>
27	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 10</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 4</math> м/с, рухається по горизонтальній шорсткій площині під дією сили <math>Q = 60</math> Н, що складає кут <math>\alpha = 60^\circ</math> з горизонтом, сили <math>F = 2t + 10</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки, та сили опору <math>R = 0,4V^2</math> м, де <math>V</math> – швидкість точки, м/с. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,15</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 1</math> с.</p>
28	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 12</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 2</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 30^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>F = 10t + 2</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки, та сили опору <math>R = 0,5V^2</math> м, де <math>V</math> – швидкість точки, м/с. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,1</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>
29	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 4</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 8</math> м/с, рухається вгору по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 60^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>F = 12t - 4</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки, та сили опору <math>R = 0,4V^2</math> м, де <math>V</math> – швидкість точки, м/с. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,05</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 3</math> с.</p>
30	<p>Матеріальна точка масою <math>m = 2</math> кг, яка отримала початкову швидкість <math>V_0 = 4</math> м/с, рухається вниз по шорсткій похилій площині, що складає кут <math>\alpha = 60^\circ</math> з горизонтом, під дією сили <math>F = 6t - 3</math> Н, яка направлена вздовж траєкторії руху точки, та сили опору <math>R = 0,4V^2</math> м, де <math>V</math> – швидкість точки м/с. Коефіцієнт тертя ковзання <math>f = 0,05</math>. Знайти закон руху точки та швидкість точки в момент часу <math>t_1 = 2</math> с.</p>

## CP 14. Коливальний рух матеріальної точки

1	<p>Диференціальне рівняння коливального руху тіла масою <math>m=0,5</math> кг, яке підвішене на пружині, має вигляд <math>\ddot{x} + 60x = 0</math>.</p> <p>Визначити коефіцієнт жорсткості пружини.</p>
2	<p>Визначити період вільних вертикальних коливань вантажу масою <math>m=80</math>кг, підвішеного до пружини з коефіцієнтом жорсткості <math>C=2</math>кН/м.</p>
3	<p>Тіло, яке висить на пружині, виконує вільні коливання з періодом <math>T=0,5</math>с.</p> <p>Визначити масу тіла, якщо коефіцієнт жорсткості пружини <math>C=200</math>Н/м.</p>
4	<p>Визначити період вільних вертикальних коливань тіла, що підвішене на пружині, коли статична деформація її <math>\lambda=20</math>см.</p>
5	<p>Диференціальне рівняння коливального руху вантажу, закріпленого на пружині, має вигляд <math>\ddot{x} + 20x = 0</math>.</p> <p>Визначити масу вантажу, якщо коефіцієнт жорсткості пружини <math>C=150</math>Н/м.</p>
6	<p>Визначити кутову частоту вільних вертикальних коливань тіла, підвішеного на пружині, якщо у статичному становищі тіла деформація дорівнює 14см.</p>

7	<p>Коливання матеріальної точки задано рівнянням</p> $x = 20 \cos 4t + 30 \sin 4t .$ <p>Визначити амплітуду коливань.</p>
8	<p>Рішення диференціального рівняння затухаючих коливань точки має вигляд</p> $x = e^{-0,2t} (C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t).$ <p>Визначити постійну інтегрування <math>C_1</math>, якщо в момент часу <math>t_0</math> початкова координата точки <math>x_0=0,2</math>м.</p>
9	<p>На точку масою <math>m=6</math>кг, яка знаходиться у коливальному русі, діє сила опору <math>\bar{R} = -\mu\bar{V}</math>.</p> <p>Визначити коефіцієнт <math>\mu</math>, якщо закон руху точки має вигляд</p> $x = Ae^{-0,1t} \sin(7t + \alpha).$
10	<p>Вантаж масою <math>m=2</math>кг знаходиться у коливальному русі на пружині з коефіцієнтом жорсткості <math>C=30</math>Н/м.</p> <p>Визначити кутову частоту затухаючих коливань, коли сила опору руху <math>\bar{R} = -4\bar{V}</math>.</p>
11	<p>Диференціальне рівняння коливального руху точки має вигляд</p> $5\ddot{x} + 6\dot{x} + 50x = 0 .$ <p>Визначити період затухаючих коливань.</p>
12	<p>Диференціальне рівняння коливального руху точки задано у вигляді</p> $5\ddot{x} + 320x = 90 \sin 7t .$ <p>Визначити кутову частоту власних коливань точки.</p>

13	<p>Тіло, що підвішене на пружині з коефіцієнтом жорсткості <math>C=700\text{Н/м}</math>, виконує вільні вертикальні коливання з амплітудою <math>0,2\text{м}</math>. Визначити масу тіла, якщо початкова координата <math>x_0=0</math>, а початкова швидкість <math>V_0=4\text{м/с}</math>.</p>
14	<p>Тіло масою <math>m=0,3\text{кг}</math>, що підвішене на пружині, виконує вільні коливання з амплітудою <math>0,4\text{м}</math>. Визначити коефіцієнт жорсткості пружини, якщо початкова координата <math>x_0=0</math>, а початкова швидкість <math>V_0=4\text{м/с}</math>.</p>
15	<p>Вантаж масою <math>m=9\text{кг}</math> виконує вільні коливання на пружині з коефіцієнтом жорсткості <math>C=700\text{Н/м}</math>. Визначити амплітуду коливань, якщо початкова координата <math>x_0=0,1\text{м}</math>, а початкова швидкість <math>V_0=2\text{м/с}</math>.</p>
16	<p>Диференціальне рівняння руху точки має вигляд  <math display="block">m\ddot{x} + 4\dot{x} + 2x = 0</math> Знайти найбільше значення маси точки, при якому рух буде аперіодичним.</p>
17	<p>Тіло, що підвішене на пружині з коефіцієнтом жорсткості <math>C=200\text{Н/м}</math>, рухається вздовж прямої відповідно до рівняння  <math display="block">y = Ae^{-0,9t} \sin(5t + \alpha)</math> Визначити масу тіла.</p>
18	<p>Диференціальне рівняння руху точки має вигляд  <math display="block">2\ddot{x} + \mu\dot{x} + 50x = 0</math> Знайти найменше значення коефіцієнта <math>\mu</math> опору середовища, при якому рух буде аперіодичним.</p>

19	<p>Диференціальне рівняння руху точки має вигляд</p> $3\ddot{x} + 12\dot{x} + cx = 0.$ <p>Знайти найбільше значення коефіцієнта жорсткості <math>C</math>, коли рух буде аперіодичним.</p>
20	<p>Диференціальне рівняння руху точки має вигляд</p> $3\ddot{x} + \mu\dot{x} + 48x = 0.$ <p>Знайти найменше значення коефіцієнта <math>\mu</math> опору середовища, при якому рух буде аперіодичним.</p>
21	<p>Диференціальне рівняння руху точки має вигляд</p> $5\ddot{x} + 20\dot{x} + cx = 0.$ <p>Знайти найбільше значення коефіцієнта жорсткості <math>C</math>, коли рух буде аперіодичним.</p>
22	<p>Диференціальне рівняння коливального руху точки задано у вигляді</p> $\ddot{x} + 10x = 1,5 \sin(5t + 0,4).$ <p>Знайти масу точки, коли найбільше значення збурюючої сили <math>F_0=60\text{Н}</math>.</p>
23	<p>Диференціальне рівняння руху вертикальних коливань має вигляд</p> $\ddot{x} + 16x = 20\sin(6t + 0,7).$ <p>Визначити коефіцієнт жорсткості пружини, до якої підвішене тіло, коли найбільше значення збурюючої сили <math>F_0=80\text{Н}</math>.</p>
24	<p>Диференціальне рівняння коливального руху точки масою <math>m=4\text{кг}</math> задано у вигляді <math>\ddot{x} + 7x = 0,5\sin(3t + 0,6)</math>.</p> <p>Визначити найбільше значення збурюючої сили.</p>

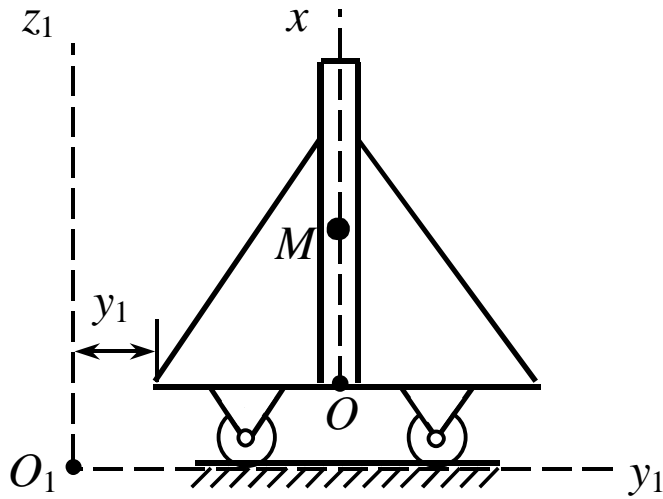
25	<p>На тіло масою <math>m=50\text{кг}</math>, яке підвішене на пружині, діє збурююча сила</p> $F = 200 \sin 10t .$ <p>Визначити коефіцієнт жорсткості пружини, коли амплітуда вимушених коливань дорівнює <math>0,04\text{м}</math>.</p>
26	<p>На тіло масою <math>m=100\text{кг}</math>, яке підвішене на пружині, діє вертикальна збурююча сила <math>F = 44 \sin 10t .</math></p> <p>Визначити кутову частоту власних коливань, коли амплітуда вимушених коливань <math>A=0,04\text{м}</math>.</p>
27	<p>На тіло масою <math>m=0,5\text{кг}</math>, яке підвішене на пружині з коефіцієнтом жорсткості <math>C=600\text{Н/м}</math>, діє вертикальна збурююча сила</p> $F = 25 \sin 5t .$ <p>Визначити, при якій кутовій частоті збурюючої сили амплітуда коливань буде дорівнювати <math>0,05\text{м}</math>.</p>
28	<p>Диференціальне рівняння коливань задано у вигляді</p> $\ddot{x} + 81x = 12 \sin 5t .$ <p>Визначити амплітуду вимушених коливань.</p>
29	<p>Точка масою <math>m=5\text{кг}</math> здійснює коливання відповідно до рівняння</p> $y = 0,4 \sin kt + 0,2 \sin pt ,$ <p>де кутова частота власних коливань <math>k=20\text{рад/с}</math>, а збурюючої сили <math>p=10\text{рад/с}</math>. Визначити найбільше значення збурюючої сили.</p>
30	<p>Тіло масою <math>m=0,5\text{кг}</math>, яке підвішене на пружині з коефіцієнтом жорсткості <math>C=200\text{Н/м}</math>, виконує вимушені коливання під дією збурюючої сили</p> $F = 15 \sin pt .$ <p>Визначити кутову частоту збурюючої сили, при якій настає резонанс.</p>

# CP 15. Динаміка відносного руху матеріальної точки

1		<p>Дано:</p> $f = 0;$ $m = 0,05 \text{ кг};$ $y_1 = 0,3 \sin(3t) \text{ м};$ $x_0 = 0 \text{ м};$ $V_0 = 0,4 \text{ м/с}.$ <p>Знайти:</p> $x = f(t).$
2		<p>Дано:</p> $f = 0;$ $m = 0,02 \text{ кг};$ $y_1 = 0,1 \cos(2t) \text{ м};$ $x_0 = 0,1 \text{ м};$ $V_0 = 0 \text{ м/с}.$ <p>Знайти:</p> $x = f(t).$
3		<p>Дано:</p> $\omega = 4 \text{ с}^{-1};$ $f = 0,1;$ $m = 0,05 \text{ кг};$ $h = 0,4 \text{ м};$ $x_0 = 0 \text{ м};$ $V_0 = 0,2 \text{ м/с}.$ <p>Знайти:</p> $x = f(t).$



4



Дано:

$$f=0,1;$$

$$m=0,01 \text{ кг};$$

$$y_1=8+3t^3 \text{ м};$$

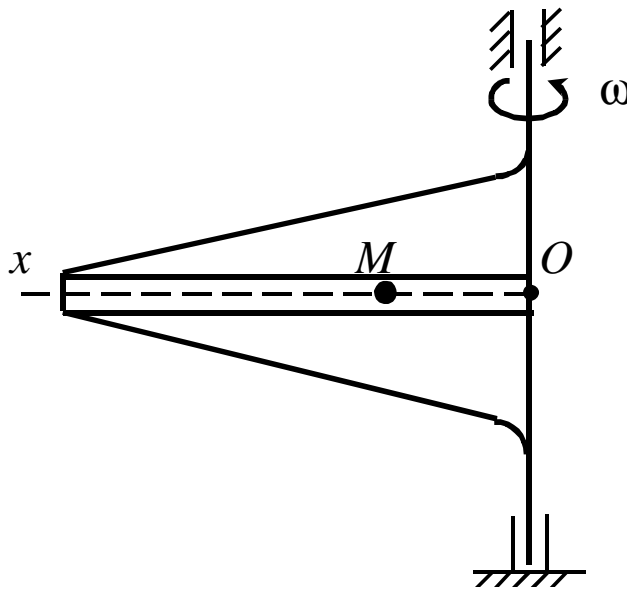
$$x_0=0,2 \text{ м};$$

$$V_0=0,4 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$x=f(t).$$

5



Дано:

$$f=0;$$

$$m=0,04 \text{ кг};$$

$$y_1=8+3t^3 \text{ м};$$

$$\omega=7 \text{ с}^{-1};$$

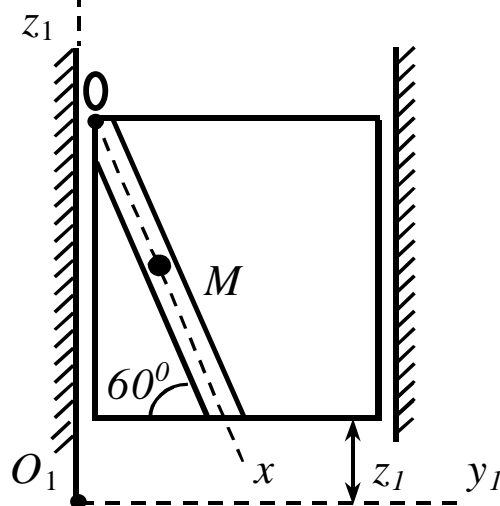
$$x_0=0,4 \text{ м};$$

$$V_0=0,2 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$x=f(t).$$

6



Дано:

$$f=0;$$

$$m=0,05 \text{ кг};$$

$$z_1=0,2 \sin(4t) \text{ м};$$

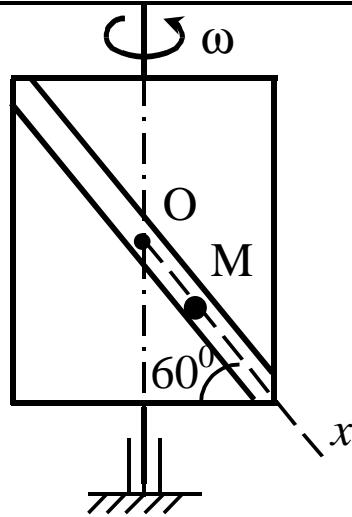
$$x_0=0 \text{ м};$$

$$V_0=0,5 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$x=f(t).$$

7



Дано:

$$f=0;$$

$$m=0,05 \text{ кг};$$

$$\omega=2 \text{ с}^{-1};$$

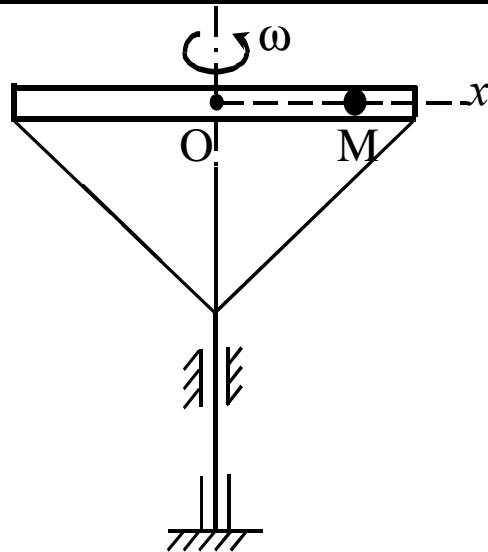
$$x_0=0,2 \text{ м};$$

$$V_0=0,1 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

8



Дано:

$$f=0;$$

$$m=0,1 \text{ кг};$$

$$\omega=5 \text{ с}^{-1};$$

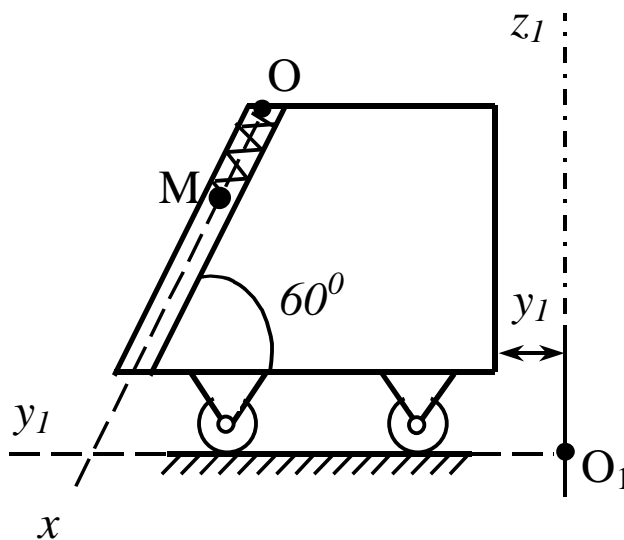
$$x_0=0,2 \text{ м};$$

$$V_0=0,1 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

9



Дано:

$$f=0;$$

$$m=0,05 \text{ кг};$$

$$l_0=0,01 \text{ м};$$

$$c=20 \text{ Н/м};$$

$$y_1=7+4t^2 \text{ м};$$

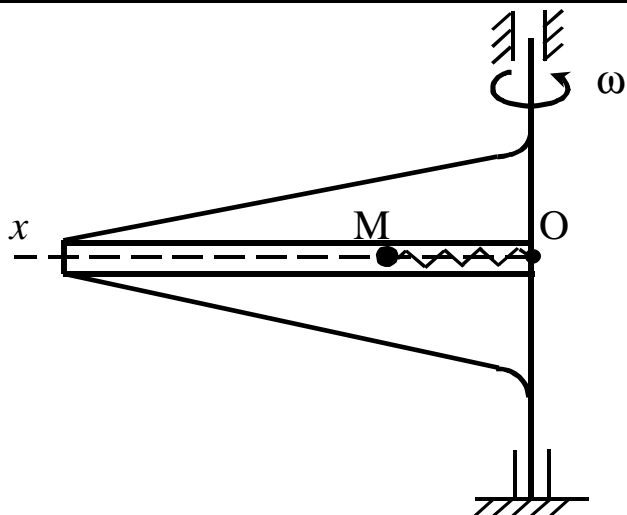
$$x_0=0 \text{ м};$$

$$V_0=0,5 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

10



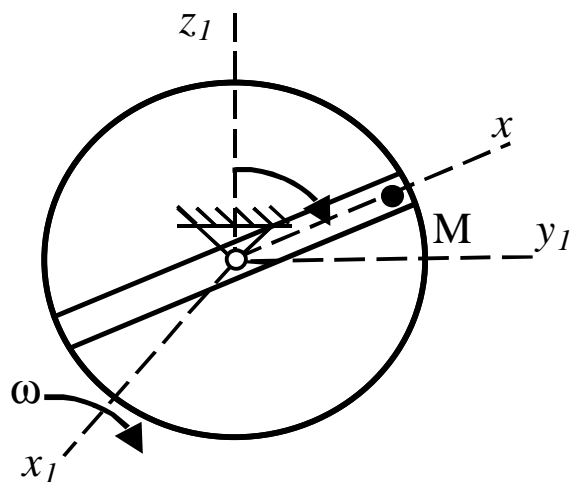
Дано:

$$\begin{aligned}
 f &= 0; \\
 m &= 0,03 \text{ кг}; \\
 \omega &= 3 \text{ с}^{-1}; \\
 l_0 &= 0,02 \text{ м}; \\
 c &= 20 \text{ Н/м}; \\
 x_0 &= 0,1 \text{ м}; \\
 V_0 &= 0 \text{ м/с}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

11

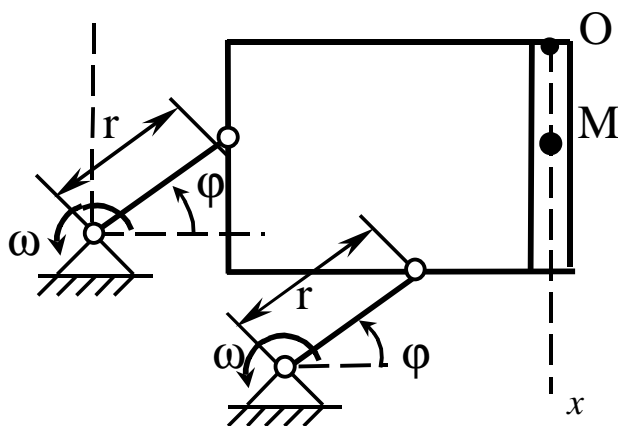


Дано:

$$\begin{aligned}
 f &= 0; \\
 m &= 0,2 \text{ кг}; \\
 \omega &= 3 \text{ с}^{-1}; \\
 \varphi &= \omega t.
 \end{aligned}$$

Знайти частинний розв'язок неоднорідного рівняння.

12



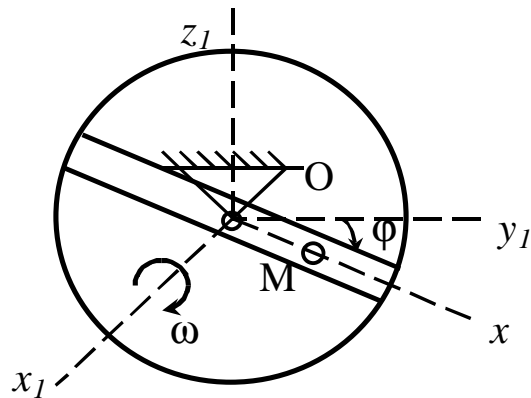
Дано:

$$\begin{aligned}
 f &= 0; \\
 \varphi &= \omega t; \\
 m &= 0,05 \text{ кг}; \\
 \omega &= 4 \text{ с}^{-1}; \\
 r &= 0,1 \text{ м}; \\
 x_0 &= 0,3 \text{ м}; \\
 V_0 &= 0,5 \text{ м/с}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

13



Дано:

$$f=0;$$

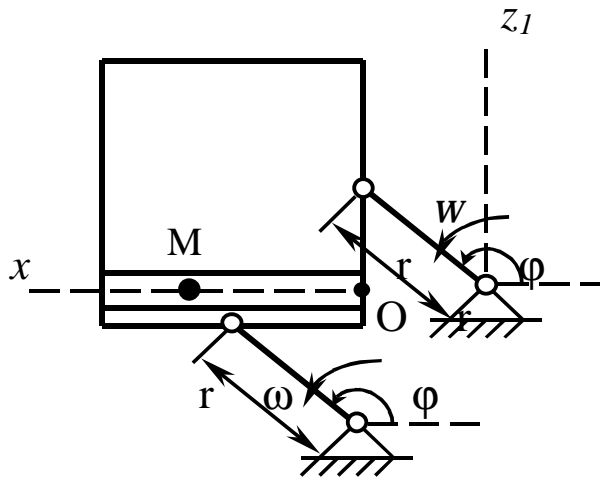
$$\varphi=\omega t;$$

$$m=0,4 \text{ кг};$$

$$\omega=7 \text{ с}^{-1}.$$

Знайти частинний розв'язок неоднорідного рівняння.

14



Дано:

$$f=0;$$

$$\varphi=\omega t;$$

$$m=0,2 \text{ кг};$$

$$r=0,3 \text{ м};$$

$$\omega=3 \text{ с}^{-1};$$

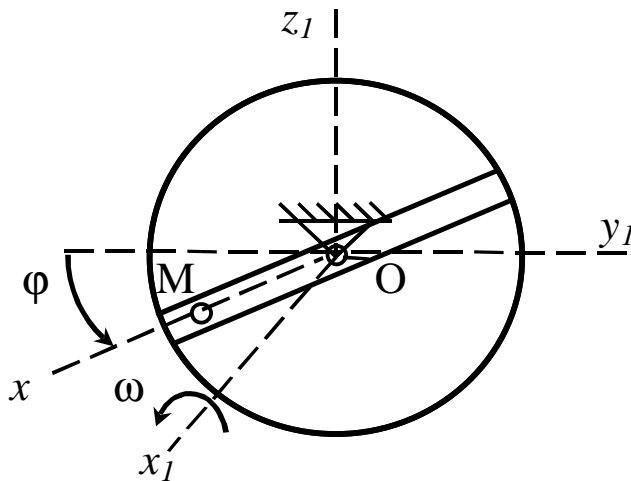
$$x_0=0,1 \text{ м};$$

$$V_0=0,2 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

15



Дано:

$$f=0;$$

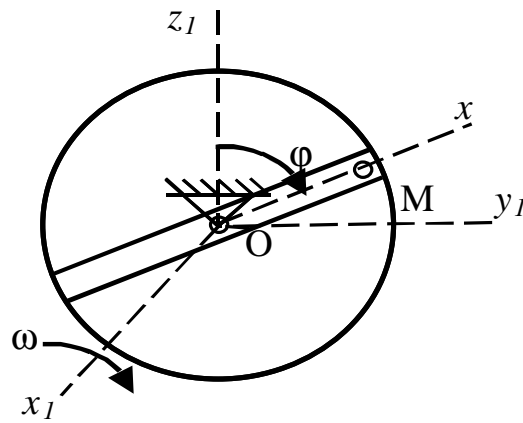
$$\varphi=\omega t;$$

$$m=0,05 \text{ кг};$$

$$\omega=3 \text{ с}^{-1}.$$

Знайти частинний розв'язок неоднорідного рівняння.

16



Дано:

$$f=0;$$

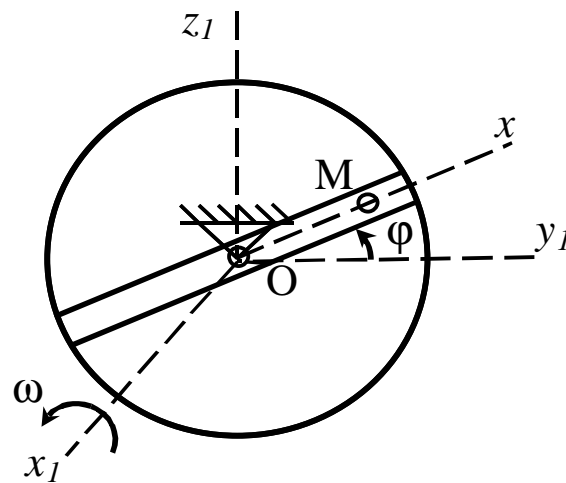
$$\varphi=\omega t;$$

$$m=0,2 \text{ кг};$$

$$\omega=3 \text{ с}^{-1}.$$

Знайти частинний розв'язок неоднорідного рівняння.

17



Дано:

$$f=0;$$

$$\varphi=\omega t;$$

$$m=0,1 \text{ кг};$$

$$\omega=5 \text{ с}^{-1};$$

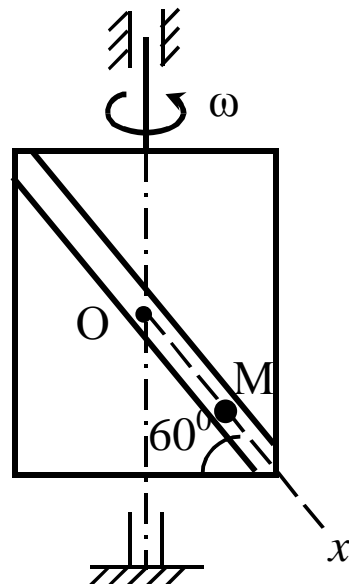
$$x_0=0,1 \text{ м};$$

$$V_0=0,2 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

18



Дано:

$$f=0;$$

$$m=0,05 \text{ кг};$$

$$\omega=7 \text{ с}^{-1};$$

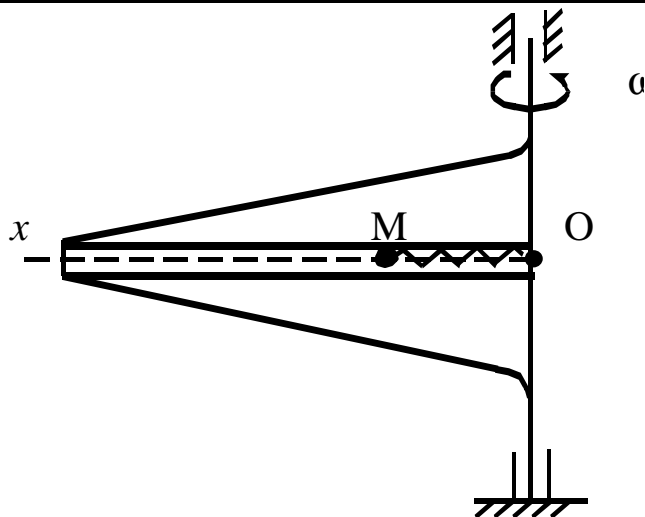
$$x_0=0 \text{ м};$$

$$V_0=0,5 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

19



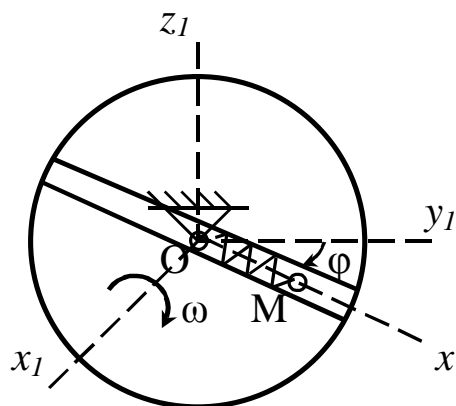
Дано:

$$\begin{aligned}
 f &= 0; \\
 m &= 0,5 \text{ кг}; \\
 \omega &= 4 \text{ с}^{-1}; \\
 l_0 &= 0,01 \text{ м}; \\
 c &= 80 \text{ Н/м}; \\
 x_0 &= 0,3 \text{ м}; \\
 V_0 &= 0,2 \text{ м/с}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

20



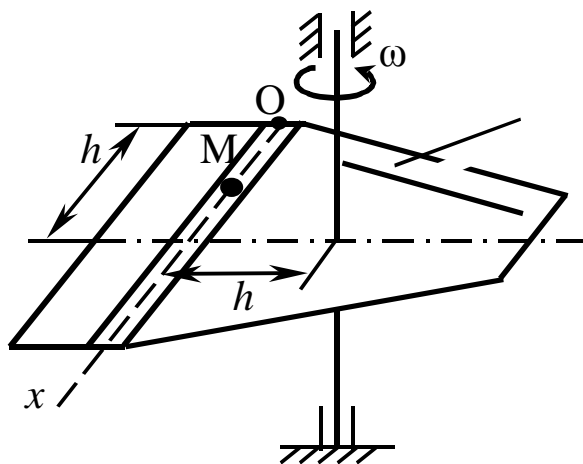
Дано:

$$\begin{aligned}
 f &= 0; \\
 \varphi &= \omega t; \\
 m &= 0,1 \text{ кг}; \\
 \omega &= 5 \text{ с}^{-1}; \\
 x_0 &= 0,1 \text{ м}; \\
 l_0 &= 0,2 \text{ м}; \\
 c &= 60 \text{ Н/м}; \\
 V_0 &= 0,2 \text{ м/с}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$x = f(t).$$

21



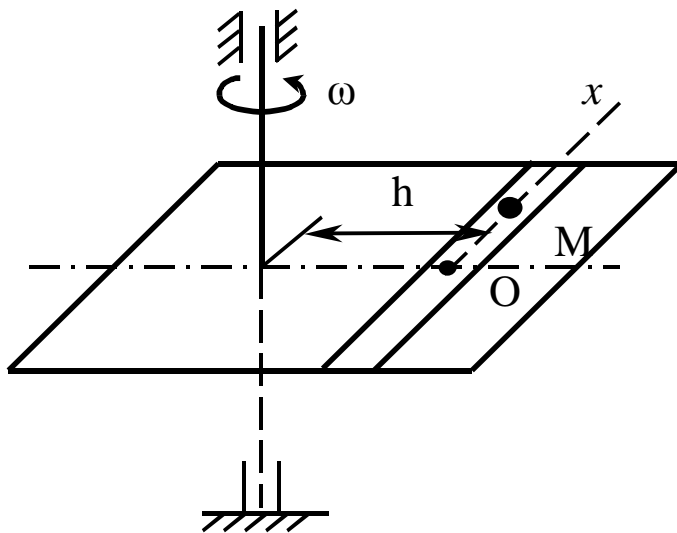
Дано:

$$\begin{aligned}
 f &= 0; \\
 m &= 0,1 \text{ кг}; \\
 \omega &= 2 \text{ с}^{-1}; \\
 x_0 &= 0,3 \text{ м}; \\
 V_0 &= 0 \text{ м/с}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$\Phi_{\text{кор}} = f(t).$$

22



Дано:

$$f=0;$$

$$m=0,2 \text{ кг};$$

$$w=7 \text{ с}^{-1};$$

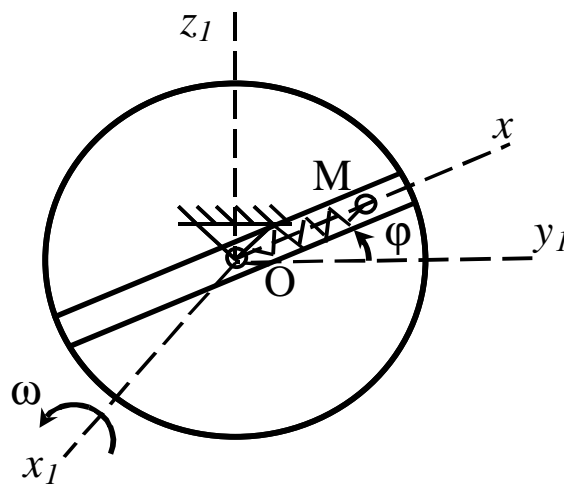
$$x_0=0,1 \text{ м};$$

$$V_0=0,2 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$\Phi_{\text{кор}} = f(t).$$

23



Дано:

$$f=0;$$

$$\varphi=\omega t;$$

$$m=0,2 \text{ кг};$$

$$\omega=5 \text{ с}^{-1};$$

$$l_0=0,2 \text{ м};$$

$$c=60 \text{ Н/м};$$

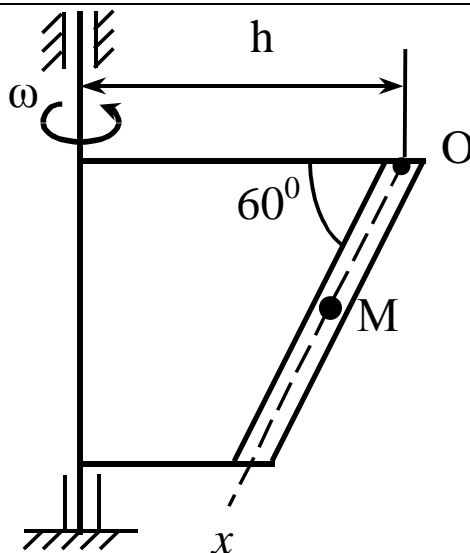
$$x_0=0,1 \text{ м};$$

$$V_0=0 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$\Phi_{\text{кор}} = f(t).$$

24



Дано:

$$f=0;$$

$$m=0,05 \text{ кг};$$

$$\omega=10 \text{ с}^{-1};$$

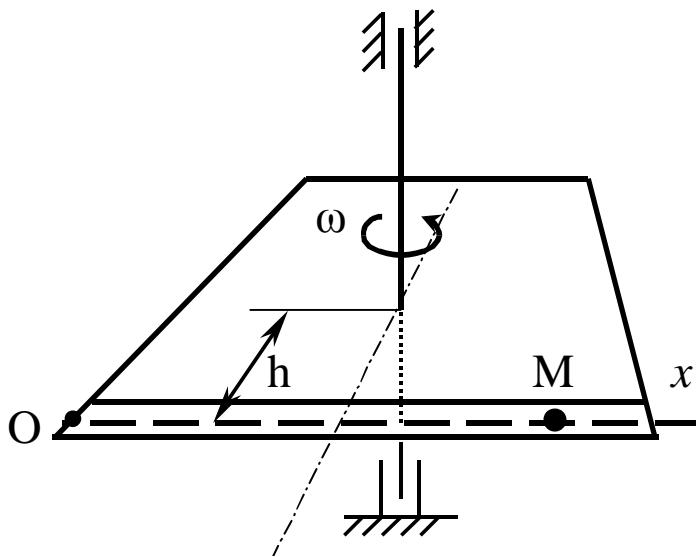
$$x_0=0,5 \text{ м};$$

$$V_0=0 \text{ м/с}.$$

Знайти:

$$\Phi_{\text{кор}} = f(t).$$

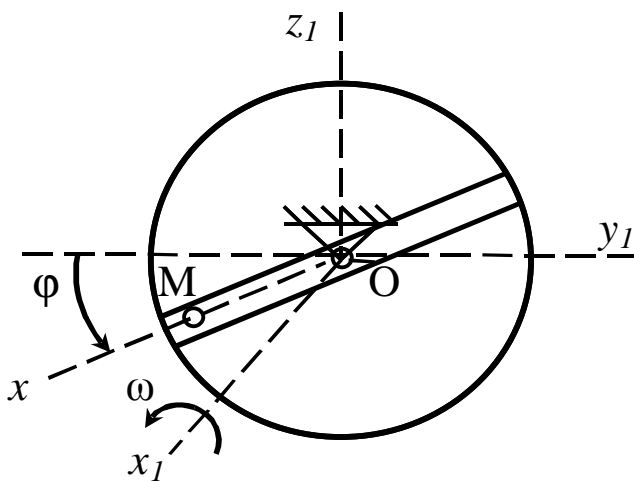
25



Дано:  
 $f=0$ ;  
 $m=0,02 \text{ кг}$ ;  
 $h=0,4 \text{ м}$ ;  
 $\omega=4 \text{ с}^{-1}$ ;  
 $x_0=0,2 \text{ м}$ ;  
 $V_0=0,3 \text{ м/с}$ .

Знайти:  
 $\Phi_{\text{кор}} = f(t)$ .

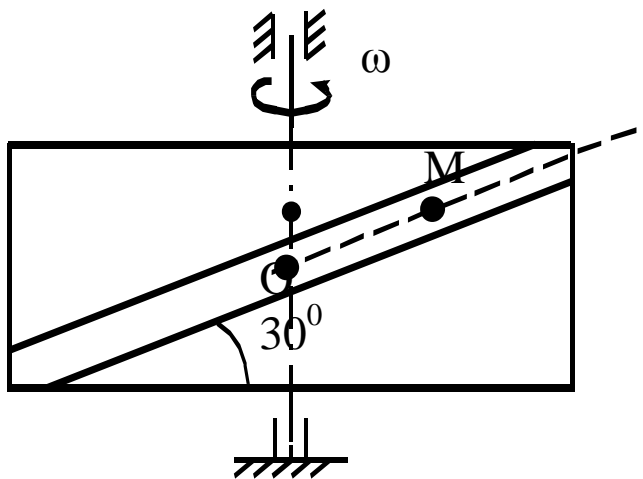
26



Дано:  
 $f=0$ ;  
 $\varphi=\omega t$ ;  
 $m=0,1 \text{ кг}$ ;  
 $\omega=5 \text{ с}^{-1}$ ;  
 $x_0=0,3 \text{ м}$ ;  
 $V_0=0,2 \text{ м/с}$ .

Знайти:  
 $\Phi_{\text{кор}} = f(t)$ .

27

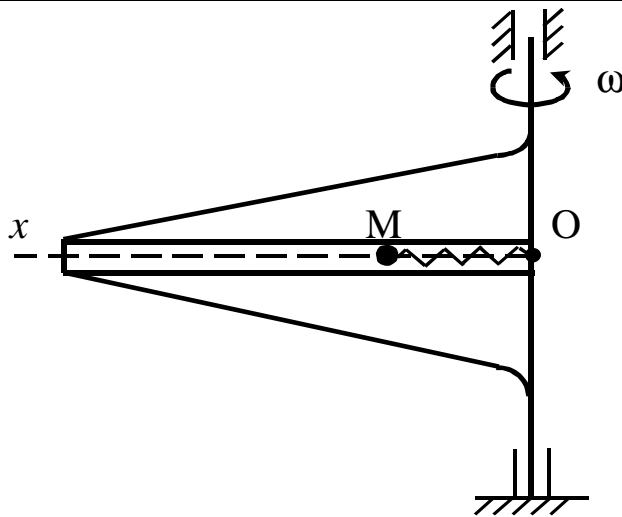


Дано:  
 $f=0$ ;  
 $m=0,2 \text{ кг}$ ;  
 $\omega=2 \text{ с}^{-1}$ ;  
 $x_0=0,2 \text{ м}$ ;  
 $V_0=0 \text{ м/с}$ .

Знайти:  
 $\Phi_{\text{кор}} = f(t)$ .



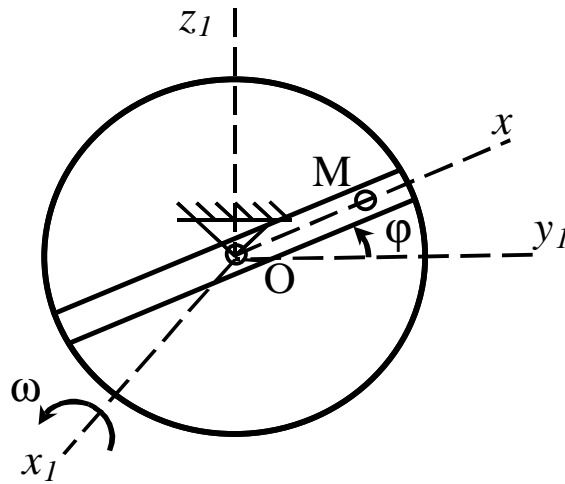
28



Дано:  
 $f=0$ ;  
 $m=0,05 \text{ кг}$ ;  
 $\omega=4 \text{ с}^{-1}$ ;  
 $l_0=0,01 \text{ м}$ ;  
 $c=30 \text{ Н/м}$ ;  
 $x_0=0,1 \text{ м}$ ;  
 $V_0=0 \text{ м/с}$ .

Знайти:  
 $\Phi_{\text{кор}} = f(t)$ .

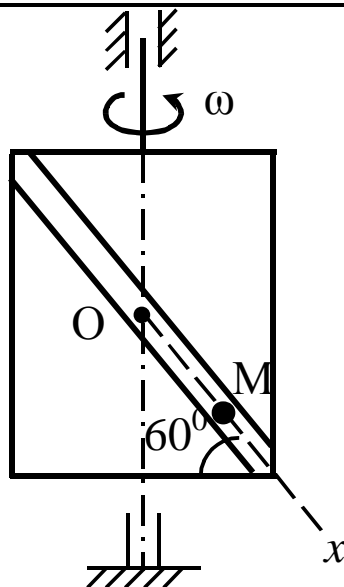
29



Дано:  
 $f=0$ ;  
 $\varphi=\omega t$ ;  
 $m=0,1 \text{ кг}$ ;  
 $\omega=5 \text{ с}^{-1}$ ;  
 $x_0=0,1 \text{ м}$ ;  
 $V_0=0,2 \text{ м/с}$ .

Знайти:  
 $\Phi_{\text{кор}} = f(t)$ .

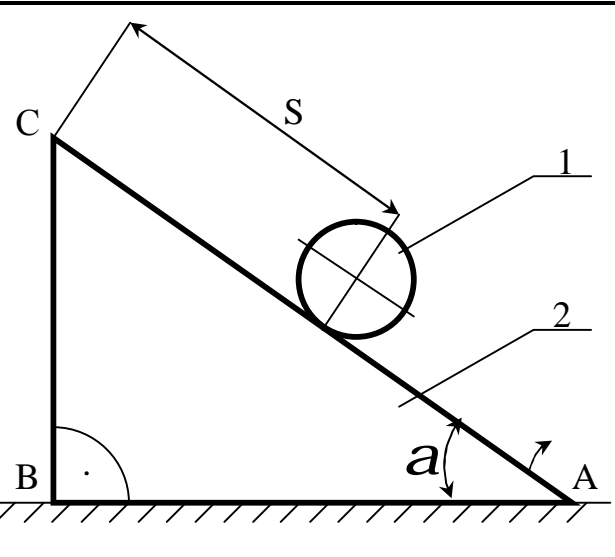
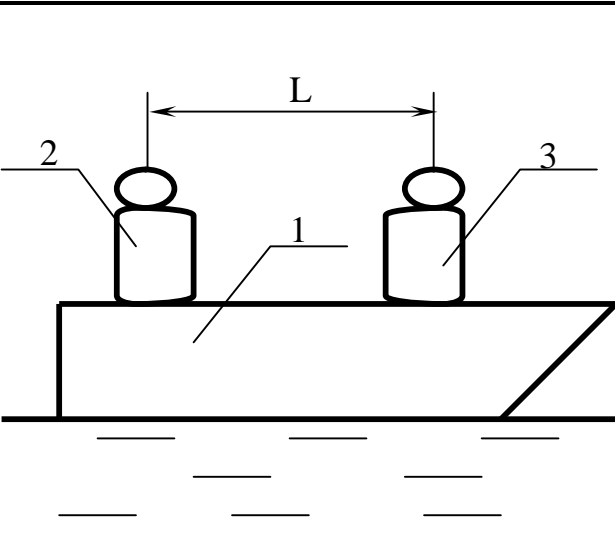
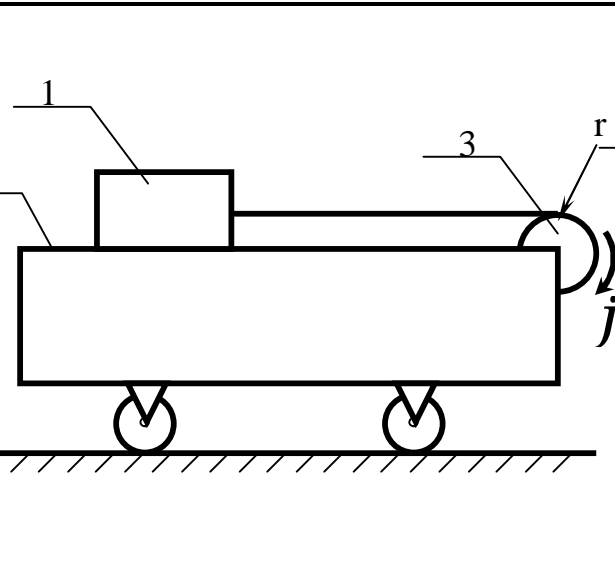
30



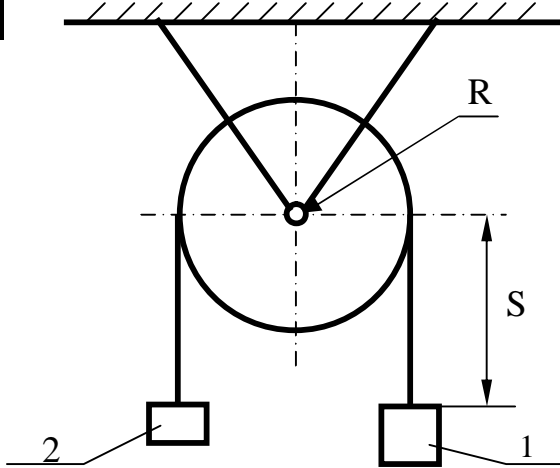
Дано:  
 $f=0$ ;  
 $m=0,05 \text{ кг}$ ;  
 $\omega=7 \text{ с}^{-1}$ ;  
 $x_0=0 \text{ м}$ ;  
 $V_0=0,5 \text{ м/с}$ .

Знайти:  
 $\Phi_{\text{кор}} = f(t)$ .

## CP 16. Теорема про рух центра мас механічної системи

<p>1</p> 	<p>Циліндр 1 масою <math>m_1=5</math> кг скочується по похилій грані клину 2, що лежить на горизонтальній поверхні. <math>AB=1,6</math> м, <math>BC=1,2</math> м. Центр циліндра рухається за законом <math>S=1,5t^2</math> м.</p> <p>Визначити силу тертя між клином і горизонтальною поверхнею, якщо клин залишиться нерухомим.</p>
<p>2</p> 	<p>На кормовій лавці човна (1) масою <math>m_1=90</math> кг, який знаходиться в спокійній воді, сидів чоловік (2) масою <math>m_2=75</math> кг, на носовій – хлопчик (3) масою <math>m_3=15</math> кг. В яку сторону і наскільки переміститься човен, якщо чоловік і хлопчик обмінюються місцями? Відстань між лавками <math>L=3</math> м. Опір води не враховувати.</p>
<p>3</p> 	<p>Вантаж 1 масою <math>m_1=2</math> кг переміщається відносно возика 2 масою <math>m_2=8</math> кг за допомогою мотузки, яка намотується на барабан 3 радіусом <math>r=10</math> см. Барабан обертається за законом <math>j = 10t^2 \text{ рад/с}^2</math>. Визначити переміщення возика на момент часу <math>t=2</math> с. У початковий момент система знаходиться в спокої. Масами блоку і мотузки зневажити.</p>

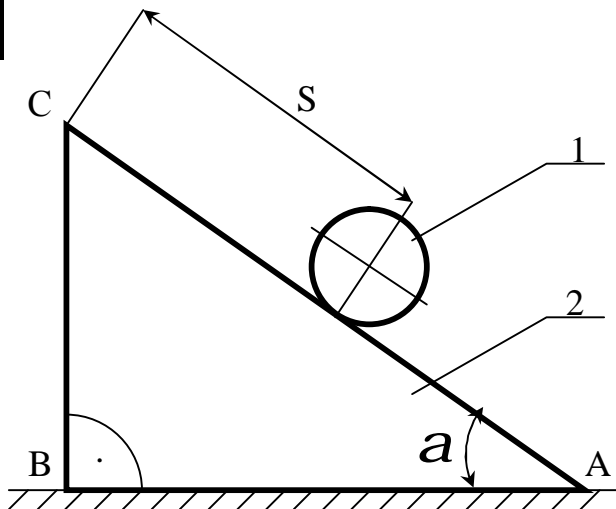
4



Вантажі 1 і 2 масами  $m_1=10$  кг і  $m_2=6$  кг підвищені до кінців невагомої мотузки, перекинutoї через блок масою  $m_3=4$  кг. Вантаж 1 опускається донизу згідно із рівнянням  $S=t^2$  м.

Визначити реакцію осі блоку.

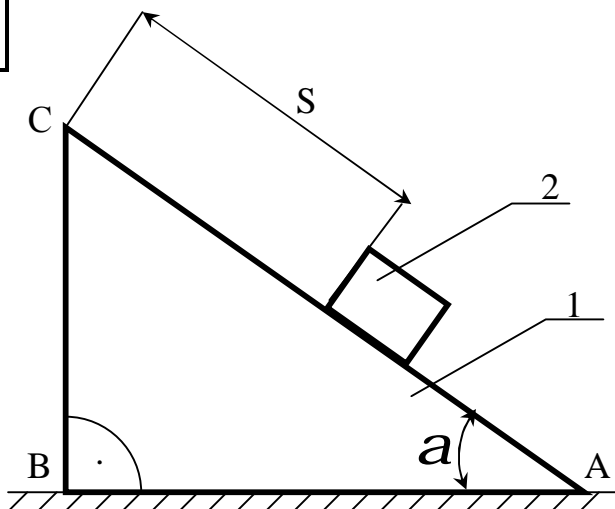
5



Циліндр 1 масою  $m_1=5$  кг скочується без ковзання по похилій грані призми 2 масою  $m_2=10$  кг, розташованій на горизонтальній поверхні. Закон руху центру мас циліндра  $S=0,5t^2$  м.  $AB=1,6$  м,  $BC=1,2$  м.

Визначити нормальну реакцію опорної поверхні.

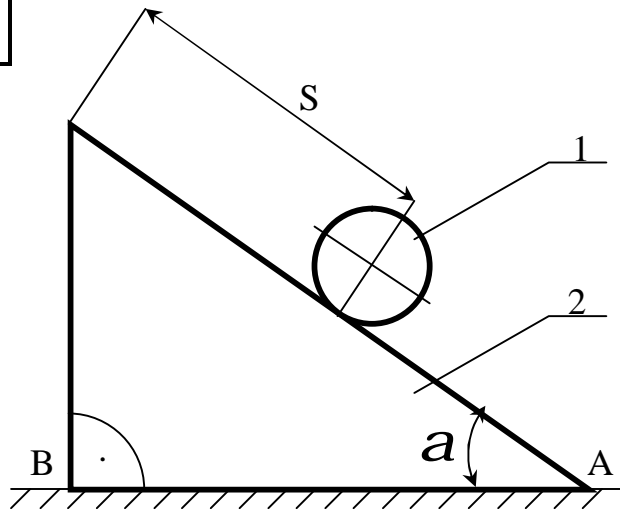
6



Клин 1 масою  $m_1=15$  кг розташований на гладкій горизонтальній поверхні. У початковий момент система знаходиться в спокої.  $AB=2,4$  м,  $BC=1,8$  м. По його похилій грані згідно з рівнянням  $S=0,5t^2$  м рухається вантаж 2 масою  $m_2=5$  кг.

Визначити переміщення клина на момент часу  $t=2$  с.

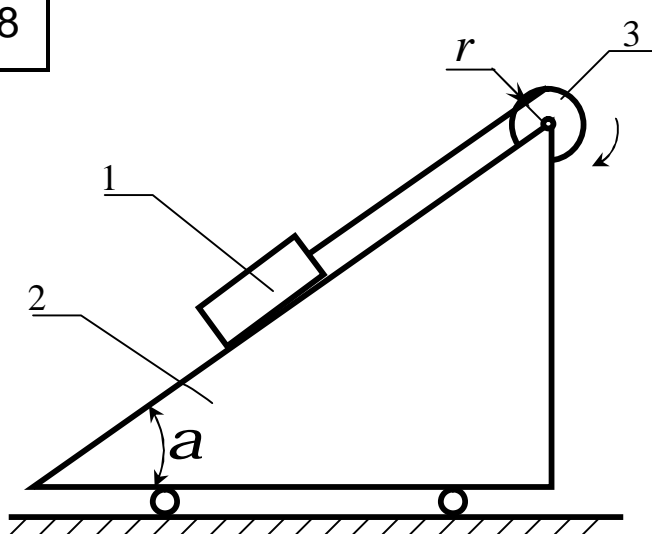
7



Циліндр 1 масою  $m_1=5$  кг скочується без ковзання по похилій грані призми 2 масою  $m_2=10$  кг. Центр мас циліндра рухається за законом  $S=30t^2$  м.  $AC=80$  см,  $BC=60$  см.

Визначити переміщення призми, розташованої на гладкій горизонтальній поверхні за час  $t=1$  с після початку руху циліндра.

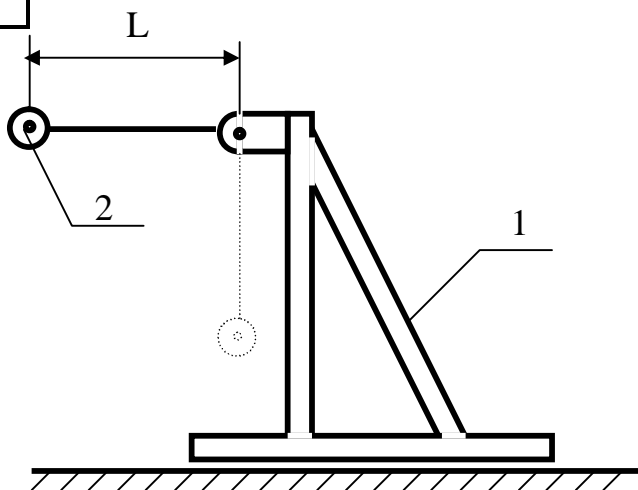
8



Вантаж 1 масою  $m_1=2$  кг переміщується відносно возика 2 масою  $m_2=8$  кг за допомогою мотузки, яка намотується на барабан 3 масою  $m_3=1$  кг та радіусом  $r=4$  см.

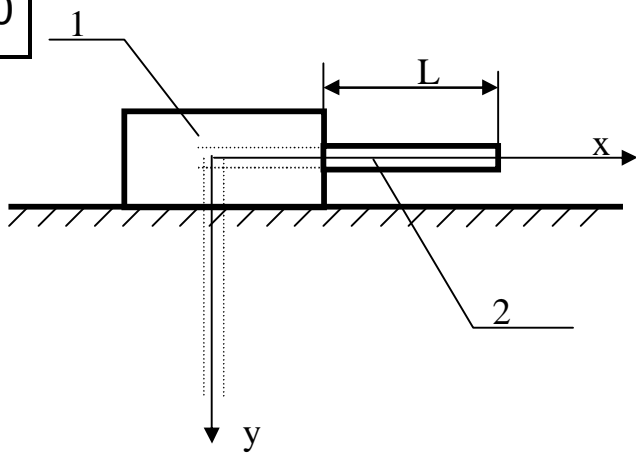
Визначити переміщення призми на момент часу коли барабан зробить 2,5 оберти. У початковий момент система знаходилась в спокої. Масою мотузки зневажати  $\alpha = 30^\circ$

9



Головними частинами пристрою для випробування матеріалів ударом є станина 1 масою  $m_1=90$  кг та сталева відливка 2 масою  $m_2=10$  кг, яка прикріплена до невагомому стрижня довжиною  $L=80$  см, який може обертатися навколо горизонтальної осі  $O$ . Припускаючи, що станина стоїть на гладкій горизонтальній підлозі та не закріплена, визначити її переміщення за час переходу стрижня з виливком із горизонтального у вертикальне положення.

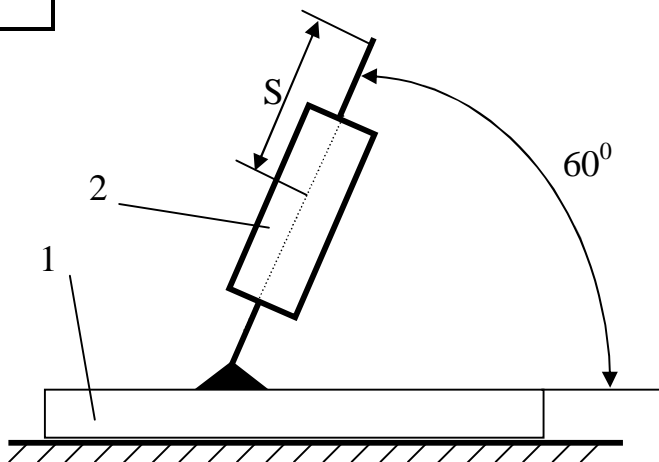
10



Тіло 1 масою 4 кг може рухатися по гладкій горизонтальній напрямній.

На яку відстань переміститься тіло 1, коли однорідний стрижень 2 масою 2 кг і довжиною  $L=0,6$  м, спускаючись під дією сили ваги, займе вертикальне положення. У початковий момент система знаходилась в спокої.

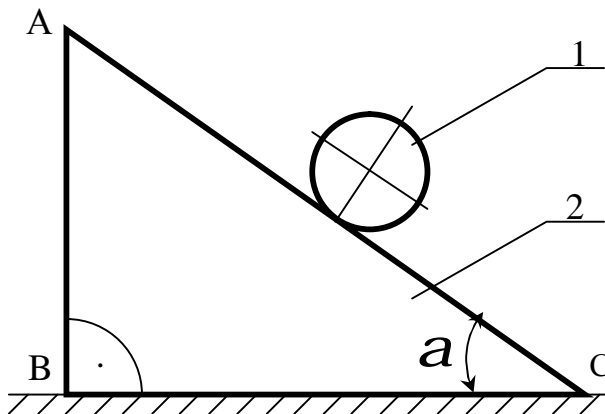
11



Тіло 1 масою  $m=0,7$  кг може рухатися по гладкій горизонтальній напрямній.

Визначити модуль прискорення тіла 1 у момент часу  $t=0,25$  с, якщо відносно нього під дією внутрішніх сил системи рухається тіло 2 масою  $m_2=0,1$  кг, згідно з рівнянням  $S=\sin 4t$  м.

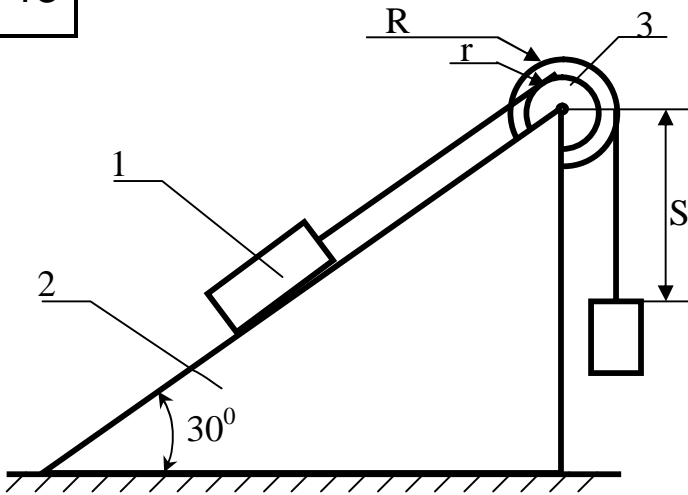
12



Однорідний циліндр 1 масою  $m_1=2$  кг та радіусом  $r_1=10$  см скочується без ковзання по похилій грані призми 2 із масою  $m_2=10$  кг і здійснює 2,5 оберти.  $AC=80$  см,  $BC=60$  см.

Визначити переміщення призми, розташованої на гладкій горизонтальній поверхні, відповідно до 2,5 обертів циліндра.

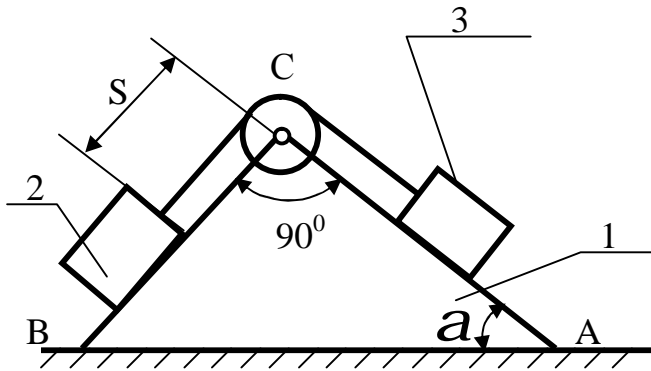
13



Клин 1 масою  $m_1=10$  кг лежить на горизонтальній поверхні. До кінців ниток, намотаних на невагомий ступінчатий блок, який закріплено на клині, прив'язані вантажі 2 і 3 масами  $m_2=4$  кг,  $m_3=5$  кг. Вантаж 3 опускається згідно з рівнянням  $S=1,5t^2$  м.

Визначити нормальну реакцію горизонтальної поверхні. відношення  $\frac{R}{r} = 2$

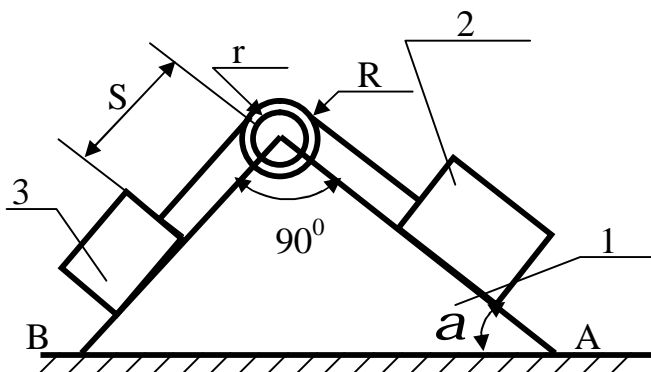
14



Клин 1 лежить нерухомо на горизонтальній поверхні.  $AC=1,6$  м,  $BC=1,2$  м. На похилих його площинах знаходяться вантажі 2 та 3 з масами  $m_2=4$  кг,  $m_3=2$  кг, зв'язані невагомою ниткою, перекинутаю через блок. Вантаж 2 рухається униз за законом  $S=1,25t^2$  м.

Визначити силу тертя між клином та горизонтальною поверхнею.

15



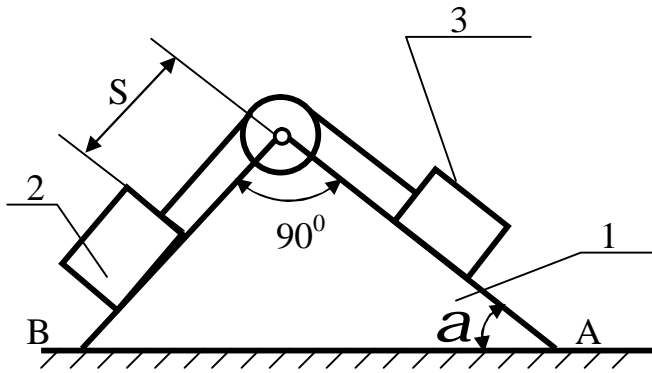
Клин 1 лежить нерухомо на горизонтальній поверхні.

$AC=1,2$  м,  $BC=1,2$  м.

На його бокових гранях знаходяться вантажі 2 та 3 з масами  $m_2=4$  кг,  $m_3=2$  кг, прикріплені до ниток, які намотані на ступінчатий невагомий блок. Відношення  $\frac{R}{r} = 3$ . Вантаж 3 опускається вниз за законом  $S=t^2$  м.

Визначити силу тертя між клином та горизонтальною поверхнею.

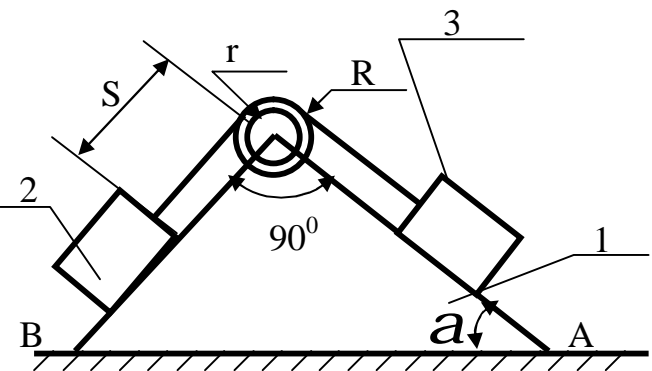
16



Клин 1 масою  $m_1=16$  кг лежить на горизонтальній поверхні.  $AC=1,6$  м,  $BC=1,2$  м. На його похилих гранях розташовані вантажі 2 та 3 з масами  $m_2=4$  кг,  $m_3=2$  кг, зв'язані невагомою ниткою, яка перекинута через невагомий блок. Вантаж 3 опускається вниз за законом  $S=1,25t^2$  м.

Визначити нормальну реакцію горизонтальної поверхні.

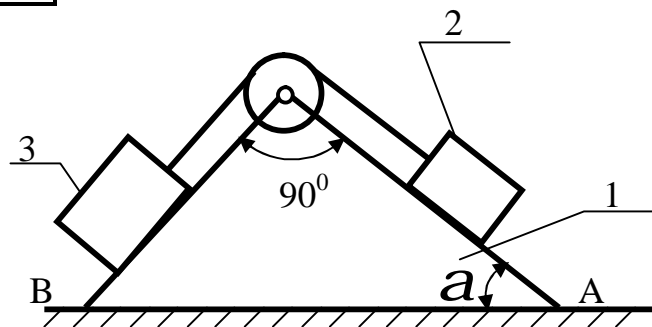
17



Клин 1 масою  $m_1=12$  кг лежить на горизонтальній поверхні. На його бокових гранях розташовані вантажі 2 та 3 з масами  $m_2=m_3=4$  кг. Вантажі намотані до ниток, які намотані на ступінчатий невагомий блок, відношення радіусів якого  $\frac{R}{r}=2$ . Вантаж 3 опускається вниз за законом  $S=1,25t^2$  м.

Визначити нормальну реакцію горизонтальної поверхні.  $AC=1,6$  м,  $BC=1,2$  м.

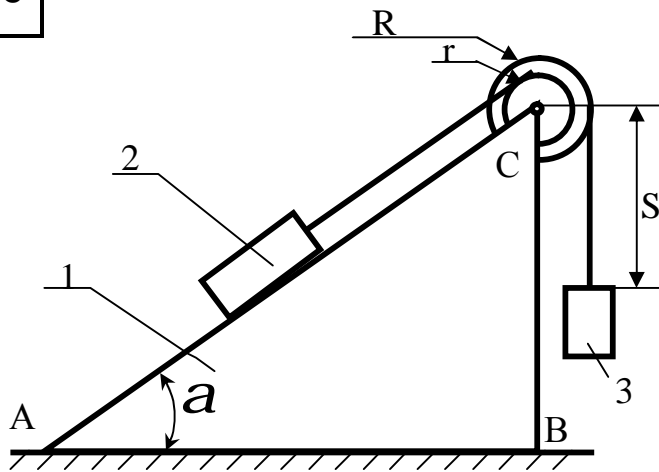
18



Клин 1 масою  $m_1=10$  кг лежить на гладкій горизонтальній поверхні.  $AC=1$  м,  $BC=2,4$  м. На його похилих гранях розташовані вантажі 2 та 3 з масами  $m_2=2$  кг,  $m_3=3$  кг, зв'язані невагомою ниткою, яка перекинута через невагомий блок. Вантаж 2 рухається відносно клину вниз з прискоренням  $a=50\text{см/с}^2$ .

Визначити прискорення клина.

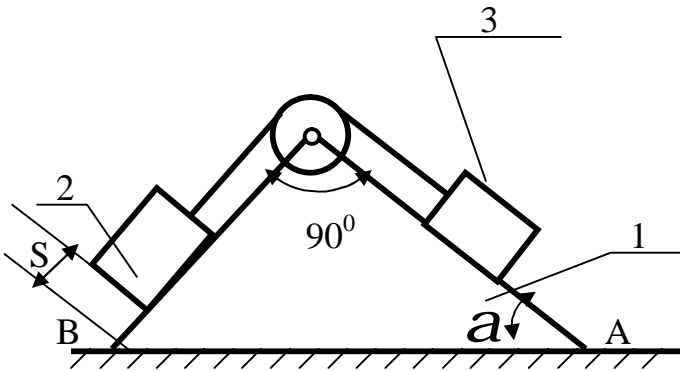
19



Клин 1 лежить нерухомо на горизонтальній поверхні.  $AB=1,2$  м,  $BC=0,9$  м. До кінців ниток, намотаних на ступінчастий блок, прив'язані вантажі 2 та 3 з масами  $m_2=6$  кг,  $m_3=8$  кг. Вантаж 3 опускається за законом  $S=2,5t^2$  м.

Визначити силу тертя між клином та горизонтальною поверхнею, якщо  $\frac{R}{r} = 3$

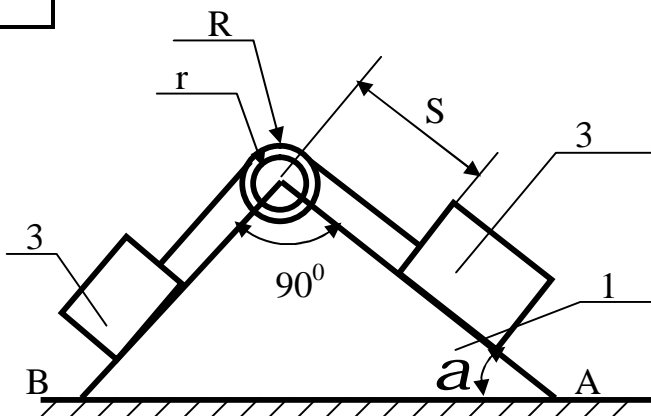
20



Клин 1 масою  $m_1=16$  кг розташований на гладкій горизонтальній площині. На похилих бокових гранях клина знаходяться вантажі 2 та 3 з масами  $m_2=4$  кг,  $m_3=2$  кг, які зв'язані нерастягуючою ниткою, перекинutoю через блок. Вантаж 2 рухається вгору за законом  $S=20t^2$  см.

Визначити переміщення клина за час  $t=1$  с. Масами нитки та блоку зневажити.

21

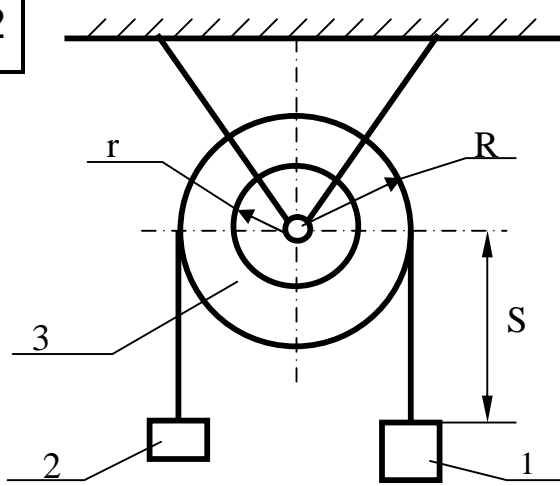


Клин 1 масою  $m_1=25$  кг лежить на гладкій горизонтальній площині. На ступінчастий блок намотані нитки, до кінців яких прикріплені вантажі 2 та 3 масами  $m_2=10$  кг,  $m_3=15$  кг. Вантаж 3 переміщується униз по похилій площині клину за рівнянням  $S=20t^2$  см.

Визначити переміщення клина за  $t=2$  с з початку руху. Масами нитки та блоку зневажити.



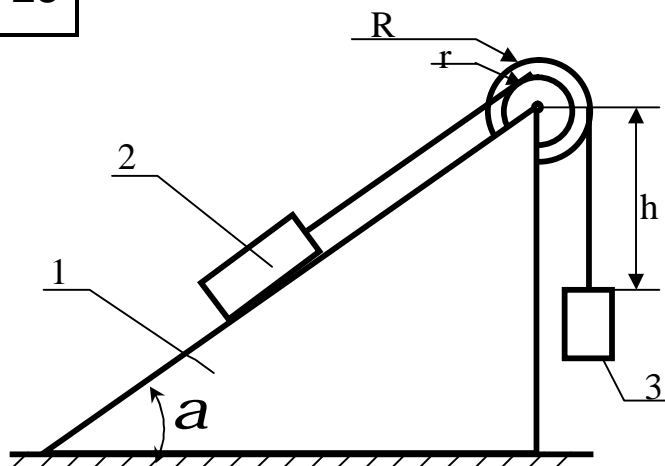
22



Вантажі 1 і 2 масами  $m_1=6$  кг і  $m_2=4$  кг підвищені до кінців ниток, які намотані на ступінчастий блок з масою  $m_3=5$  кг, який повільно насаджено на вісь O.

Визначити тиск на цю вісь, якщо  $R=20$  см,  $r=10$  см, а вантаж 1 опускається униз за законом  $S=1,5t^2$  см

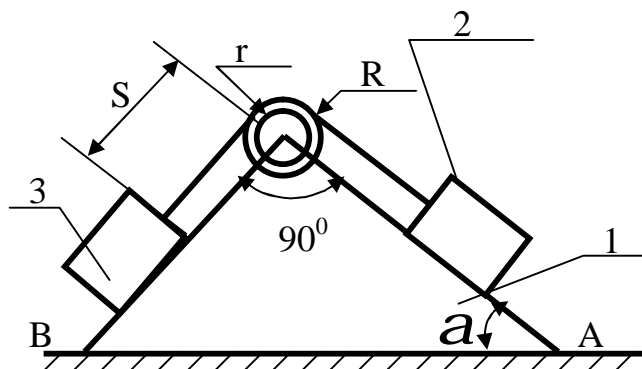
23



Клин 1 масою  $m_1=10$  кг лежить на гладкій горизонтальній площині.  $AB=80$  см,  $BC=60$  см. До кінців ниток, намотаних на ступінчастий блок, прив'язані вантажі 2 та 3 масами  $m_2=4$  кг,  $m_3=2$  кг. Відношення  $\frac{R}{r} = 2$ .

Визначити переміщення клина після того, як вантаж 3 опуститься на відстань  $h=40$  см. У початковий момент система знаходилась в спокої. Масами ниток та блока зневажити

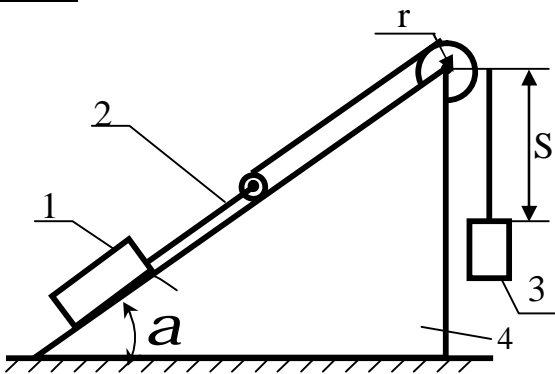
24



Клин 1 масою  $m_1=9$  кг розташований на гладкій горизонтальній площині.  $AB=60$  см,  $BC=80$  см. На бокових поверхнях клина знаходяться вантажі 2 та 3 масами  $m_2=3$  кг,  $m_3=3$  кг, які зв'язані нитками, намотаними на ступінчастий блок. Вантаж 3 рухається вгору за законом  $S=45t^2$  см. Відношення  $\frac{R}{r} = 2$ .

Визначити переміщення клину за час  $t=1$  с. Масами ниток та блока зневажити.

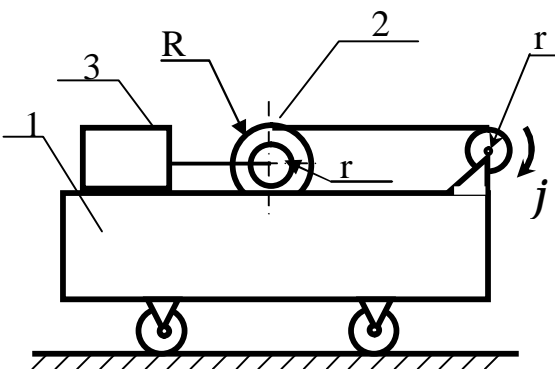
25



Вантаж 1 масою  $m_1=4$  кг опускаючись вниз за законом  $S=10t^2$  см, приводить до руху каток 2 масою  $m_2=2$  кг за допомогою мотузки, перекинutoї через блок та намотаної на цей каток. До осі катка приєднано вантаж 3 масою  $m_3=4$  кг. Каток 2 та вантаж 3 переміщуються по боковій поверхні клину 4 масою  $m_4=12$  кг, який лежить на гладкій горизонтальній поверхні  $AB=80$  см,  $BC=60$  см.

Визначити переміщення клину 4 за час  $t=2$  с. У початковий момент система знаходилась в спокої. Ковзання відсутнє.

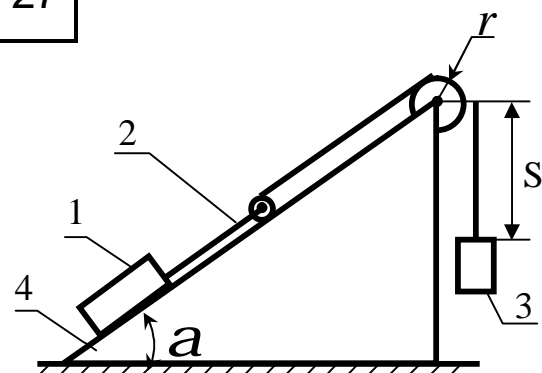
26



На верхній поверхні возика 1 масою  $m_1=10$  кг, який може без тертя переміщуватися по горизонтальній поверхні, розташовані ступінчасті каток 2 та вантаж 3 масами  $m_2=2$  кг  $m_3=4$  кг. Каток котиться без ковзання. В рух він приводиться за допомогою мотузки, яка намотується на невагомий барабан радіусом  $r_6=12$  см, який обертається за законом  $j = 5t^2$  рад.

Визначити переміщення возика на момент часу  $t=2$  с. При  $t=0$  система знаходилась в спокої.

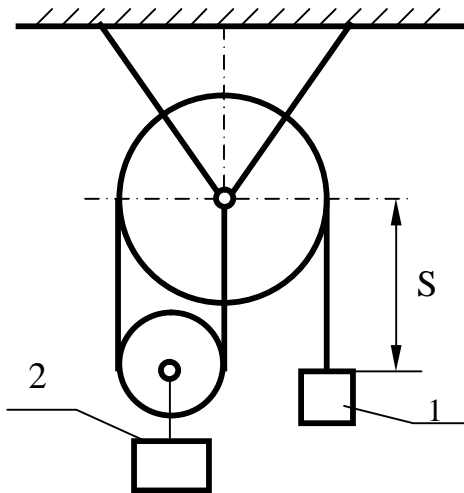
27



Вантаж 1 масою  $m_1=4$  кг опускаючись вниз за законом  $S=40t^2$  см, приводить до руху каток 2 масою  $m_2=2$  кг за допомогою мотузки, перекинutoї через блок та намотаної на цей каток. До осі катка приєднано вантаж 3 масою  $m_3=3$  кг. Каток 2 та вантаж 3 переміщуються по похилій грані призми 4 масою  $m_4=12$  кг,  $AB=80$  см,  $BC=60$  см. Ковзання між катком та похилою гранню відсутнє.

Визначити вертикальну реакцію горизонтальної поверхні.

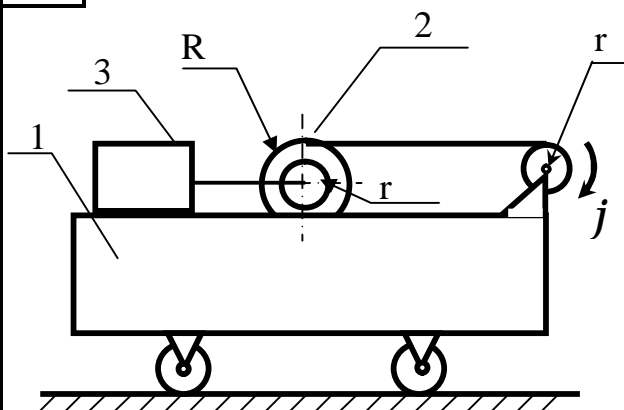
28



Вантаж 1 масою  $m_1=12$  кг, опускаючись униз за законом  $S=0.75t^2$  м, підіймає вантаж 2 масою  $m_2=14$  кг за допомогою нитки, перекинutoї через нерухомий та рухомий блоки. Другий кінець нитки закріплено на осі нерухомого блоку.

Зневажаючи масами блоків, визначити реакцію осі нерухомого блоку. Сковзання між ниткою та рухомим блоком відсутнє.

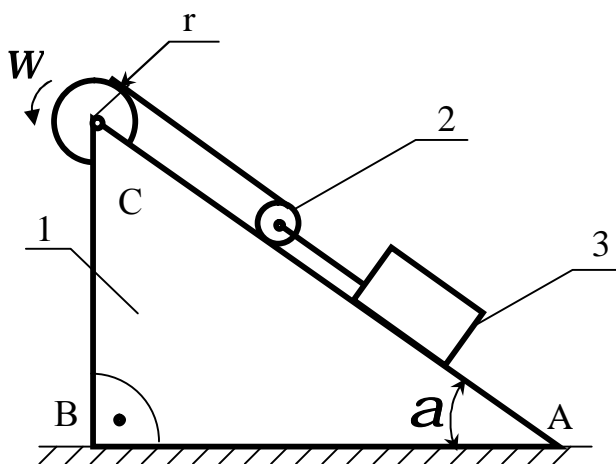
29



На возику 1 масою  $m_1=12$  кг який може без тертя переміщуватися по горизонтальній поверхні, розташовані ступінчастий каток 2 та вантаж 3 масами  $m_2=4$  кг та  $m_3=3$  кг. Каток котиться без сковзання. У рух він приводиться за допомогою нитки, яка намотується на невагомий барабан радіусом  $r_6=10$  см, який обертається за законом  $j = 6t^2 \text{ рад}$ .

Визначити переміщення возика за час  $t=1$  с. При  $t=0$  система знаходилася в спокої.

30



На гладкій горизонтальній площині розташований клин 1 масою  $m_1=15$  кг. На ньому встановлено невагомий барабан радіусом  $r=10$  см, який обертається за законом  $j = 3t^2 \text{ рад}$ . На барабан намотується нитка, яка охоплює каток 2 масою  $m_2=2$  кг. Вантаж 3 масою  $m_3=3$  кг, прив'язаний до осі катка.

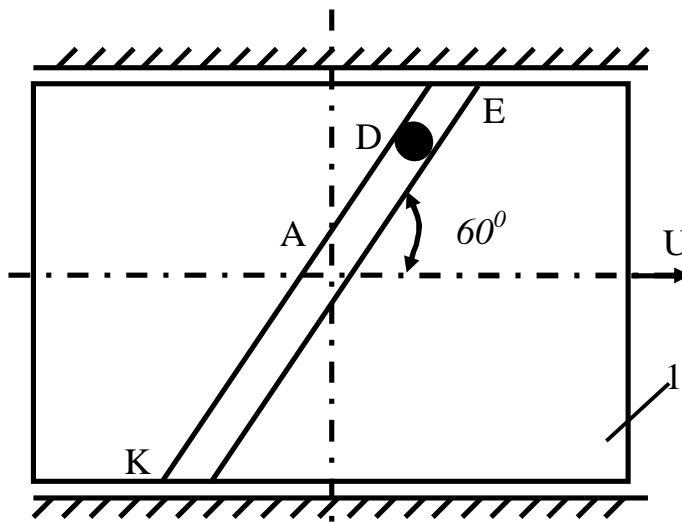
Визначити переміщення клина на момент  $t=2$  с. У початковий момент система знаходилася в спокої.  $AB=80$  см,  $BC=60$  см. Сковзання між ниткою та барабаном і катком відсутнє.

## CP 17. Теорема про зміну кількості руху механічної системи

**Варіанти 1.24.** Механічна система складається з прямокутної вертикальної плити 1 масою  $m_1$ , яка рухається вздовж горизонтальних напрямних, і вантажу D масою  $m_2$ . У момент часу  $t_0 = 0$ , коли плита має швидкість  $U_0$ , вантаж під дією внутрішніх сил починає рухатись по жолобу, зробленому на плиті. Під час руху вантажу відстань  $s=AD$  змінюється за законом  $s=f(t)$ . Уважаючи вантаж матеріальною точкою і нехтуючи всіма силами опору, визначити швидкість  $U_1$  плити в момент часу  $t_1$ .

<b>1</b>		<p style="text-align: right;">Дано:</p> $s = 0,4(2t^2 - 1)\text{і} ,$ $t_1 = 2\text{с},$ $m_1 = 20\text{е}\hat{\text{а}},$ $m_2 = 6\text{е}\hat{\text{а}},$ $U_0 = 2\text{і} / \text{ñ}.$
<b>2</b>		<p style="text-align: right;">Дано:</p> $s = 0,4(2t^2 - 1)\text{і} ,$ $t_1 = 1\text{с},$ $m_1 = 16\text{е}\hat{\text{а}},$ $m_2 = 6\text{е}\hat{\text{а}},$ $U_0 = 1,5\text{і} / \text{ñ}.$

3



Дано:

$$s = 0,2 \cos(pt^2) \dot{i} ,$$

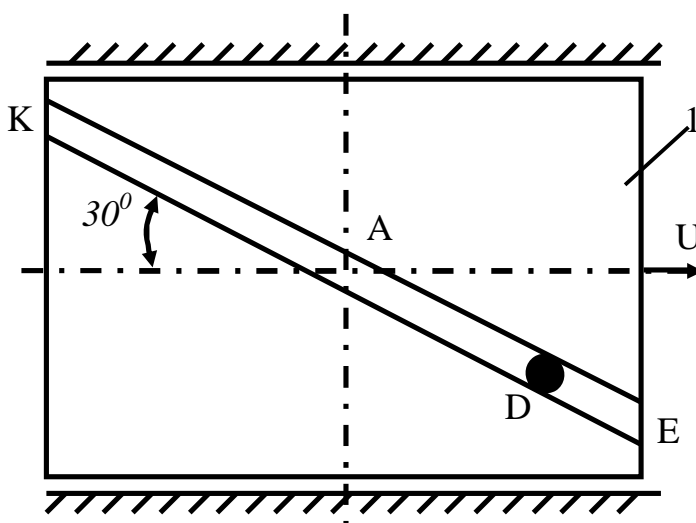
$$t_1 = 0,5c,$$

$$m_1 = 14 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$m_2 = 3,5 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$U_0 = 1,5 \dot{i} / \ddot{n} .$$

4



Дано:

$$s = 0,8 \cos\left(\frac{pt^2}{6}\right) \dot{i} ,$$

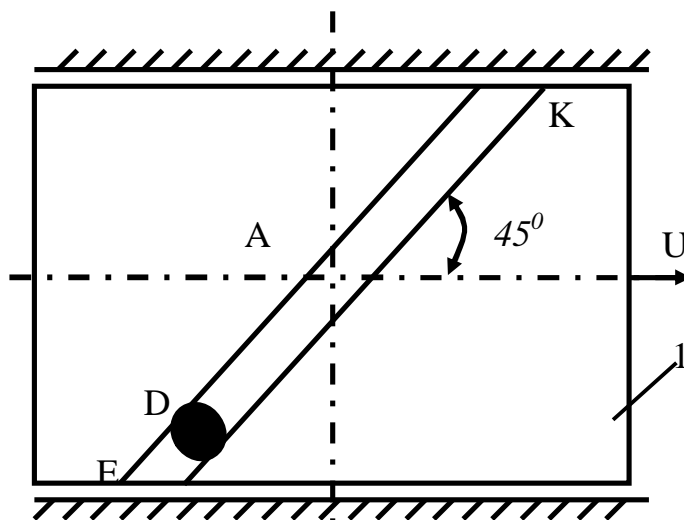
$$t_1 = 1c,$$

$$m_1 = 16 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$m_2 = 6 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$U_0 = 1,5 \dot{i} / \ddot{n} .$$

5



Дано:

$$s = 0,5(2 - 3t^2) \dot{i} ,$$

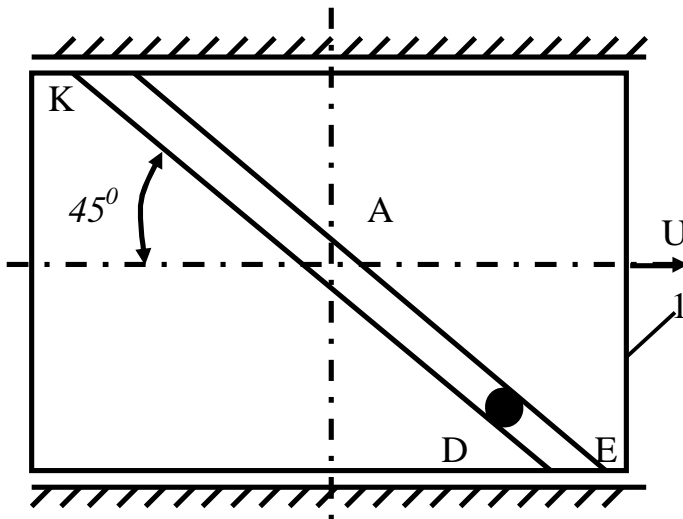
$$t_1 = 2c,$$

$$m_1 = 18 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$m_2 = 8 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$U_0 = 1 \dot{i} / \ddot{n} .$$

6



Дано:

$$s = 0,3(6t^2 - 5)\dot{i} ,$$

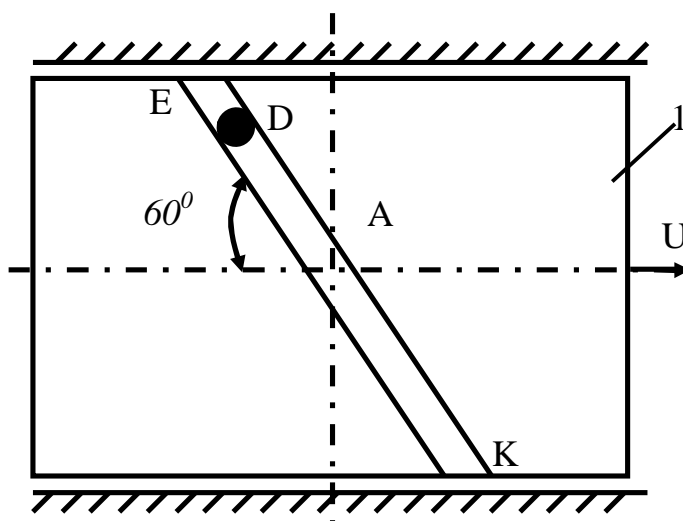
$$t_1 = 2c,$$

$$m_1 = 18\hat{e}\ddot{a},$$

$$m_2 = 6\hat{e}\ddot{a},$$

$$U_0 = 0,5\dot{i} / \ddot{n}.$$

7



Дано:

$$s = 0,6\sin\left(\frac{P}{3t^2}\right)\dot{i} ,$$

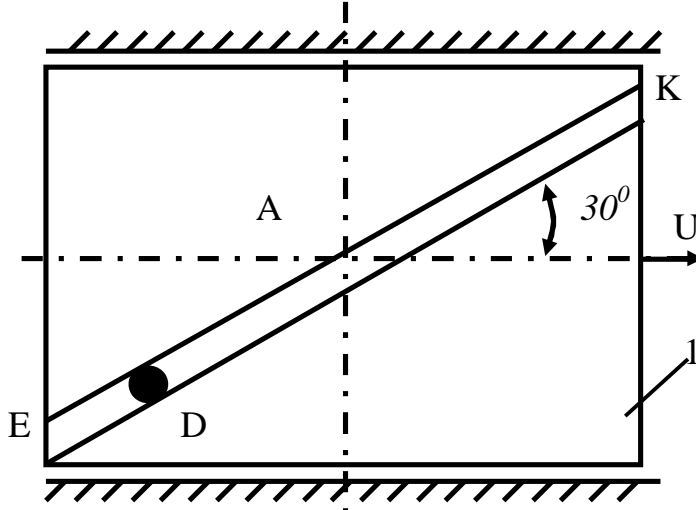
$$t_1 = 3c,$$

$$m_1 = 15\hat{e}\ddot{a},$$

$$m_2 = 5\hat{e}\ddot{a},$$

$$U_0 = 1\dot{i} / \ddot{n}.$$

8



Дано:

$$s = 0,4(1 - 3t^2)\dot{i} ,$$

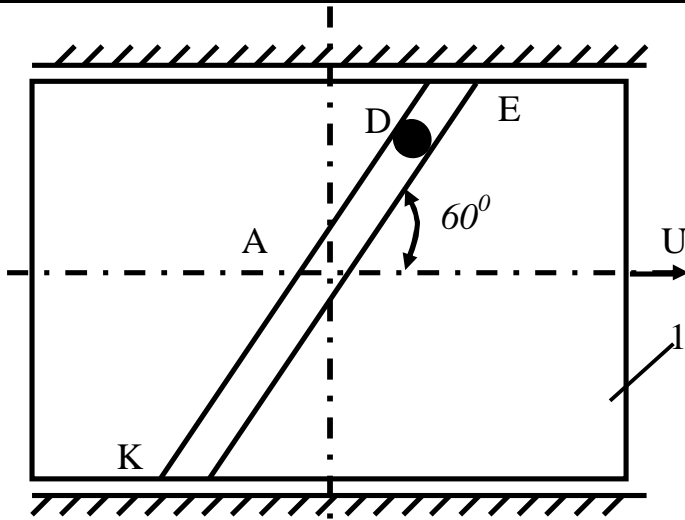
$$t_1 = 2c,$$

$$m_1 = 10\hat{e}\ddot{a},$$

$$m_2 = 4\hat{e}\ddot{a},$$

$$U_0 = 2\dot{i} / \ddot{n}.$$

9



Дано:

$$s = 0,4 \sin(pt^2) \dot{i} ,$$

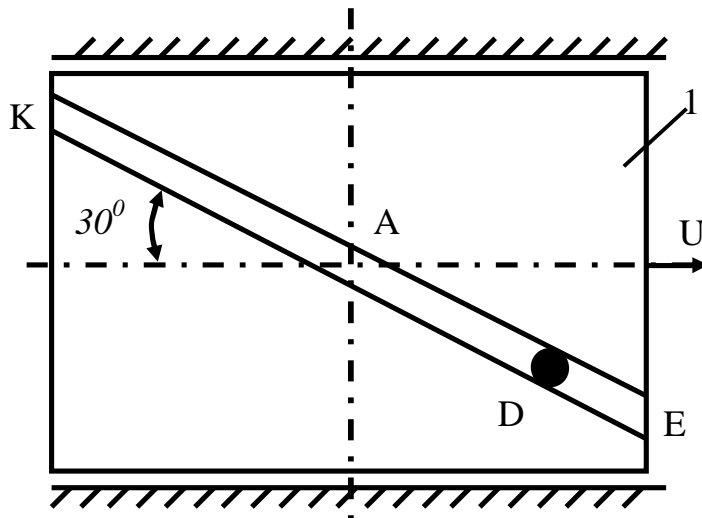
$$t_1 = 0,5c ,$$

$$m_1 = 8 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$m_2 = 2 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$U_0 = 2 \dot{i} / \ddot{n} .$$

10



Дано:

$$s = 0,8 \cos\left(\frac{p}{4t^2}\right) \dot{i} ,$$

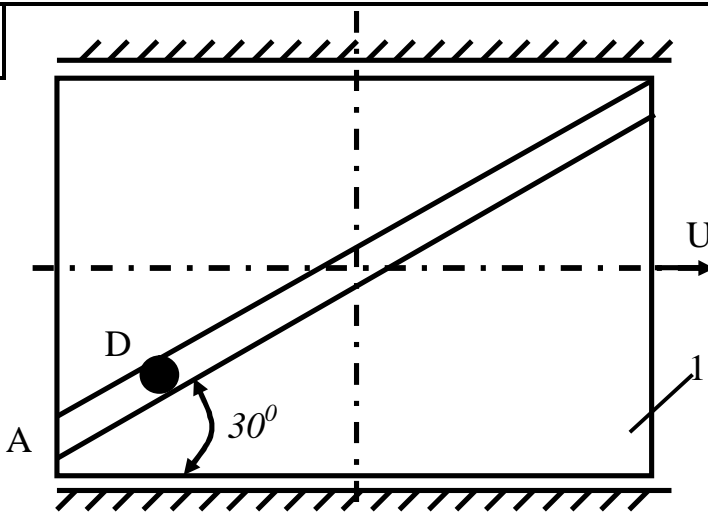
$$t_1 = 1c ,$$

$$m_1 = 30 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$m_2 = 12 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$U_0 = 0,5 \dot{i} / \ddot{n} .$$

11



Дано:

$$s = 0,8 t^2 \dot{i} ,$$

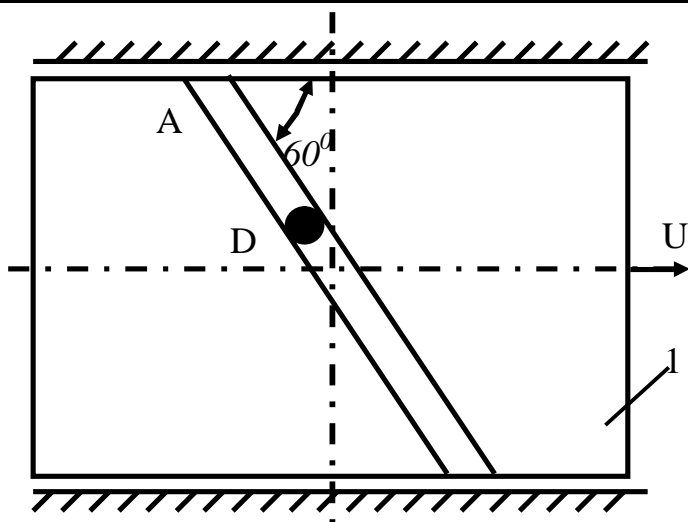
$$t_1 = 2c ,$$

$$m_1 = 40 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$m_2 = 10 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$U_0 = 1 \dot{i} / \ddot{n} .$$

12



Дано:

$$s = 0,4(3t^2 - 2) \dot{i} ,$$

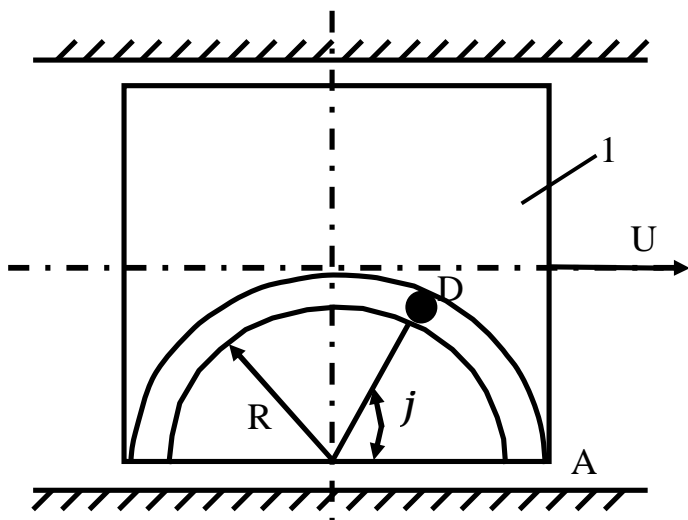
$$t_1 = 1c ,$$

$$m_1 = 50 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$m_2 = 15 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$U_0 = 1,5 \dot{i} / \ddot{n} .$$

13



Дано:

$$s = \frac{pR}{3(3 - 2t^2)} \dot{i} ,$$

$$R = 0,5 \dot{i} ,$$

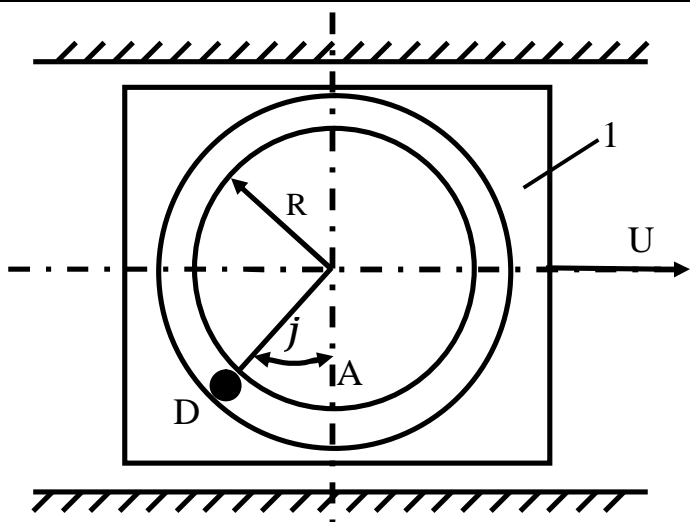
$$t_1 = 0,5c ,$$

$$m_1 = 60 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$m_2 = 10 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$U_0 = 0,5 \dot{i} / \ddot{n} .$$

14



Дано:

$$s = \frac{pRt^2}{2} \dot{i} ,$$

$$R = 0,1 \dot{i} ,$$

$$t_1 = 1c ,$$

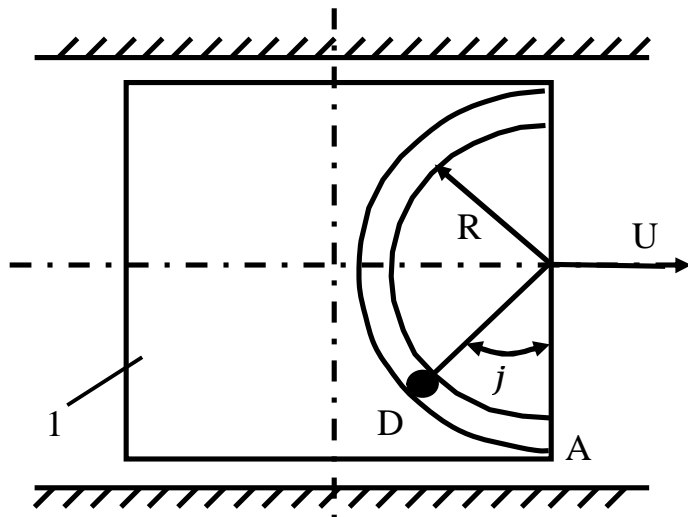
$$m_1 = 70 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$m_2 = 51 \dot{e} \ddot{a} ,$$

$$U_0 = 1 \dot{i} / \ddot{n} .$$



15



Дано:

$$s = \frac{\rho R(2t + l)}{6} \dot{\iota},$$

$$R = 0,4\dot{\iota},$$

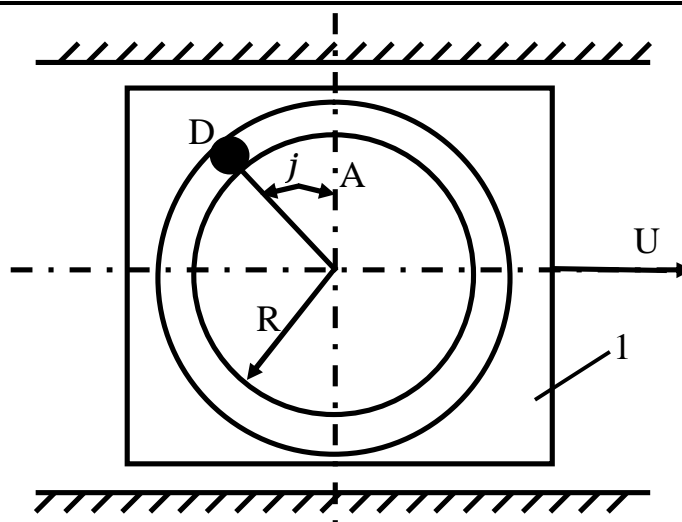
$$t_1 = 0,5c,$$

$$m_1 = 80\dot{\epsilon}\ddot{\alpha},$$

$$m_2 = 20\dot{\epsilon}\ddot{\alpha},$$

$$U_0 = 2\dot{\iota} / \ddot{n}.$$

16



Дано:

$$s = \frac{\rho R(3 - 5t^2)}{6} \dot{\iota},$$

$$R = l\dot{\iota},$$

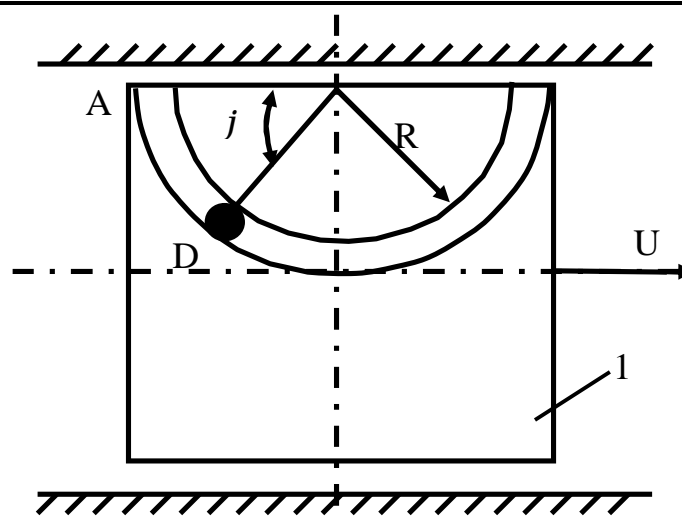
$$t_1 = 2c,$$

$$m_1 = 90\dot{\epsilon}\ddot{\alpha},$$

$$m_2 = 15\dot{\epsilon}\ddot{\alpha},$$

$$U_0 = 0,5\dot{\iota} / \ddot{n}.$$

17



Дано:

$$s = \frac{\rho R t^2}{8} \dot{\iota},$$

$$R = 0,5\dot{\iota},$$

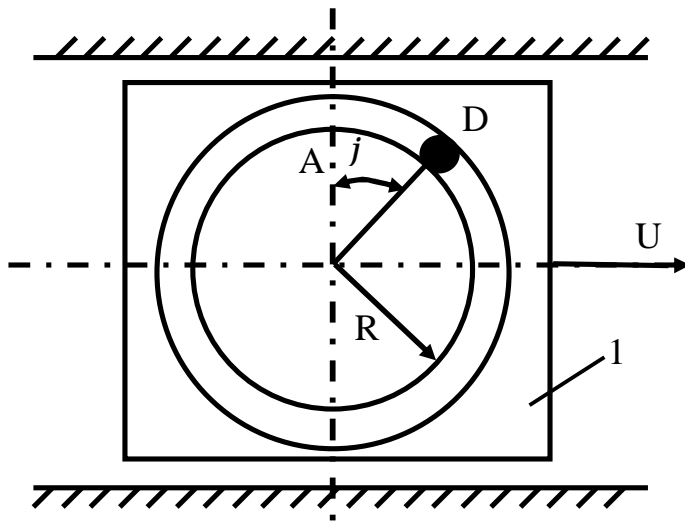
$$t_1 = 1c,$$

$$m_1 = 100\dot{\epsilon}\ddot{\alpha},$$

$$m_2 = 20\dot{\epsilon}\ddot{\alpha},$$

$$U_0 = 0,2\dot{\iota} / \ddot{n}.$$

18



Дано:

$$s = \frac{\rho R(3 - 5t^2)}{6} \dot{i},$$

$$R = 0,4i,$$

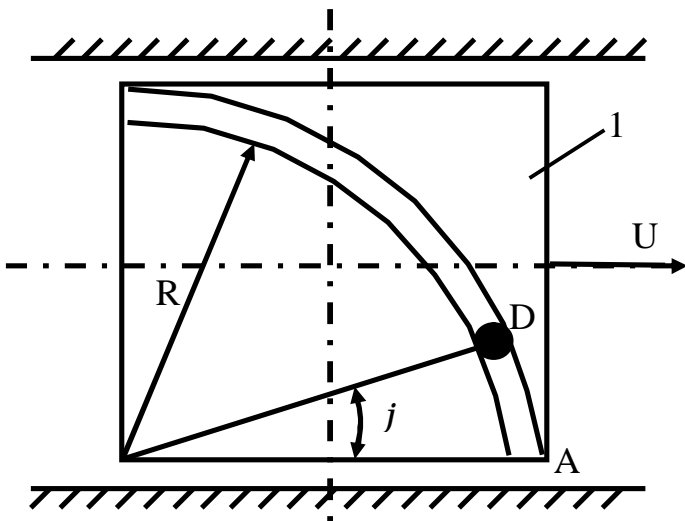
$$t_1 = 5c,$$

$$m_1 = 10\hat{e}\tilde{a},$$

$$m_2 = 2\hat{e}\tilde{a},$$

$$U_0 = 0,4i / \tilde{n}.$$

19



Дано:

$$s = \frac{\rho R t^2}{16} \dot{i},$$

$$R = li,$$

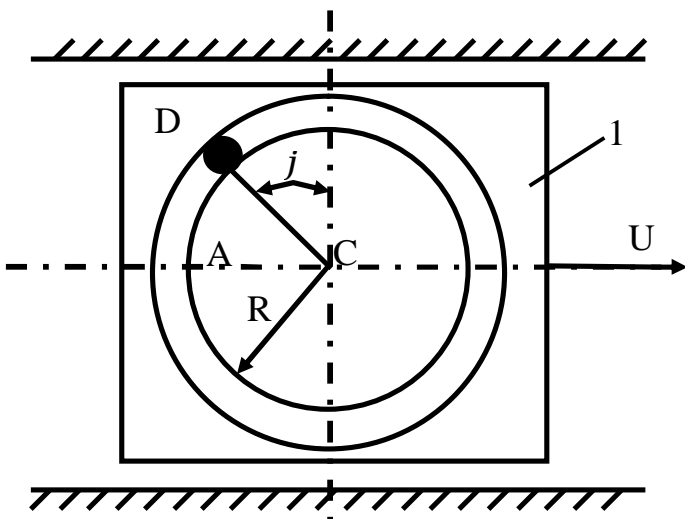
$$t_1 = 1c,$$

$$m_1 = 16\hat{e}\tilde{a},$$

$$m_2 = 4\hat{e}\tilde{a},$$

$$U_0 = 0,2i / \tilde{n}.$$

20



Дано:

$$s = \frac{\rho R(2t^2 - 3)}{6} \dot{i},$$

$$R = 0,4i,$$

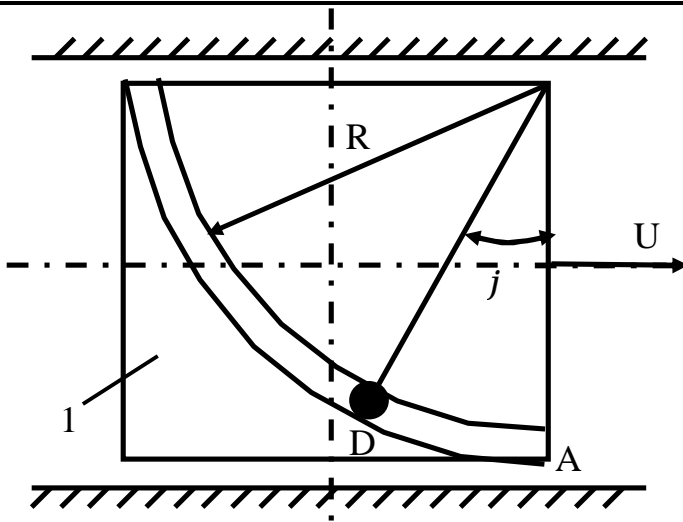
$$t_1 = 3c,$$

$$m_1 = 18\hat{e}\tilde{a},$$

$$m_2 = 3\hat{e}\tilde{a},$$

$$U_0 = li / \tilde{n}.$$

21



Дано:

$$s = \frac{pRt^2}{8} i ,$$

$$R = li ,$$

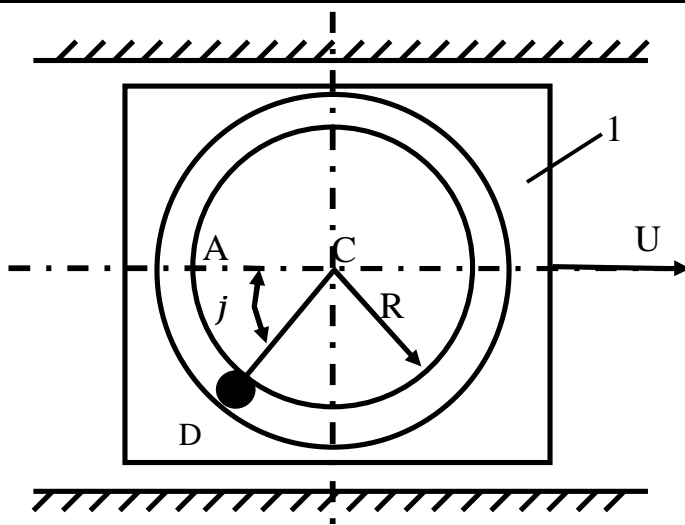
$$t_1 = 0,5c ,$$

$$m_1 = 120\hat{e}\tilde{a} ,$$

$$m_2 = 30\hat{e}\tilde{a} ,$$

$$U_0 = 0,4i / \tilde{n} .$$

22



Дано:

$$s = \frac{pR(5t^2 - 10)}{6} i ,$$

$$R = 1,5i ,$$

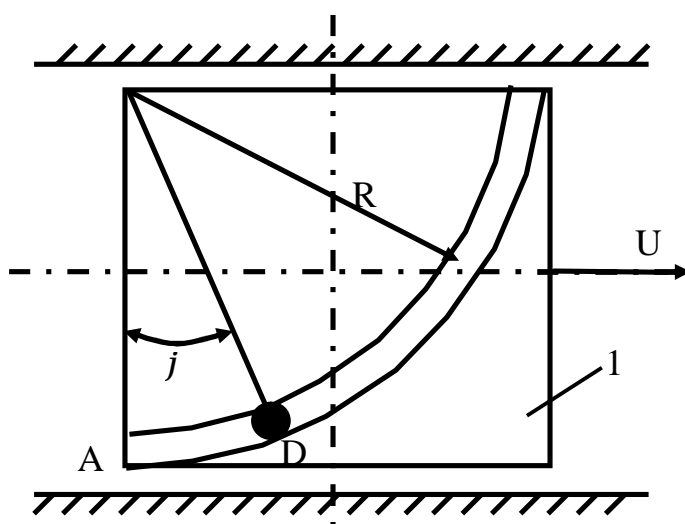
$$t_1 = 2c ,$$

$$m_1 = 200\hat{e}\tilde{a} ,$$

$$m_2 = 40\hat{e}\tilde{a} ,$$

$$U_0 = 0,5i / \tilde{n} .$$

23



Дано:

$$s = \frac{pR(2t^2 + 1)}{6} i ,$$

$$R = 0,5i ,$$

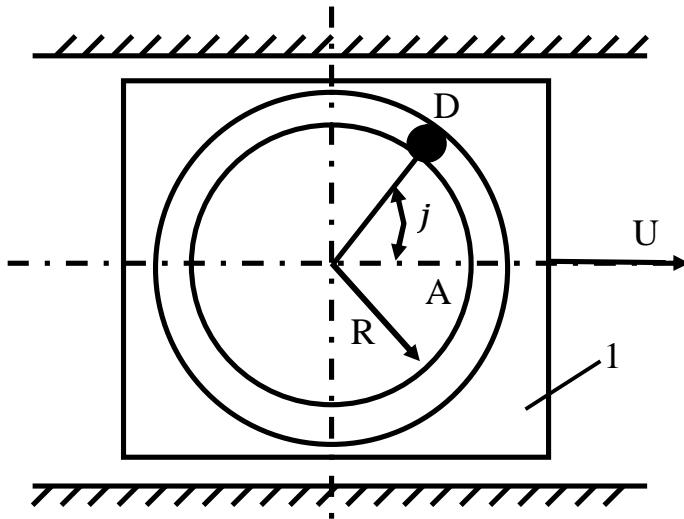
$$t_1 = 0,5c ,$$

$$m_1 = 30\hat{e}\tilde{a} ,$$

$$m_2 = 12\hat{e}\tilde{a} ,$$

$$U_0 = li / \tilde{n} .$$

24



Дано:

$$s = \frac{\rho R(3t - t^2)}{3} i,$$

$$R = 0,4i,$$

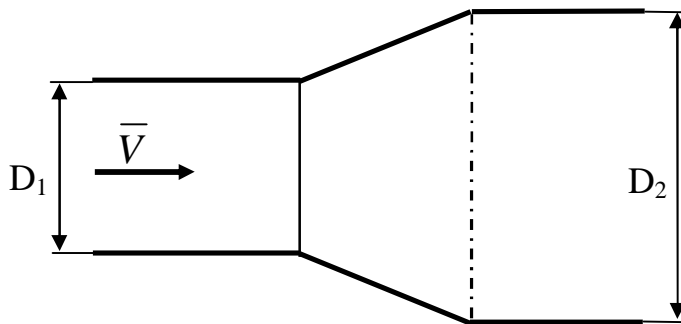
$$t_1 = 1c,$$

$$m_1 = 40\hat{e}\tilde{a},$$

$$m_2 = 10\hat{e}\tilde{a},$$

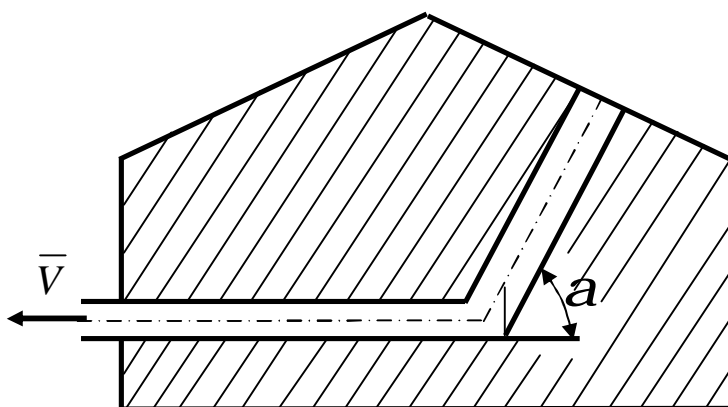
$$U_0 = 1,5i / \tilde{n}.$$

25



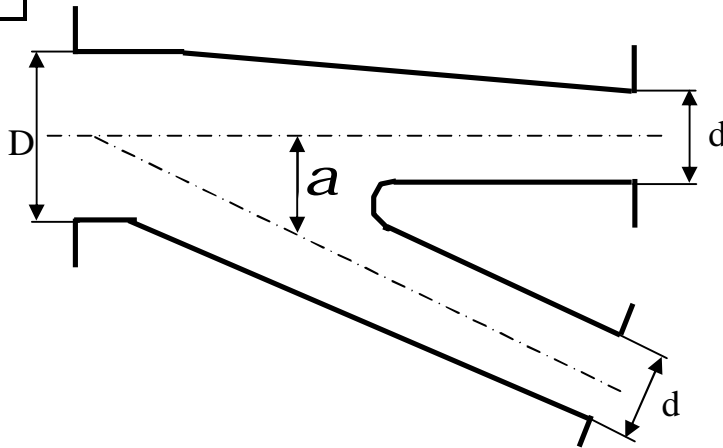
Визначити горизонтальну компоненту додаткової динамічної реакції стінок дифузору, якщо за  $t = 1c$  витікає об'єм води  $V = 0,5 \text{ м}^3$ . Діаметр вхідного отвору  $D_1 = 25\text{см}$ , вихідного  $D_2 = 50\text{см}$ .

26



Визначити додаткову динамічну реакцію анкерної опори трубопроводу діаметром  $D = 2,5\text{м}$ , якщо швидкість води  $V = 8\text{м/с}$ ,  $\alpha = 60^\circ$

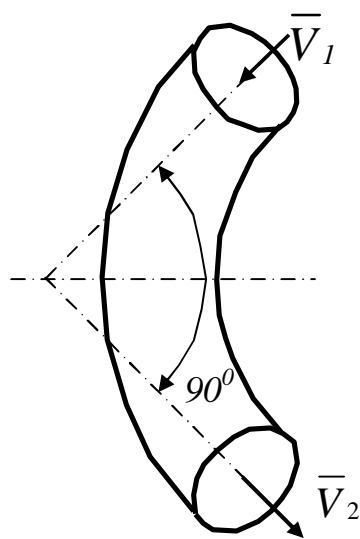
27



Трубопровід діаметром  $D=1,2$  м розгалужується на дві гілки діаметром  $d=0,85$  м кожна.

Визначити динамічну реакцію трійника, якщо  $a = 45^{\circ}$  і сумарні витрати води  $Q=6$  м порівну розподіляються між гілками

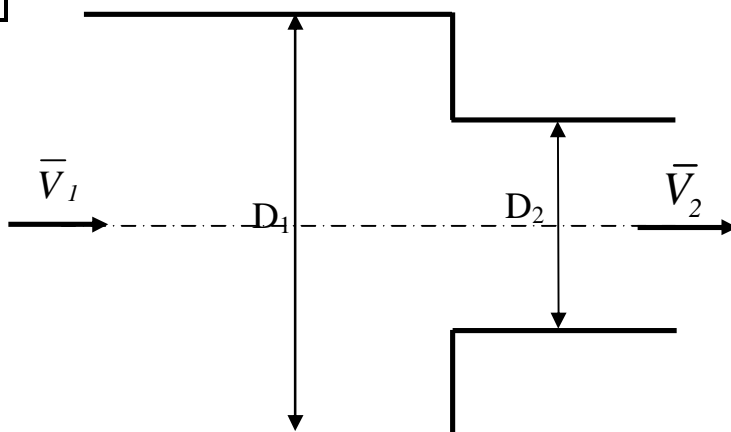
28



Горизонтальний відрізок трубопроводу земснаряда має зігнуте під кутом  $90^{\circ}$  коліно.

Визначити динамічний тиск  $P$  пульпи на зігнуту частину трубопроводу, якщо його діаметр  $d=60$  см, питома вага пульпи  $g = 1,2$  т/м<sup>3</sup>, швидкість руху  $V=6$  м/с.

29

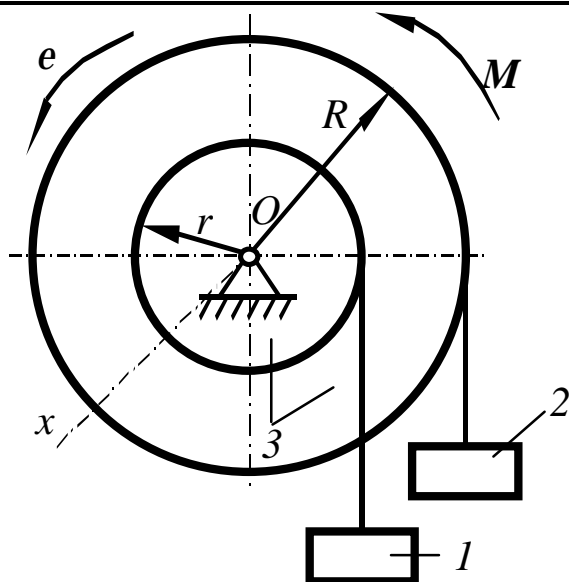


Визначити додаткову динамічну реакцію трубопроводу на відрітку звуження від  $D_1=300$  мм до  $D_2=200$  мм, якщо швидкість  $V_1=4$  м/с.

## CP 18. Теорема про зміну кінетичного моменту механічної системи

1		<p>Дано:</p> $m_1 = 2m;$ $m_2 = 4m;$ $m_3 = 2m;$ $R = 3r;$ $i_{2x} = 2r;$ $r = 0,2 \text{ м.}$ <p>Знайти:</p> <p><math>e</math>.</p>
2		<p>Дано:</p> $m_{OD} = 3m = 6 \text{ кг}$ <p>(стрижень);</p> $m_D = m = 2 \text{ кг};$ $OD = l = 1 \text{ м};$ $e = 6 \text{ с}^{-2};$ <p>Знайти:</p> <p><math>M</math>.</p>
3		<p>Дано:</p> $m_1 = m;$ $m_2 = 2m \text{ (кільце)};$ $m_3 = 4m \text{ (диск)};$ $R = 3r;$ $F = 8mg;$ $r = 0,3m.$ <p>Знайти:</p> <p><math>e_2 = e_2 = e</math>.</p>

4



Дано:

$$m_1 = m_2 = m = 20 \text{ кг};$$

$$m_3 = 4m;$$

$$R = 2r;$$

$$i_{3x} = 1,5r;$$

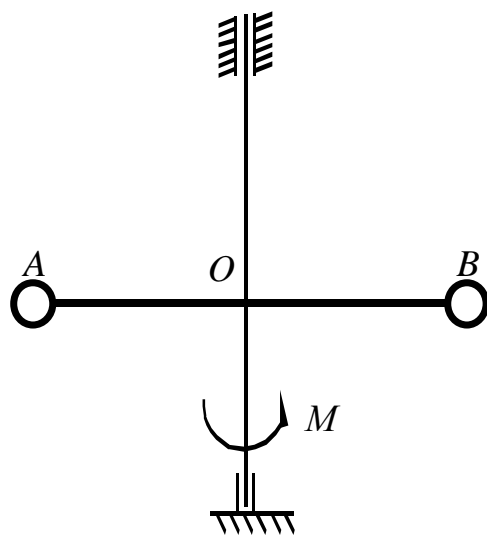
$$r = 0,5 \text{ м};$$

$$e = 19,6 \text{ с}^{-2};$$

Знайти:

M.

5



Дано:

$$m_A = m_B = m = 4 \text{ кг};$$

$$m_{AB} = 4m$$

(стрижень);

$$AB = l = 1 \text{ м};$$

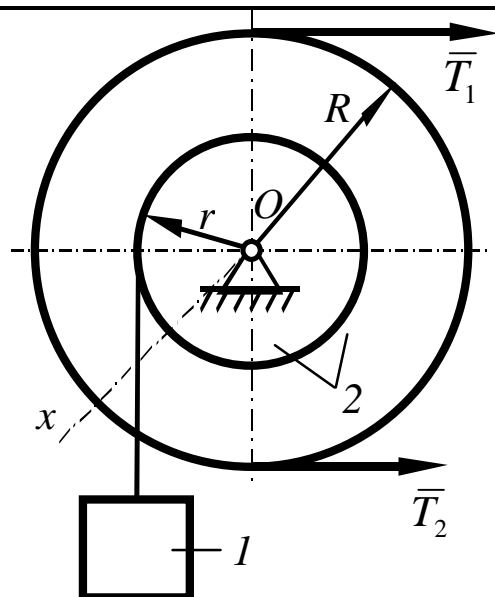
$$AO = OB;$$

$$M = 12mgl;$$

Знайти:

e.

6



Дано:

$$m_1 = 4m;$$

$$m_2 = 8m;$$

$$R = 4r;$$

$$r = 0,35 \text{ м};$$

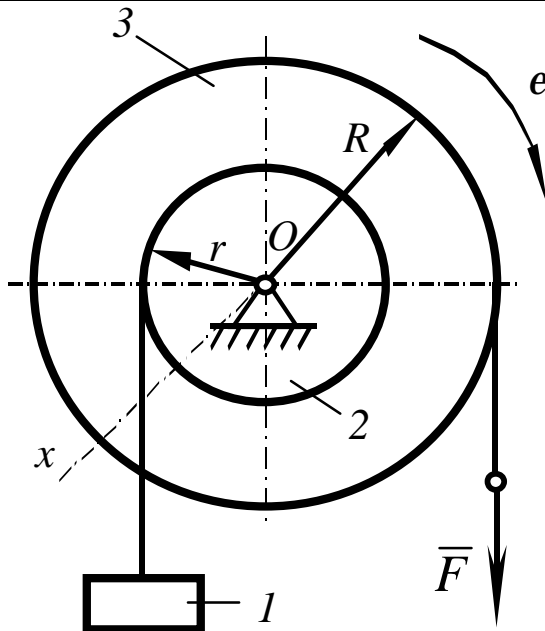
$$i_{2x} = 2r;$$

$$T_1 = 2T_2 = 16mg.$$

Знайти:

e.

7



Дано:

$$m_1 = m = 20 \text{ кг};$$

$$m_2 = 2m \text{ (кільце)};$$

$$m_3 = m \text{ (диск)};$$

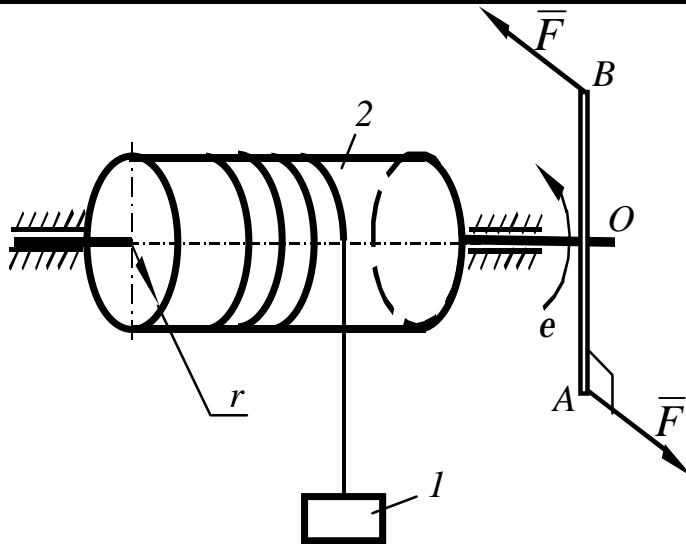
$$R = 2r;$$

$$e = 0,25 \frac{g}{r};$$

Знайти:

 $F$ .

8



Дано:

$$m_1 = m;$$

$$m_2 = 6m \text{ (циліндр)};$$

$$m_3 = 2m$$

$$\text{(стрижень)};$$

$$AB = l = 6r;$$

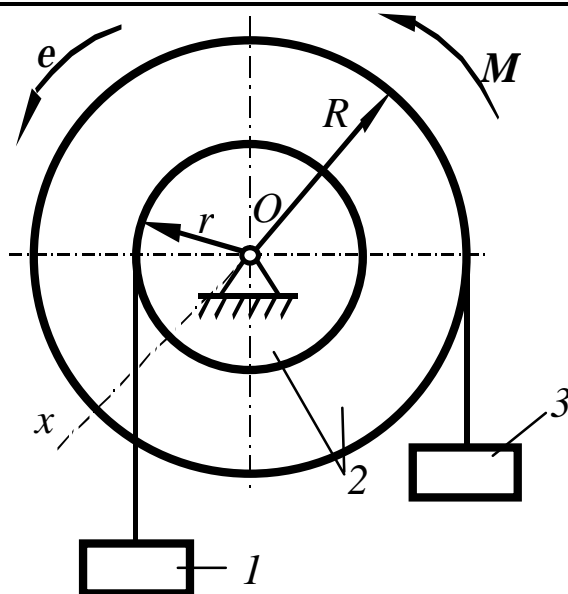
$$OA = OB;$$

$$F = mg;$$

Знайти:

 $e$ .

9



Дано:

$$m_1 = m;$$

$$m_2 = 4m;$$

$$m_3 = m = 10 \text{ кг};$$

$$R = 2r;$$

$$i_{2x} = 1,5r;$$

$$r = 0,4 \text{ м};$$

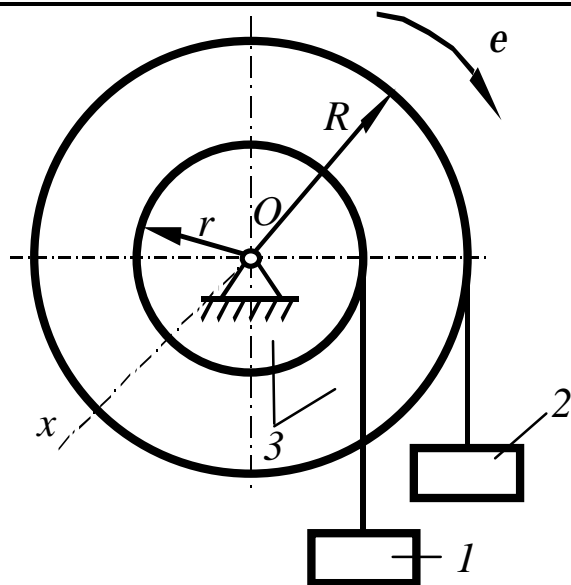
$$e = 8 \text{ с}^{-2};$$

Знайти:

 $M$ .



10



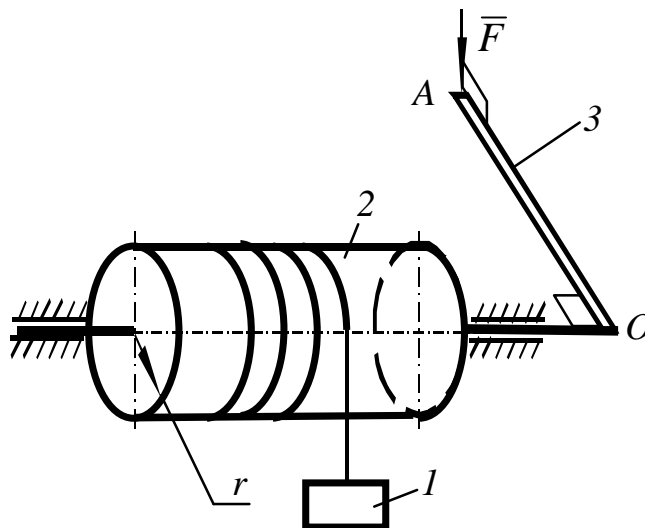
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 4m; \\
 m_2 &= 6m; \\
 m_3 &= 5m; \\
 R &= 3r; \\
 i_{3x} &= 2r; \\
 r &= 0,2 \text{ м}
 \end{aligned}$$

Знайти:

e.

11



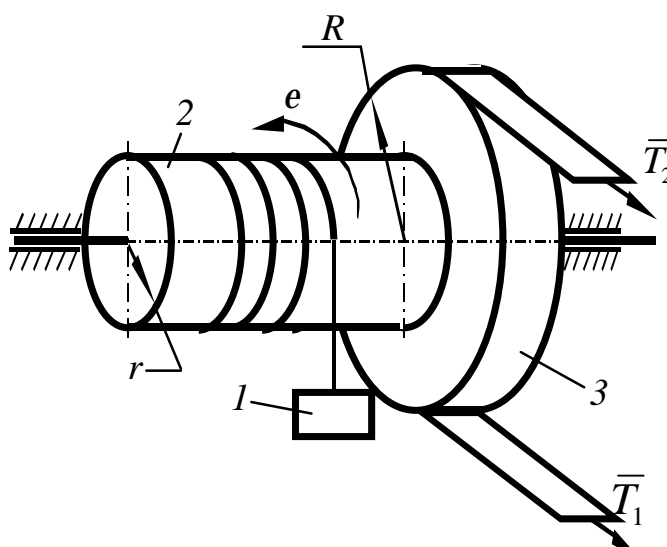
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= m = 10 \text{ кг}; \\
 m_2 &= 4m \text{ (кільце)}; \\
 m_3 &= 3m \\
 &\text{(стрижень)}; \\
 OA &= L = 3r; \\
 e &= \frac{g}{r}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

F.

12



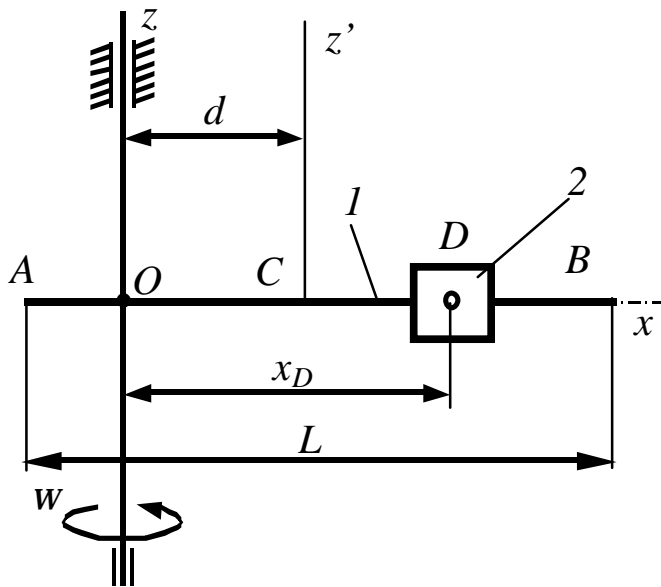
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 2m; \\
 m_2 &= m = 50 \text{ кг} \\
 &\text{(кільце)}; \\
 m_3 &= 3m \text{ (диск)}; \\
 R &= 2r; \quad e = 2 \frac{g}{r}; \\
 T_1 &= 3T; \quad T_2 = T.
 \end{aligned}$$

Знайти:

T.

13



Дано:

$$m_1 = 4m \text{ (стрижень);}$$

$$m_2 = m \text{ (повзун);}$$

$$d = \frac{L}{3}; \quad X_D = \frac{Lt}{3};$$

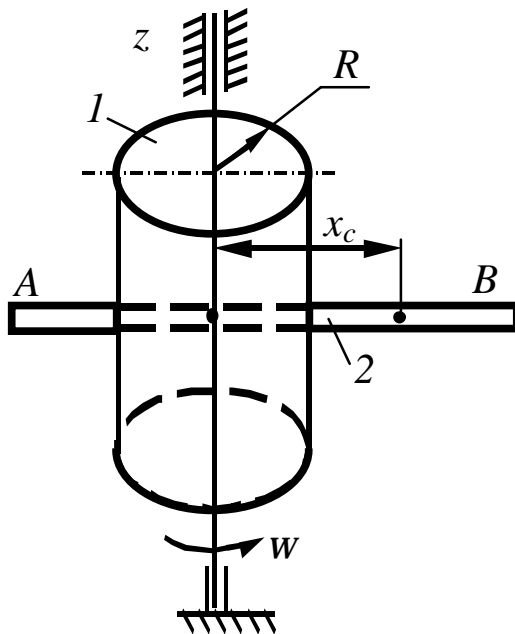
$$w_0 = 24 \text{ c}^{-1};$$

$$t_1 = 2 \text{ c.}$$

Знайти:

$$w_1 = w_{(t=t_1)}.$$

14



Дано:

$$m_1 = 3m \text{ (циліндр);}$$

$$m_2 = m \text{ (стрижень);}$$

$$AB = L = 8r;$$

$$R = 0,2 \text{ м;}$$

$$w_0 = 15 \text{ c}^{-1};$$

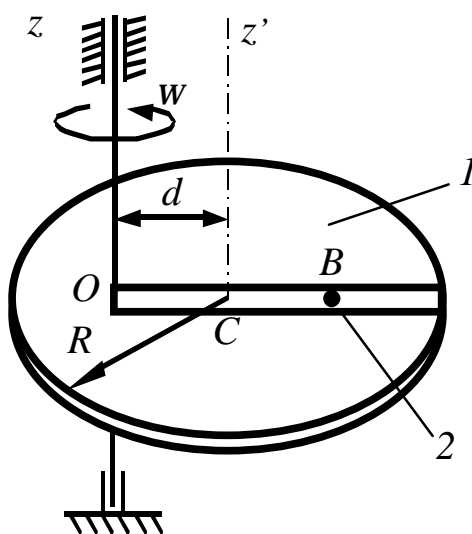
$$w_1 = 13 \text{ c}^{-1};$$

$$X_{C0} = 2R.$$

Знайти:

$$X_{C1} = X_C(w=w_1).$$

15



Дано:

$$m_1 = 8m \text{ (диск);}$$

$$m_2 = m \text{ (матеріальна точка B);}$$

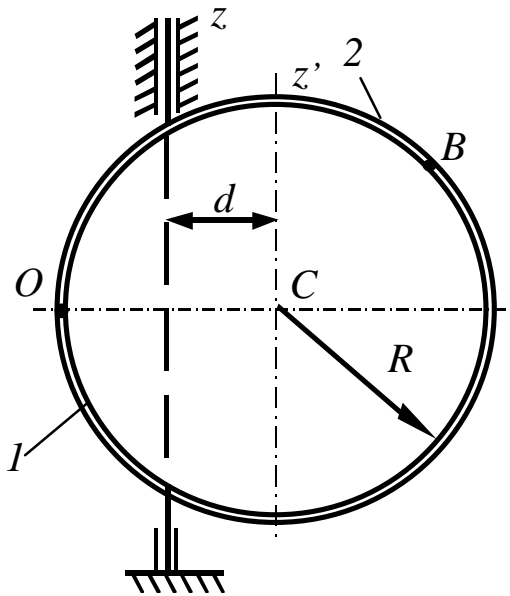
$$d = \frac{R}{2}; \quad OB = \frac{Rt^2}{6};$$

$$w_0 = 21 \text{ c}^{-1}; \quad t_1 = 3 \text{ c.}$$

Знайти:

$$w_1 = w_{(t=t_1)}.$$

16



Дано:

$$m_1 = 4m \text{ (по ободу);}$$

$$d = 0,5R;$$

$$OB = 0,5\pi R t;$$

$$w_0 = w_{(t=0)} = 3 \text{ с}^{-1};$$

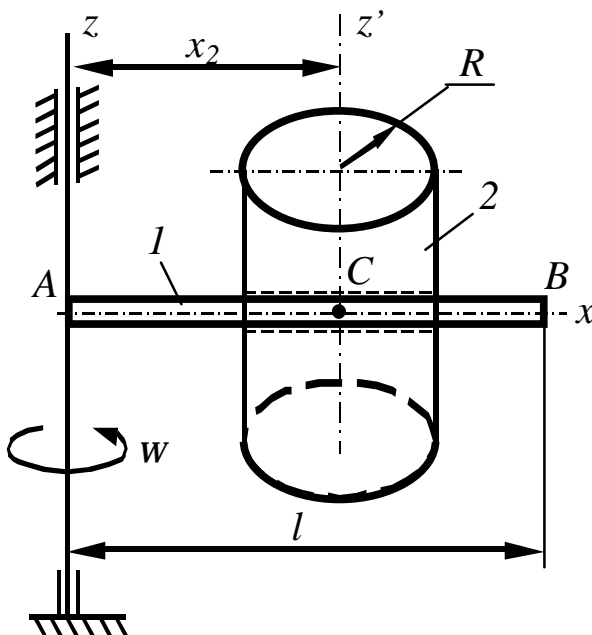
$$t_1 = 2 \text{ с.}$$

$$w_1 = w_{(t=t_1)} = 1 \text{ с}^{-1}$$

Знайти:

$$m_2$$

17



Дано:

$$m_1 = 3m$$

(стрижень);

$$m_2 = m \text{ (циліндр);}$$

$$R = 1/3 L;$$

$$w_0 = 14 \text{ с}^{-1};$$

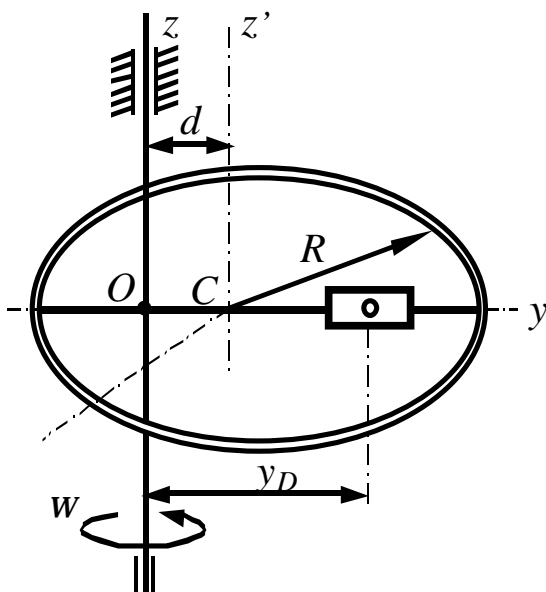
$$x_2 = 3L(2t+1);$$

$$t_1 = 0,5 \text{ с;}$$

Знайти:

$$w_1 = w_{(t=t_1)}.$$

18



Дано:

$$m_1 = 2m \text{ (кільце);}$$

$$m_2 = 2m \text{ (повзун);}$$

$$d = \frac{R}{4}; Y_D = \frac{R}{2};$$

$$R = 0,8 \text{ м;}$$

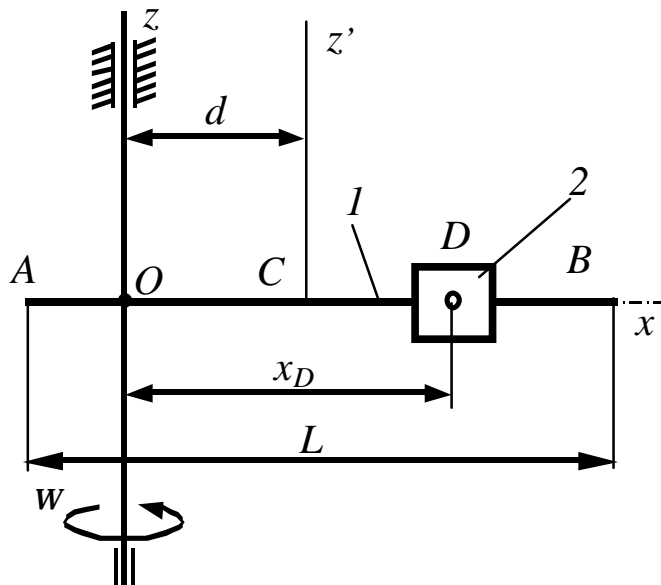
$$w_0 = 8 \text{ с}^{-1};$$

$$w_1 = 4 \text{ с}^{-1};$$

Знайти:

$$Y_D(w=w_1).$$

19



Дано:

$$m_1 = 9m \text{ (стрижень);}$$

$$m_2 = 2m \text{ (повзун);}$$

$$d = \frac{L}{4}; \quad X_D = \frac{Lt}{4};$$

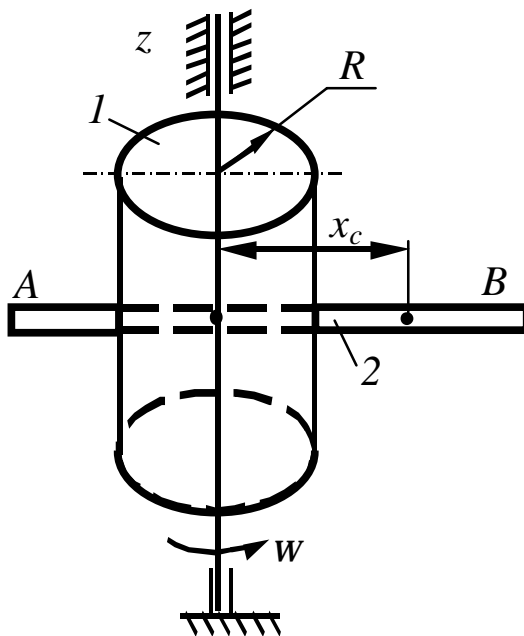
$$w_0 = 13 \text{ c}^{-1};$$

$$w_1 = 7 \text{ c}^{-1}.$$

Знайти:

$$t_1 = t (w = w_1).$$

20



Дано:

$$m_1 = 2m \text{ (циліндр);}$$

$$m_2 = m \text{ (стрижень);}$$

$$L = 4R;$$

$$X_C = R \sin pt;$$

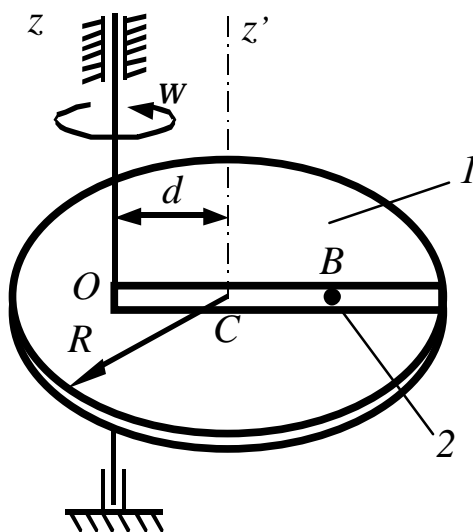
$$w_0 = 20 \text{ c}^{-1};$$

$$t_1 = 0,5 \text{ c};$$

Знайти:

$$w_1 = w_{(t=t_1)}.$$

21



Дано:

$$m_1 = 2m \text{ (диск);}$$

$$m_2 = m \text{ (матеріальна точка B);}$$

$$d = \frac{R}{4}; \quad R = 0,4 \text{ м};$$

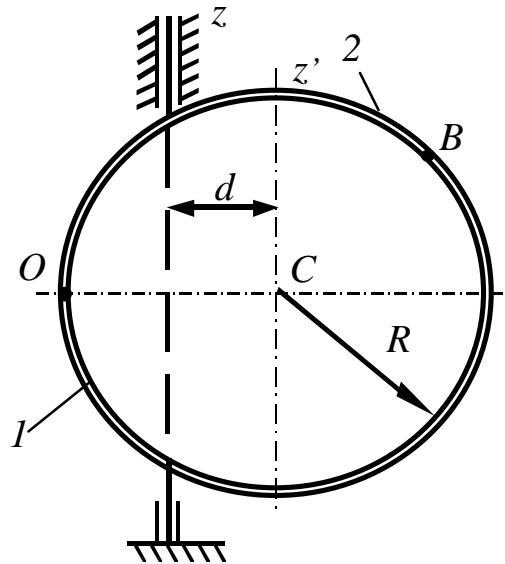
$$w_0 = 9 \text{ c}^{-1}; \quad w_1 = 7 \text{ c}^{-1}.$$

$$OB_1 = OB_{(w=w_1)} = 1,5R$$

Знайти:

$$OB_0 = OB_{(w=w_0)}$$

22



Дано:

$$m_1 = 2m \text{ (кільце);}$$

$$m_2 =$$

$m$  (матеріальна точка B);

$$d = \frac{2}{3}R;$$

$$OB = \pi R t;$$

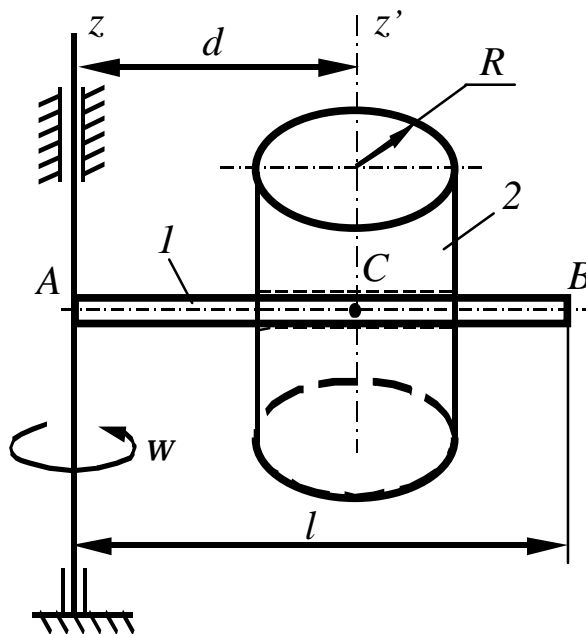
$$w_0 = 14 \text{ c}^{-1};$$

$$t_1 = 1 \text{ c.}$$

Знайти:

$$w_1 = w_{(t=t_1)}.$$

23



Дано:

$$m_1 = 2m$$

(стрижень);

$$m_2 = m \text{ (циліндр);}$$

$$l = 3R;$$

$$d_0 = d \text{ (} w = w_0 \text{) =}$$

$$R = 0,4 \text{ м.};$$

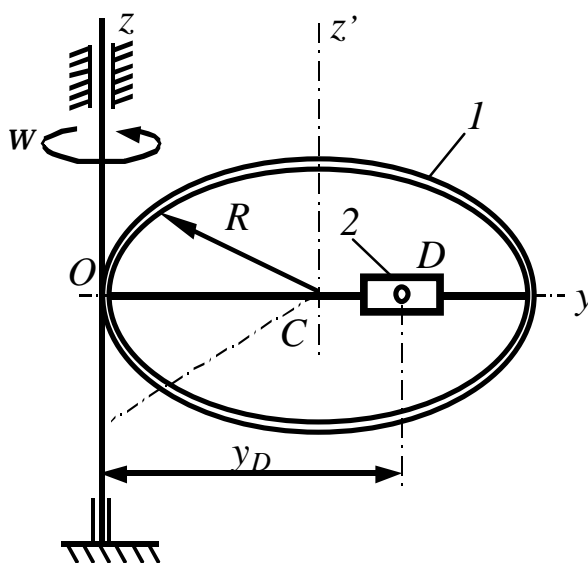
$$w_0 = 27 \text{ c}^{-1};$$

$$w_1 = 11 \text{ c}^{-1};$$

Знайти:

$$d_1 = d \text{ (} w = w_1 \text{)}.$$

24



Дано:

$$m_1 = 3m \text{ (кільце);}$$

$$m_2 = 2m \text{ (повзун);}$$

$$y_D = R \sin \pi t;$$

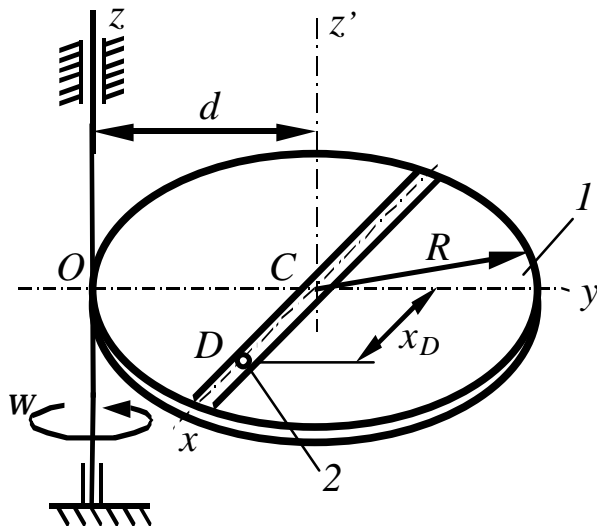
$$w_0 = 7 \text{ c}^{-1};$$

$$t_1 = 0,5 \text{ c.}$$

Знайти:

$$w_1 = w_{(t=t_1)}.$$

25



Дано:

$$m_1 = 4m \text{ (диск);}$$

$$m_2 = m \text{ (матеріальна точка);}$$

$$d = R;$$

$$X_D = R \sin pt;$$

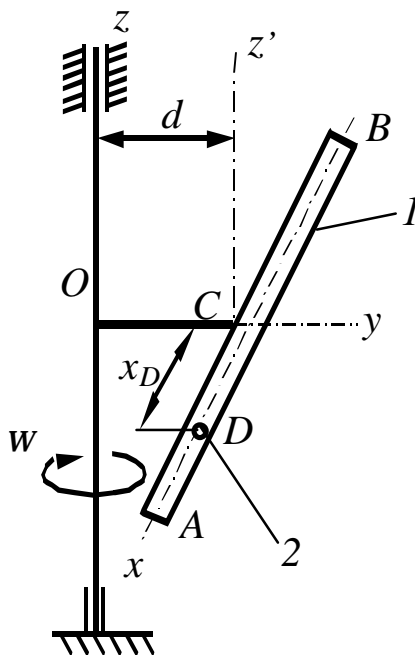
$$w_0 = 15\pi \text{ c}^{-1};$$

$$t_1 = 0,5 \text{ c};$$

Знайти:

$$W_1 = W_{(t=t_1)}.$$

26



Дано:

$$m_1 = 3m \text{ (стрижень);}$$

$$m_2 = m \text{ (матеріальна точка);}$$

$$OC = d;$$

$$AB = l = 2d;$$

$$AC = d;$$

$$X_D = 0,5l \cos pt;$$

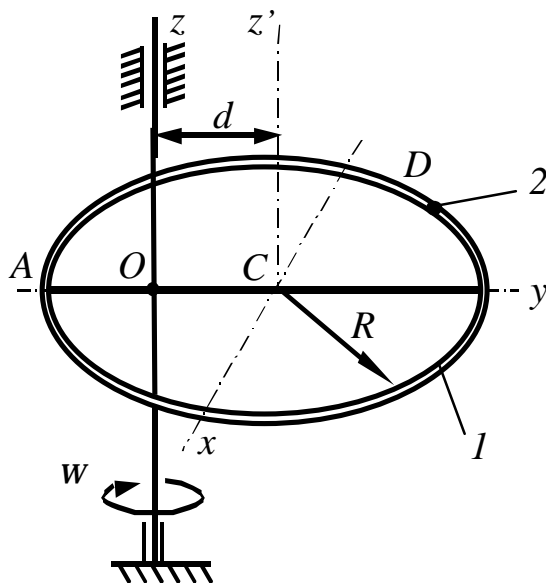
$$w_0 = 4\pi \text{ c}^{-1};$$

$$t_1 = 0,5 \text{ c};$$

Знайти:

$$W_1 = W_{(t=t_1)}.$$

27



Дано:

$$m_1 = m \text{ (кільце);}$$

$$m_2 = 2m \text{ (матеріальна точка);}$$

$$d = 0,5R;$$

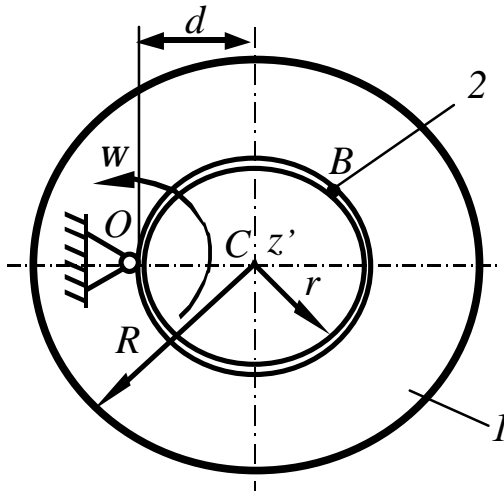
$$S_r = AD = 0,25 \pi R t^2;$$

$$t_1 = 2 \text{ c.}$$

Знайти:

$$W_1 = W_{(t=t_1)}.$$

28



Дано:

$m_1 = 3m$  (диск);  
 $m_2 = m$  (матеріальна точка);

$$d = r;$$

$$R = 2r;$$

$$S_r = OB = \pi r(t + 0,5);$$

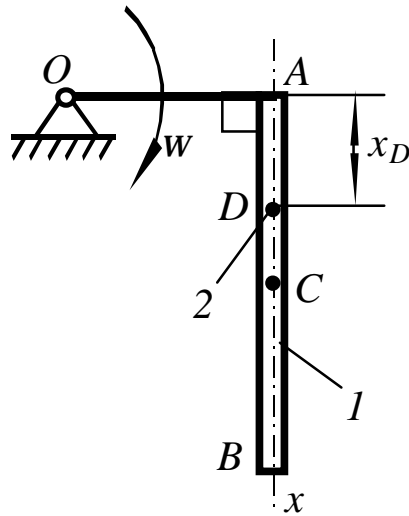
$$w_0 = 6\pi c^{-1};$$

$$t_1 = 0,5 c;$$

Знайти:

$$w_1 = w_{(t=t_1)}.$$

29



Дано:

$m_1 = 6m$  (стрижень);

$m_2 = m$  (матеріальна точка);

$$AB = l;$$

$$OA = 0,5l;$$

$$X_D = 0,5/t^2;$$

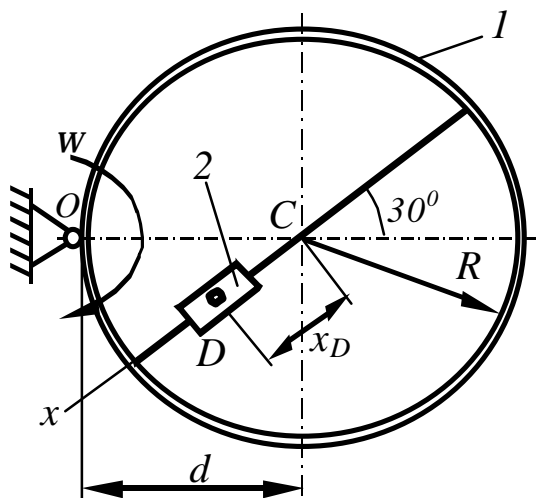
$$w_0 = 8 c^{-1};$$

$$t_1 = 1 c;$$

Знайти:

$$w_1 = w_{(t=t_1)}.$$

30



Дано:

$m_1 = m$  (кільце);

$m_2 = 2m$  (повзун);

$$d = R;$$

$$X_D = R \sin \pi t;$$

$$w_0 = 8\pi c^{-1};$$

$$t_1 = 1/3 c;$$

Знайти:

$$w_1 = w_{(t=t_1)}.$$

## **CP 19. Теорема про зміну кінетичної енергії механічної системи**

Механічна система, що складається з трьох тіл, з'єднаних між собою за допомогою гнучких в'язей, які не деформуються, починає рухатись із стану спокою. Нехтуючи тертям, виконати перелічені нижче завдання.

### ***Завдання 1***

Визначити кінетичну енергію тіла 3, виразивши її через швидкість  $V$  тіла 1.

### ***Завдання 2***

Визначити кінетичну енергію механічної системи, виразивши її через швидкість  $V$  тіла 1.

### ***Завдання 3***

Визначити швидкість  $V$  тіла 1, вважаючи, що це тіло рухається із стану спокою і проходить відстань  $S$ .

### ***Завдання 4***

Визначити роботу сил ваги, що діють на механічну систему, виразивши цю роботу через переміщення  $S$  тіла 1.

### ***Завдання 5***

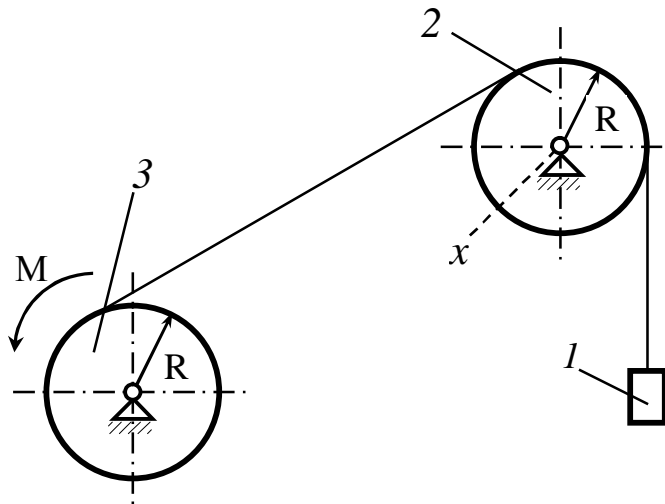
Визначити суму робіт зовнішніх сил, що діють на механічну систему, за умови переміщення тіла 1 на відстань  $S$ .

### ***Завдання 6***

Визначити швидкість  $V$  тіла 1, вважаючи, що тіло рухається із стану спокою і проходить відстань  $S$  вздовж шорсткої поверхні. Коефіцієнт тертя ковзання дорівнює  $f$ . Коефіцієнт тертя кочення (для схем 25...30) дорівнює  $f_1$ .



1



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

Тіло 2 – диск;

Маса тіла 3  
розподілена по

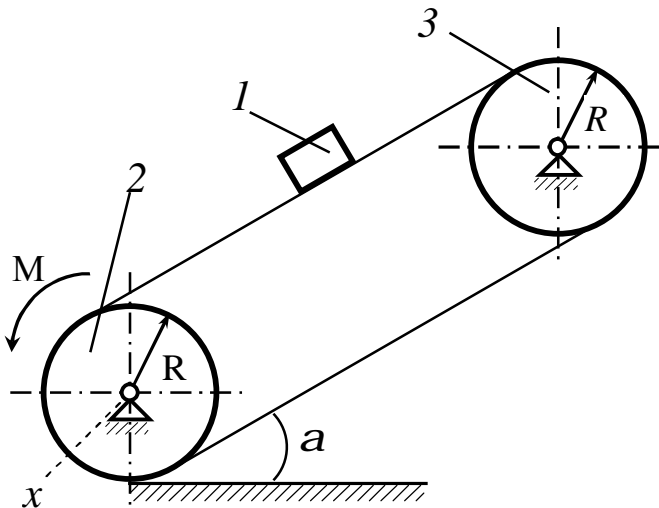
ободу;

$$M = mgR$$

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

2



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

Маса тіла 2  
розподілена по  
ободу;

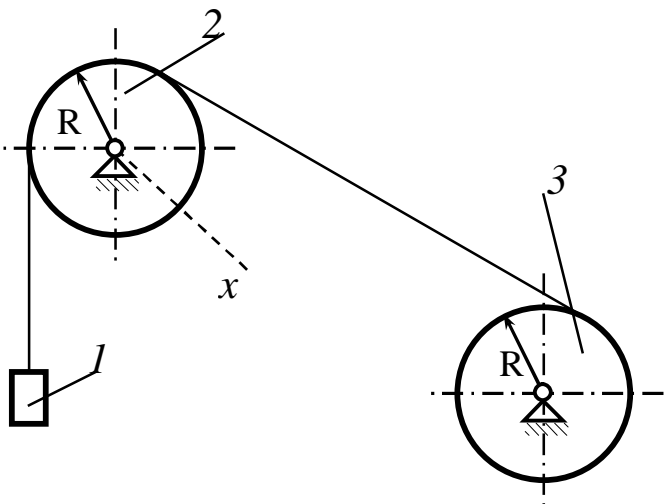
Тіло 3 – диск;

$$M = mgR;$$

Знайти:

$$T = f(u_1).$$

3



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

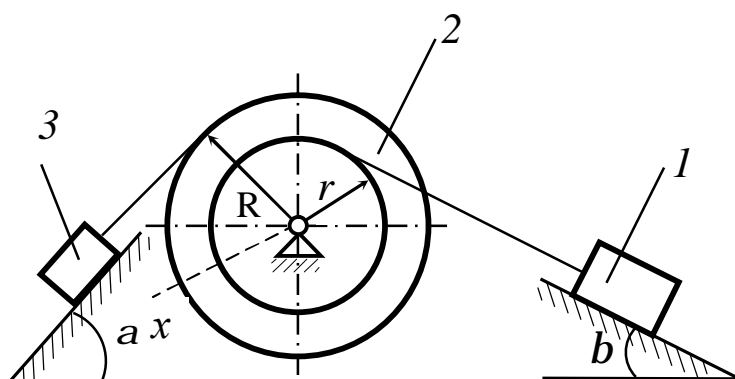
Маса тіла 2  
розподілена по  
ободу;

Тіло 3 – циліндр;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

4



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3;$$

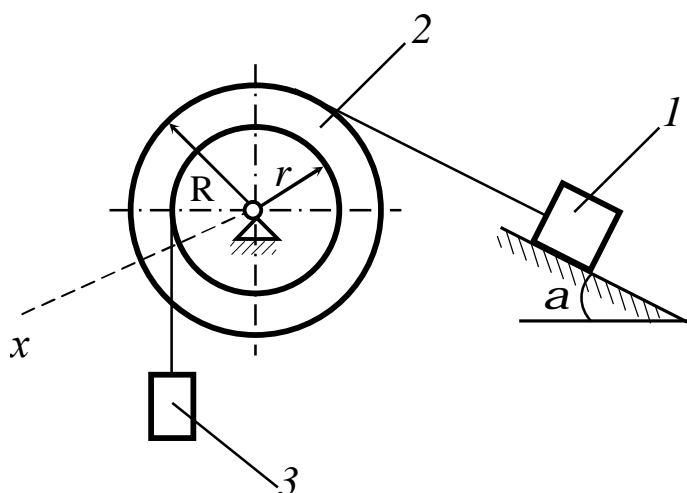
$$i_{2x}=2r;$$

$$R/r=3;$$

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

5



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

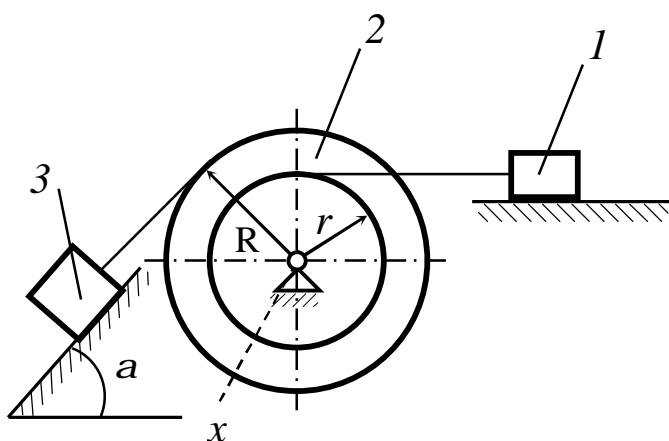
$$i_{2x}=\sqrt{3}r;$$

$$R/r=2;$$

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

6



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

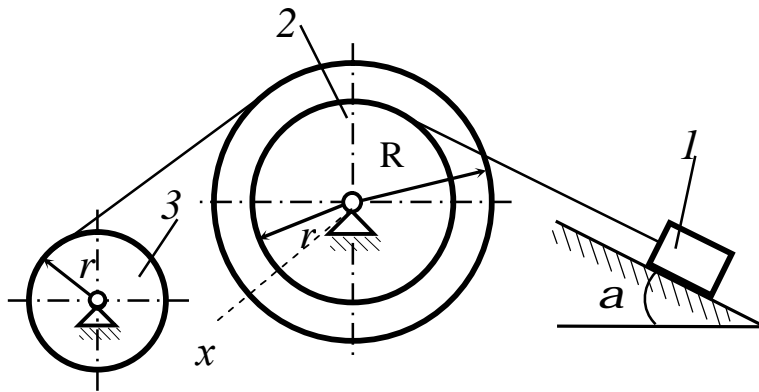
$$i_{2x}=\sqrt{2}r;$$

$$R/r=4;$$

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

7



Дано:

$$m_1=4m; m_2=8m;$$

$$m_3=m;$$

$$i_{2x}=2r;$$

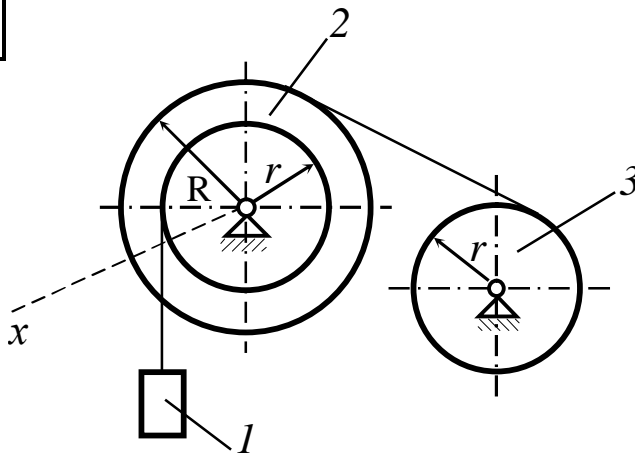
$$R/r=4;$$

Тіло 3 – диск;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

8



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

$$i_{2x}=\sqrt{3}r;$$

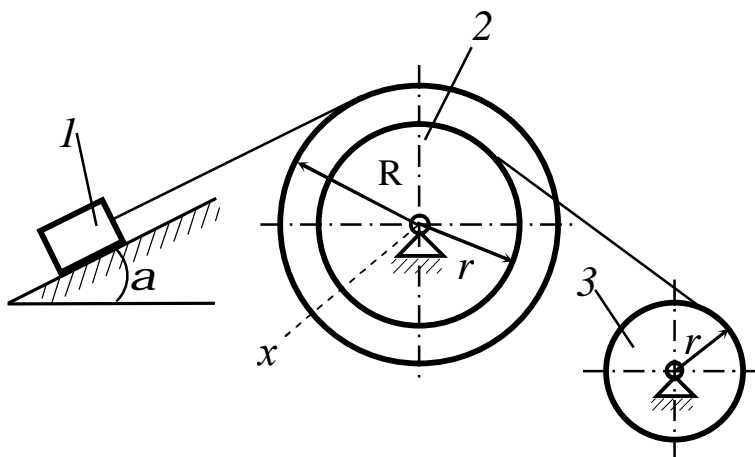
$$R/r=3;$$

Тіло 3 – циліндр;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

9



Дано:

$$m_1=m; m_2=4m;$$

$$m_3=2m;$$

$$i_{2x}=\frac{3}{2}r$$

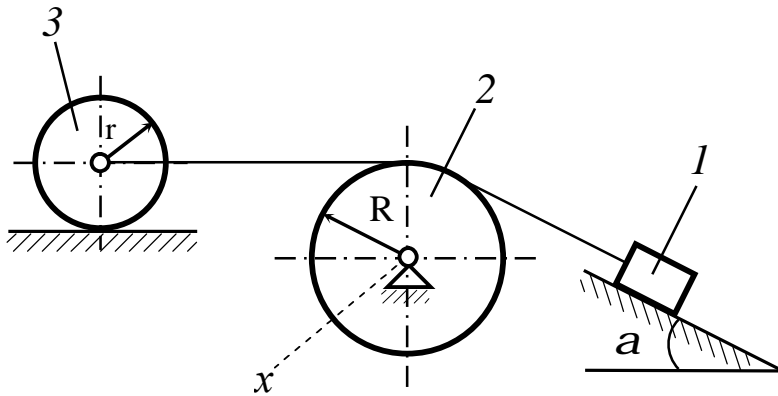
$$R/r=2;$$

Маса тіла 3 розподілена по ободу;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

10



Дано:

$$m_1 = 5m; m_2 = 3m;$$

$$m_3 = m;$$

Тіло 3 – циліндр;

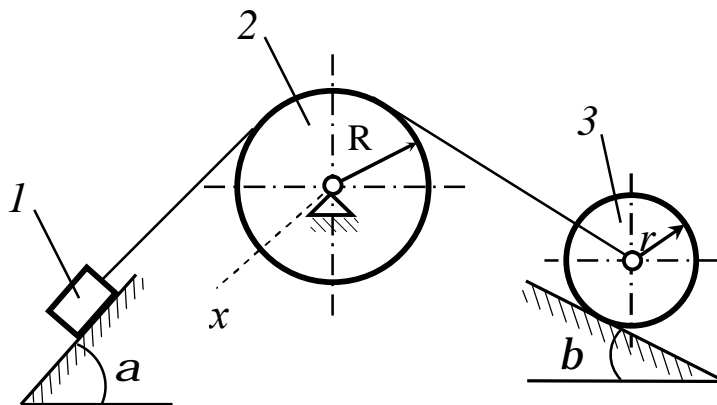
Маса тіла 3

розподілена по  
ободу;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

11



Дано:

$$m_1 = 10m; m_2 = 4m;$$

$$m_3 = 2m;$$

Тіло 3 – диск;

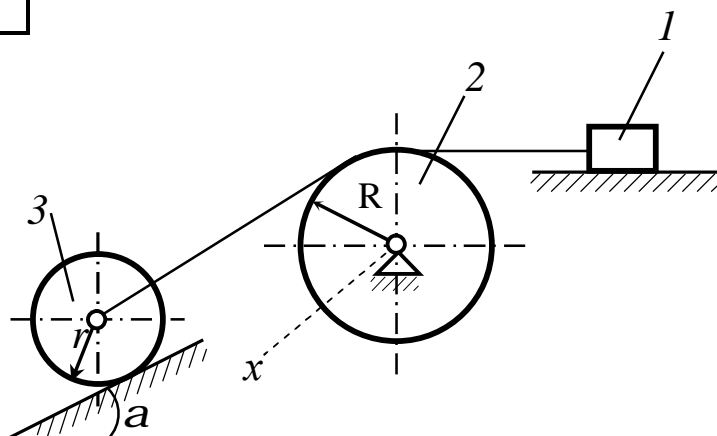
Маса тіла 2

розподілена по  
ободу;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

12



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 5m;$$

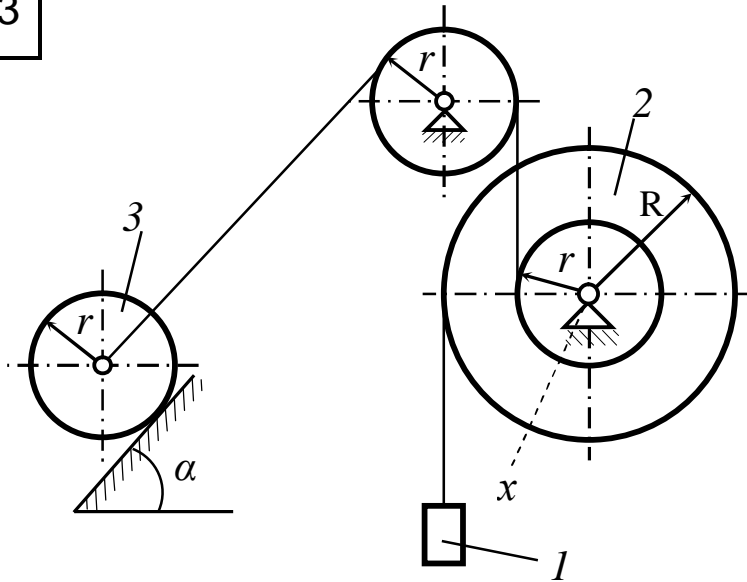
$$i_{2x} = \frac{2}{3}R;$$

Тіло 3 – циліндр;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

13



Дано:

$$m_1=3m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

$$i_{2x}=\sqrt{2}r;$$

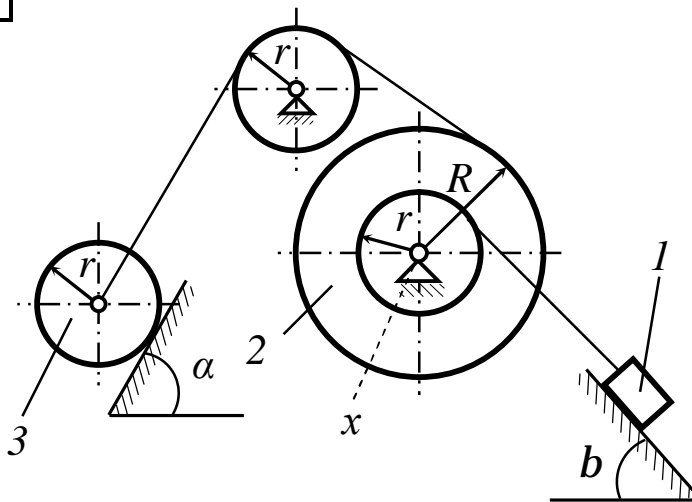
$$R/r=2;$$

Тіло 3 – циліндр;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

14



Дано:

$$m_1=4m; m_2=m;$$

$$m_3=m;$$

$$i_{2x}=\sqrt{3}r;$$

$$R/r=3;$$

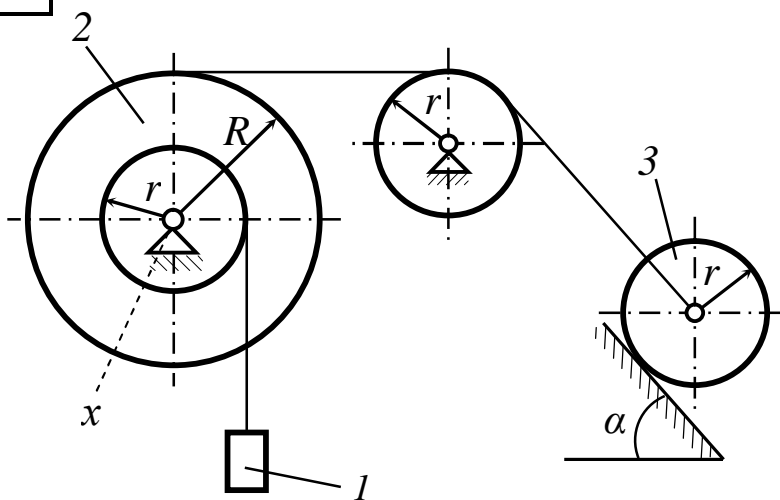
Тіло 3 – диск;

$$R/r=2;$$

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

15



Дано:

$$m_1=5m; m_2=4m;$$

$$m_3=m;$$

$$i_{2x}=2r;$$

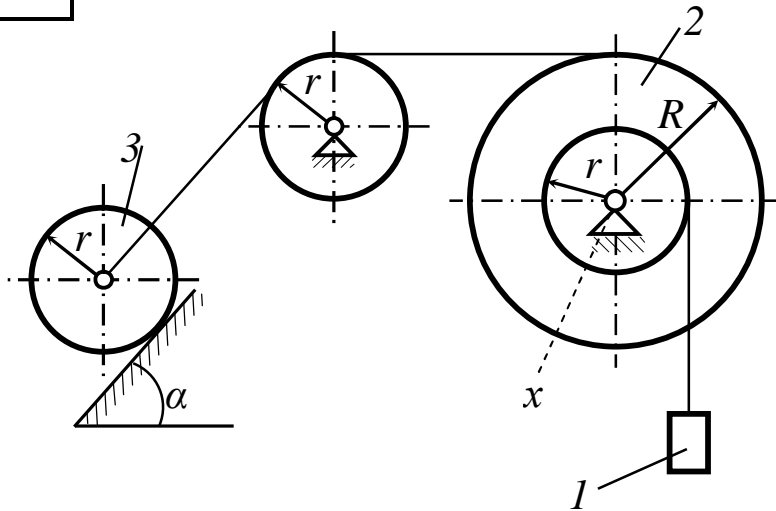
$$R/r=4;$$

Маса тіла 3 розподілена по ободу;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

16



Дано:

$$m_1 = 10m; m_2 = 3m;$$

$$m_3 = m;$$

$$i_{2x} = \sqrt{3}r;$$

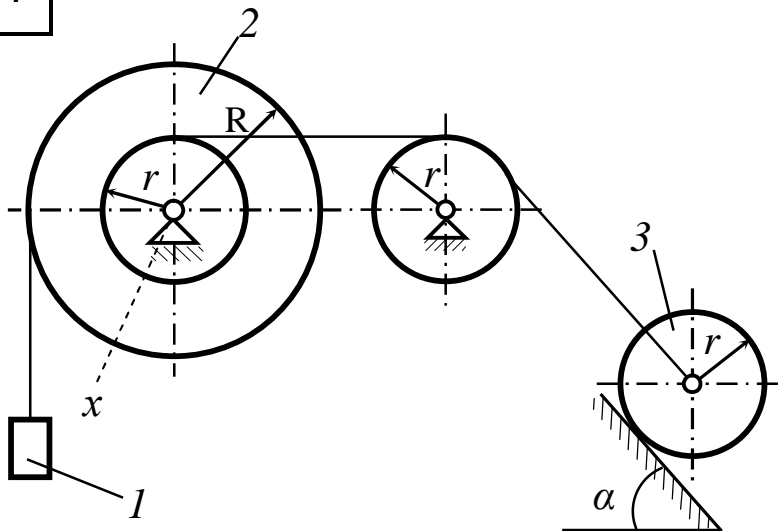
$$R/r = 3;$$

Тіло 3 – диск;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

17



Дано:

$$m_1 = 8m; m_2 = 4m;$$

$$m_3 = 2m;$$

$$i_{2x} = 2r;$$

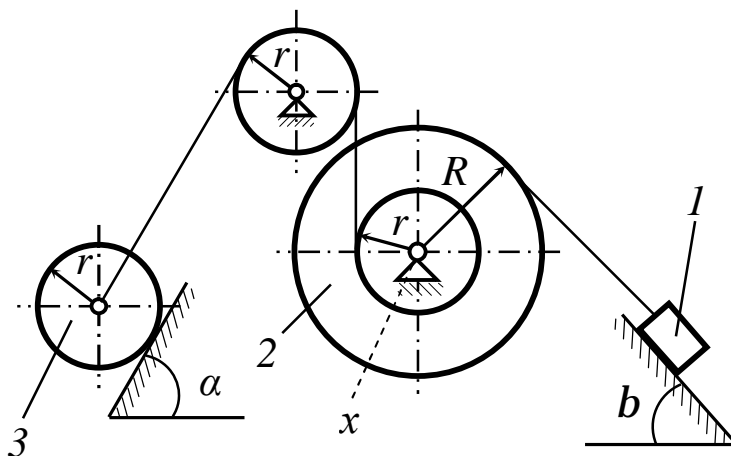
$$R/r = 3;$$

Тіло 3 – диск;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

18



Дано:

$$m_1 = 6m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = m;$$

$$i_{2x} = 3r;$$

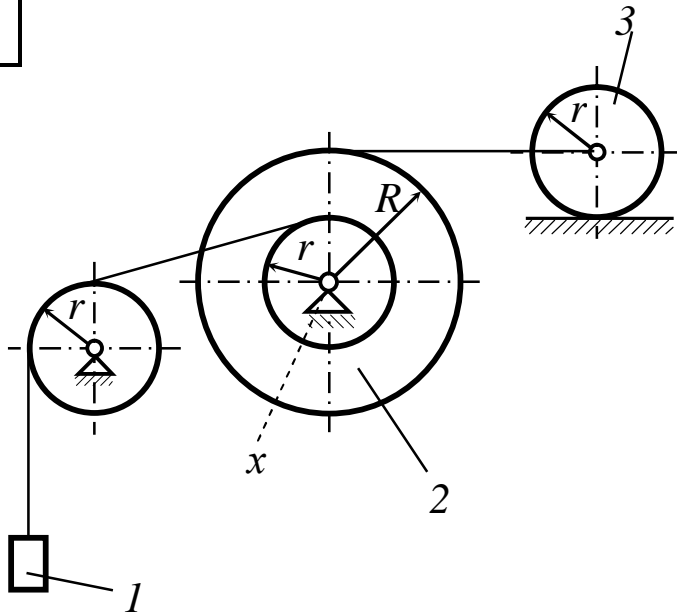
$$R/r = 6;$$

Маса тіла 3 розподілена по ободу;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

19



Дано:

$$m_1=2m; m_2=5m;$$

$$m_3=m;$$

$$i_{2x}=2r;$$

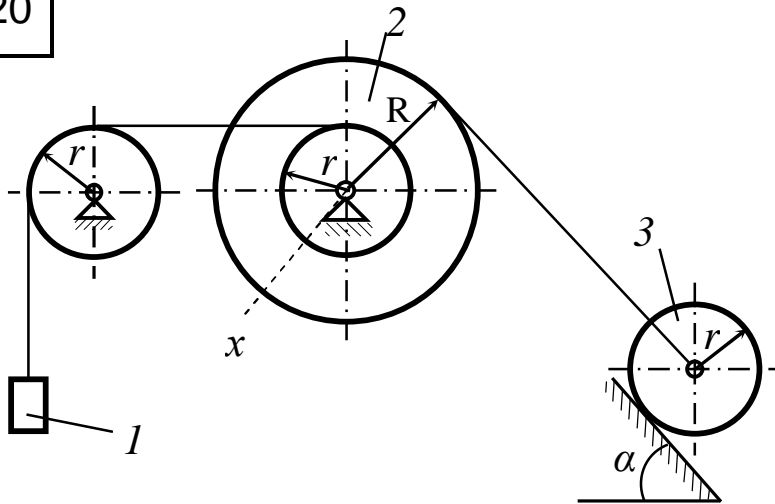
$$R/r=3;$$

Маса тіла 2  
розподілена по  
ободу;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

20



Дано:

$$m_1=6m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

$$i_{2x}=\sqrt{5}r;$$

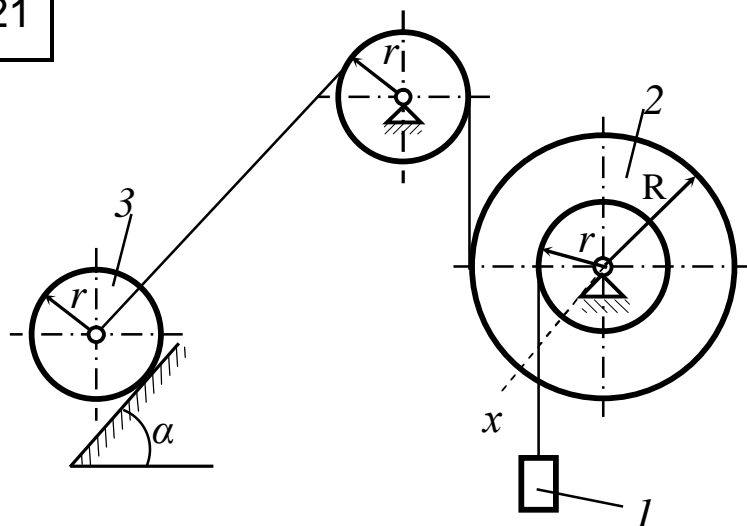
$$R/r=5;$$

Тіло 3 – диск;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

21



Дано:

$$m_1=9m; m_2=3m;$$

$$m_3=2m;$$

$$i_{2x}=4r;$$

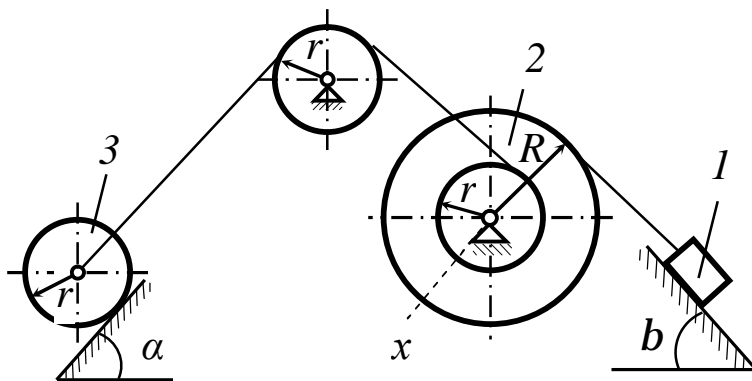
$$R/r=8;$$

Тіло 3 – циліндр;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

22



Дано:

$$m_1=5m; m_2=3m;$$

$$m_3=2m;$$

$$i_{2x}=\sqrt{3}r;$$

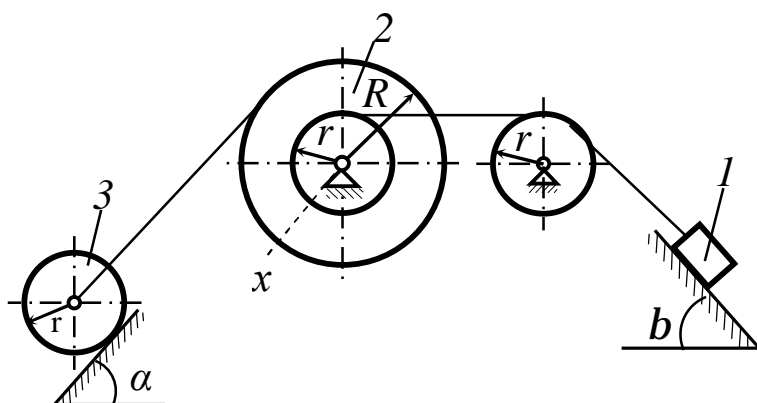
$$R/r=3;$$

Тіло 3 – диск;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

23



Дано:

$$m_1=4m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

$$i_{2x}=2r;$$

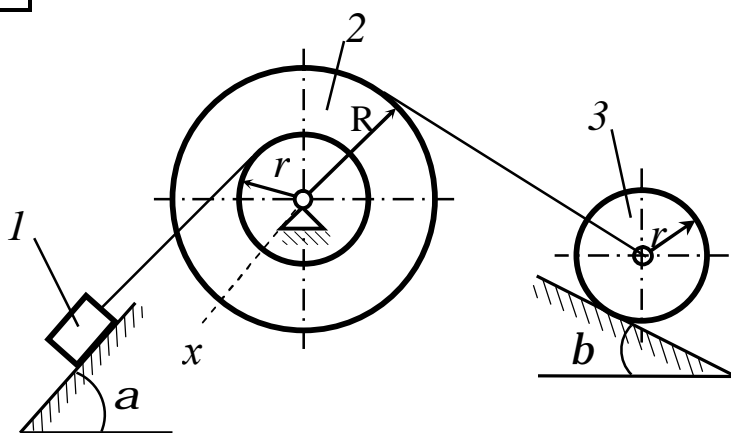
$$R/r=6;$$

Маса тіла 3 розподілена по ободу;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

24



Дано:

$$m_1=3m; m_2=5m;$$

$$m_3=m;$$

$$i_{2x}=\sqrt{3}r;$$

$$R/r=3;$$

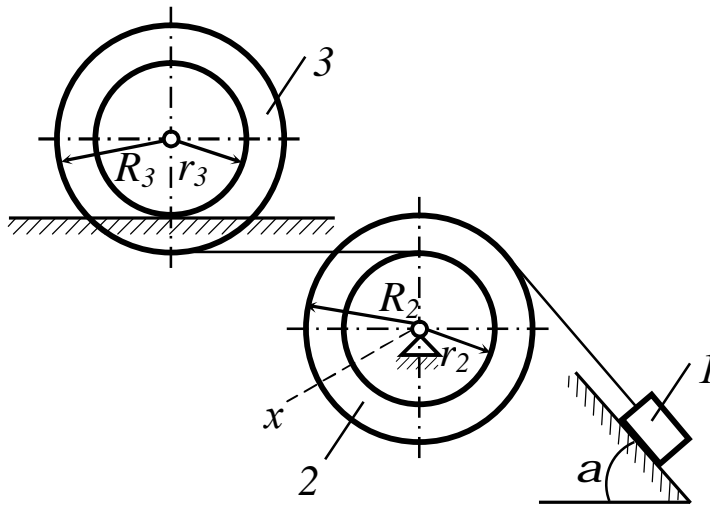
Тіло 3 – циліндр;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$



25



Дано:

$$m_1 = 5m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = m;$$

$$R_2/r_2 = 4; R_3/r_3 = 3;$$

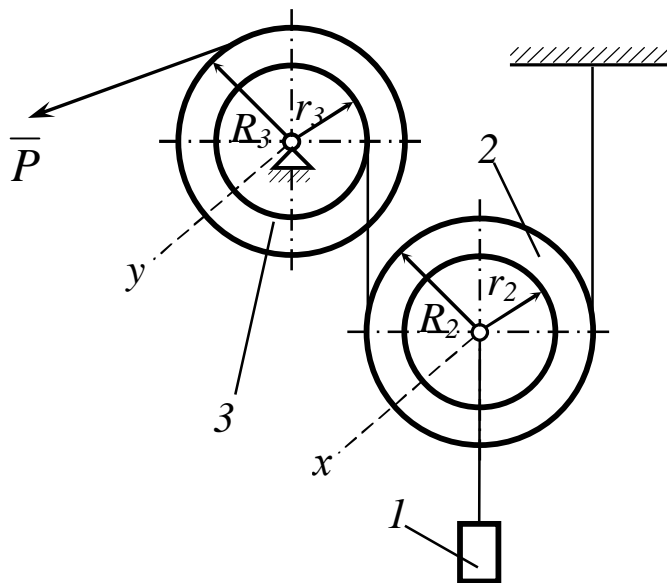
$$i_{2x} = 3r_2;$$

Маса тіла 3 розподілена по радіусу  $R_3$ ;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

26



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 4m;$$

$$R_2/r_2 = 3; R_3/r_3 = 4;$$

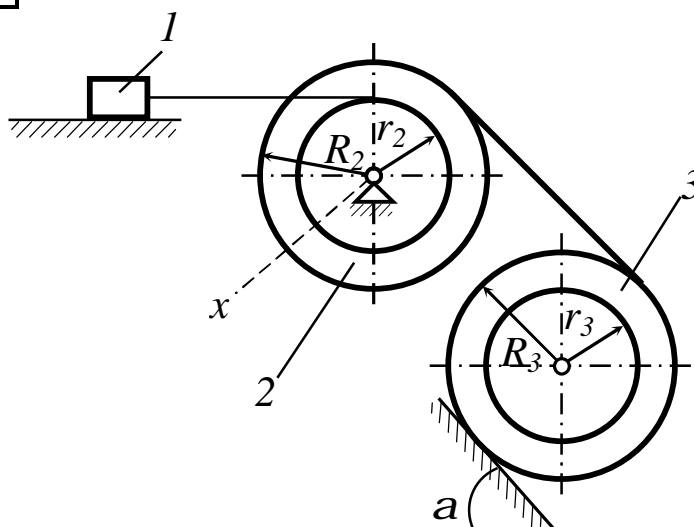
$$i_{2x} = 2r_2;$$

Тіло 3 вважати диском радіуса  $R_3$ ;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

27



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 3m;$$

$$m_3 = 5m;$$

$$R_2/r_2 = 3; R_3/r_3 = 3;$$

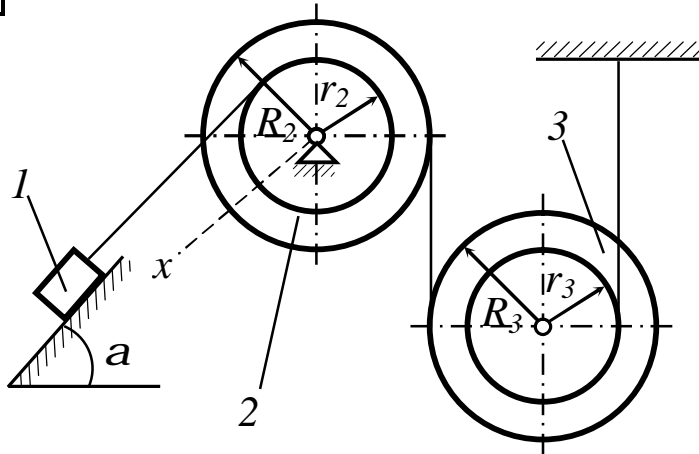
$$i_{2x} = \sqrt{3} r_2;$$

Тіло 3 вважати циліндром радіуса  $r_3$ ;

Знайти:

$$T = f(u_1)$$

28



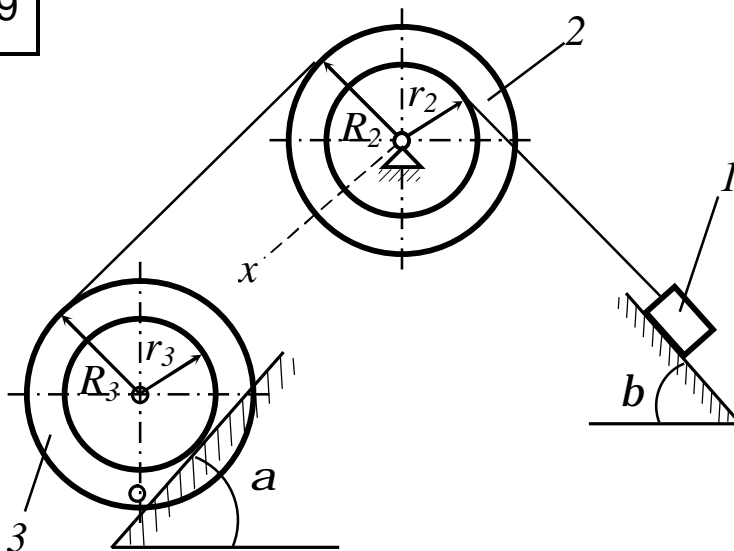
Дано:

$m_1=2m$ ;  $m_2=4m$ ;  
 $m_3=m$ ;  
 $R_2/r_2=2$ ;  $R_3/r_3=4$ ;  
 $i_{2x}=\sqrt{2} r_2$ ;  
 Маса тіла 3  
 розподілена по  
 радіусу  $r_3$ ;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

29



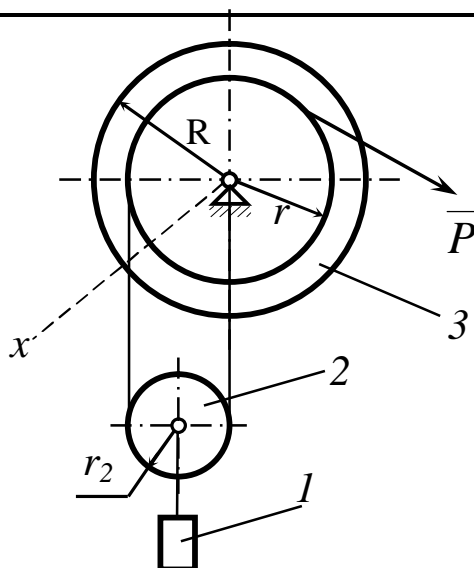
Дано:

$m_1=4m$ ;  $m_2=2m$ ;  
 $m_3=m$ ;  
 $R_2/r_2=3$ ;  $R_3/r_3=2$ ;  
 $i_{2x}=3r_2$ ;  
 Тіло 3 вважати  
 циліндром радіуса  
 $R_3$ ;

Знайти:

$$T=f(u_1)$$

30



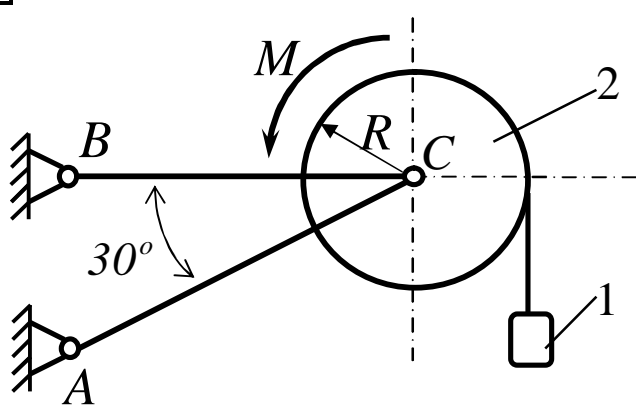
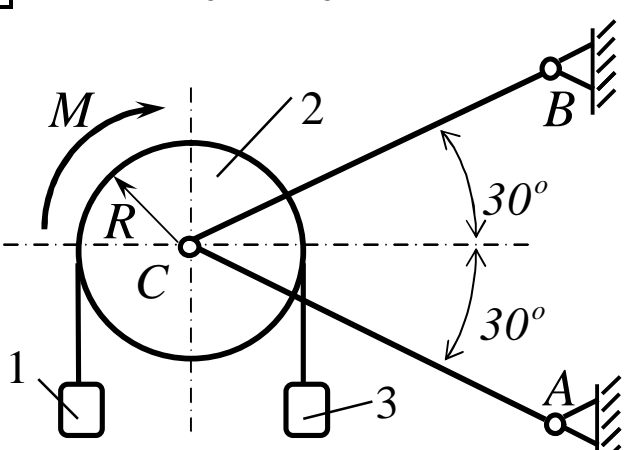
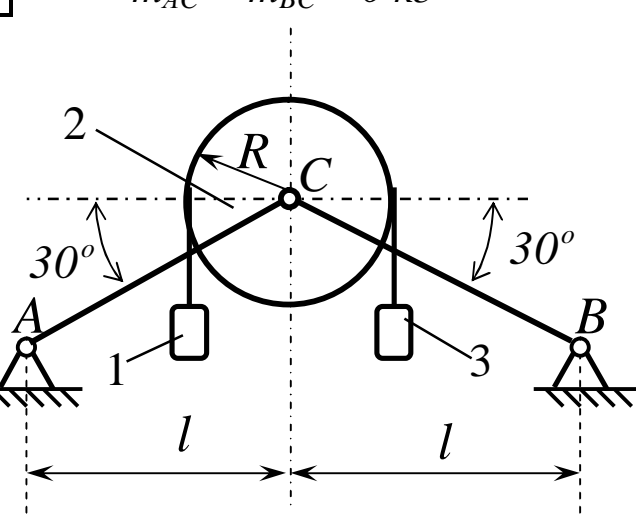
Дано:

$m_1=m$ ;  $m_2=4m$ ;  
 $m_3=3m$ ;  
 $R/r=3$ ;  
 $i_{2x}=2r$ ;  
 Тіло 2 – диск;

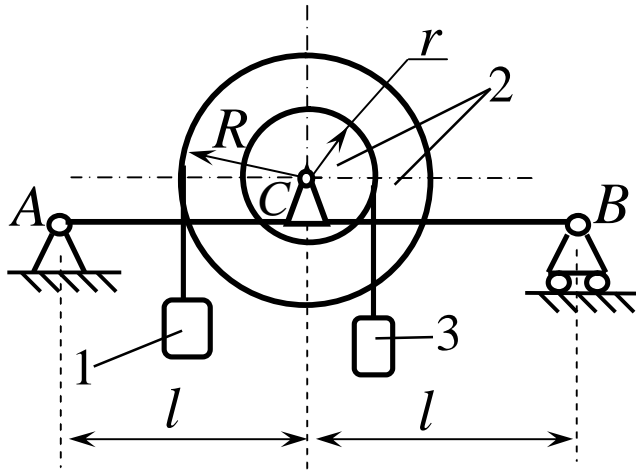
Знайти:

$$T=f(u_1)$$

## CP 20. Принцип Даламбера

<b>1</b>	<p style="text-align: center;"><math>m_{AC} = m_{BC} = 0 \text{ кг}</math></p> 	<p style="text-align: center;">Дано:</p> <p>тіло 2 – диск;  <math>m_1 = 40 \text{ кг};</math>  <math>m_2 = 30 \text{ кг};</math>  <math>M = 800 \text{ Нм};</math>  <math>R = 0,3 \text{ м}.</math></p> <p style="text-align: center;">Знайти:</p> <p style="text-align: center;"><math>R_A, R_B.</math></p>
<b>2</b>	<p style="text-align: center;"><math>m_{AC} = m_{BC} = 0 \text{ кг}</math></p> 	<p style="text-align: center;">Дано:</p> <p>тіло 2 – кільце;  <math>m_1 = 60 \text{ кг};</math>  <math>m_2 = 40 \text{ кг};</math>  <math>m_3 = 40 \text{ кг};</math>  <math>M = 500 \text{ Нм};</math>  <math>R = 0,5 \text{ м}.</math></p> <p style="text-align: center;">Знайти:</p> <p style="text-align: center;"><math>R_A, R_B.</math></p>
<b>3</b>	<p style="text-align: center;"><math>m_{AC} = m_{BC} = 0 \text{ кг}</math></p> 	<p style="text-align: center;">Дано:</p> <p>тіло 2 – диск;  <math>m_1 = 30 \text{ кг};</math>  <math>m_2 = 20 \text{ кг};</math>  <math>m_3 = 40 \text{ кг};</math>  <math>l = 0,5 \text{ м};</math>  <math>R = 0,2 \text{ м}.</math></p> <p style="text-align: center;">Знайти:</p> <p style="text-align: center;"><math>R_A, R_B.</math></p>

4



Дано:

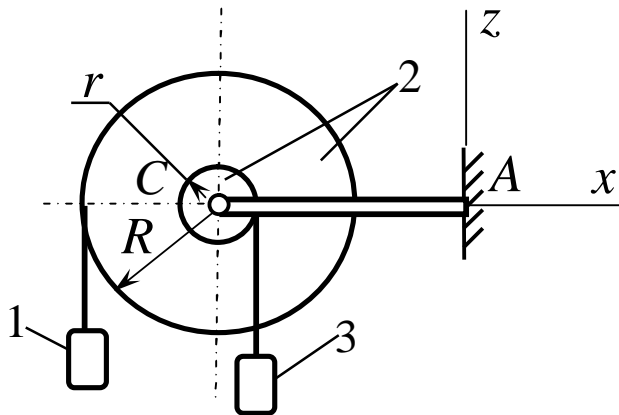
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 40 \text{ кг}; \\
 m_2 &= 30 \text{ кг}; \\
 m_3 &= 30 \text{ кг}; \\
 m_{AB} &= 0 \text{ кг}; \\
 R &= 0,3 \text{ м}; \\
 r &= 0,1 \text{ м}; \\
 i_2 &= r = 0,2 \text{ м}; \\
 l &= 0,5 \text{ м}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$R_A, R_B.$$

5

$$m_{AC} = 0 \text{ кг}$$



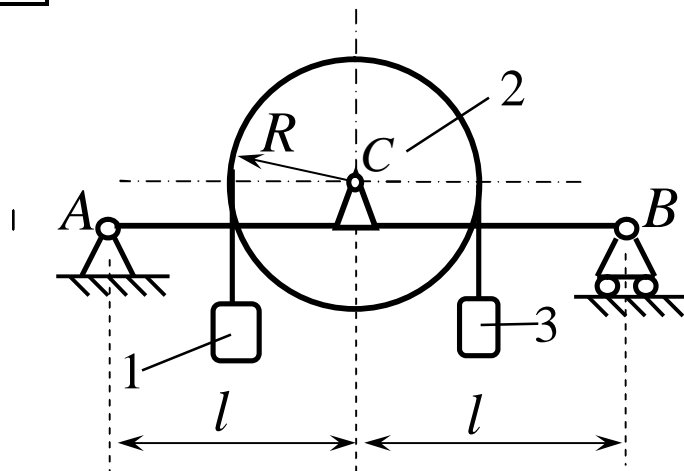
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 40 \text{ кг}; \\
 m_2 &= 10 \text{ кг}; \\
 m_3 &= 20 \text{ кг}; \\
 R &= 0,3 \text{ м}; \\
 r &= 0,1 \text{ м}; \\
 i_2 &= r = 0,2 \text{ м}; \\
 AC &= 0,6 \text{ м}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$X_A, Z_A, M_A.$$

6



Дано:

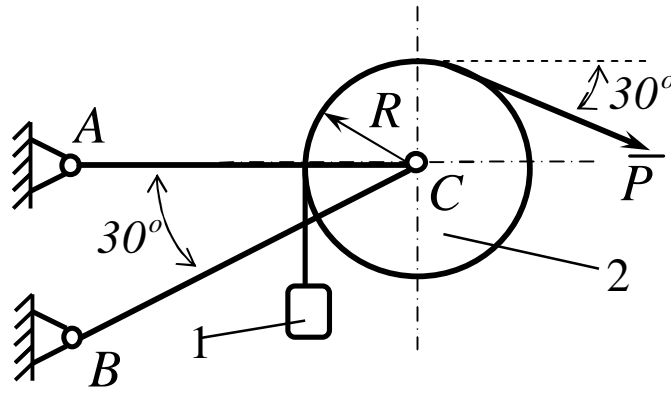
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 30 \text{ кг}; \\
 m_2 &= 20 \text{ кг}; \\
 m_3 &= 40 \text{ кг}; \\
 m_{AB} &= 0 \text{ кг}; \\
 l &= 0,5 \text{ м}; \\
 R &= 0,2 \text{ м}; \\
 \text{тіло 2} & - \text{кільце}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$R_A, R_B.$$

7

$$m_{AC} = m_{BC} = 0 \text{ кг}$$



Дано:

тіло 2 – кільце;

$$m_1 = 20 \text{ кг};$$

$$m_2 = 10 \text{ кг};$$

$$P = 300 \text{ Н};$$

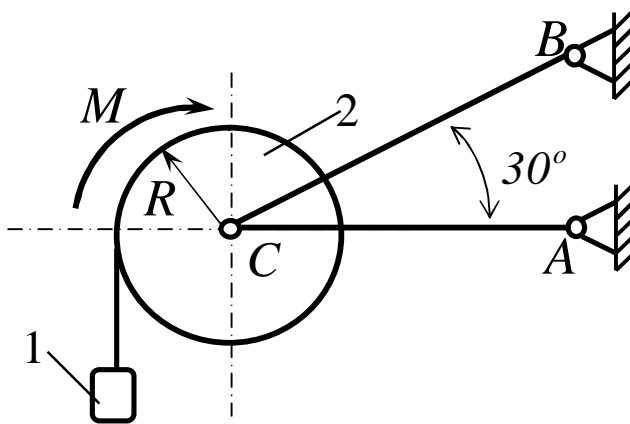
$$R = 0,2 \text{ м}.$$

Знайти:

$$R_A, R_B.$$

8

$$m_{AC} = m_{BC} = 0 \text{ кг}$$



Дано:

тіло 2 – диск;

$$m_1 = 50 \text{ кг};$$

$$m_2 = 20 \text{ кг};$$

$$M = 900 \text{ Нм};$$

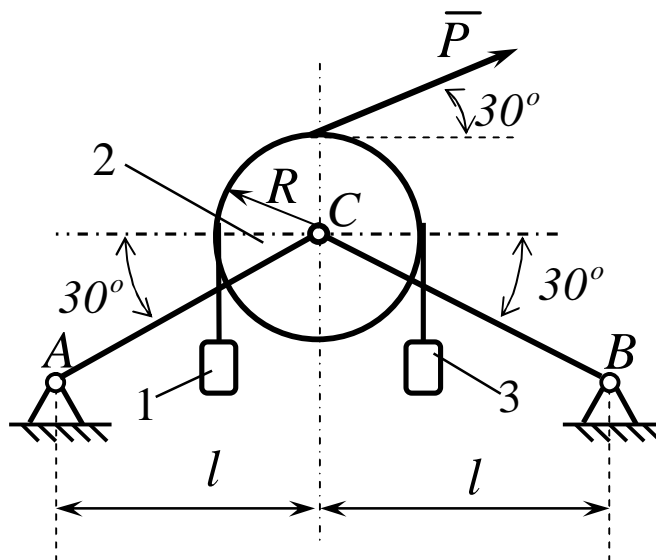
$$R = 0,3 \text{ м}.$$

Знайти:

$$R_A, R_B.$$

9

$$m_{AC} = m_{BC} = 0 \text{ кг}$$



Дано:

тіло 2 – кільце

$$m_1 = 50 \text{ кг};$$

$$m_2 = 20 \text{ кг};$$

$$m_3 = 20 \text{ кг};$$

$$P = 600 \text{ Нм};$$

$$l = 0,5 \text{ м};$$

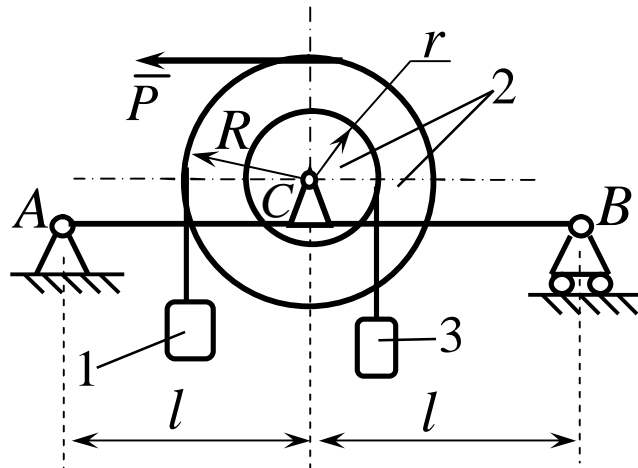
$$R = 0,2 \text{ м}.$$

Знайти:

$$R_A, R_B.$$

10

$$m_{AB} = 0 \text{ кг}$$



Дано:

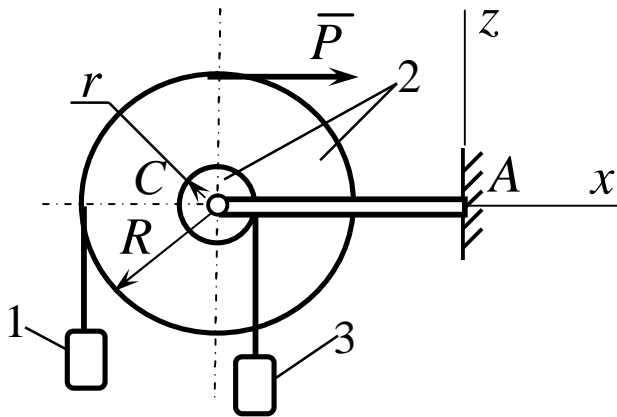
$$\begin{aligned} m_1 &= 50 \text{ кг}; \\ m_2 &= 20 \text{ кг}; \\ m_3 &= 30 \text{ кг}; \\ P &= 30 \text{ Н}; \\ R &= 0,3 \text{ м}; \\ r &= 0,1 \text{ м}; \\ i_2 &= r = 0,2 \text{ м}; \\ l &= 0,6 \text{ м}. \end{aligned}$$

Знайти:

$$R_A, R_B.$$

11

$$m_{AC} = 0 \text{ кг}$$



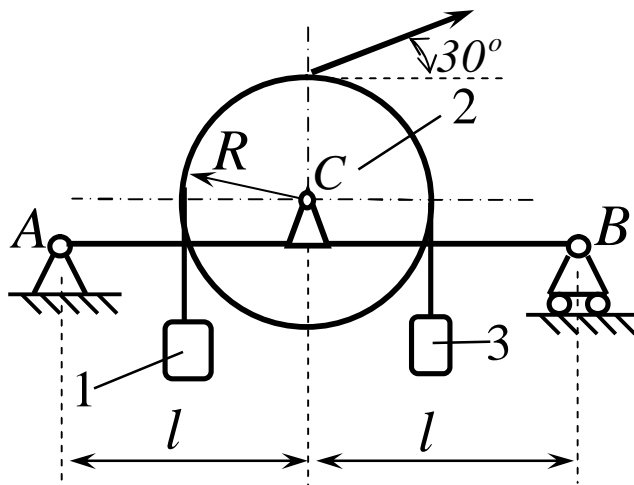
Дано:

$$\begin{aligned} P &= 20 \text{ Н}; \\ m_1 &= 30 \text{ кг}; \\ m_2 &= 50 \text{ кг}; \\ m_3 &= 60 \text{ кг}; \\ R &= 0,3 \text{ м}; \\ r &= 0,1 \text{ м}; \\ i_2 &= r = 0,2 \text{ м}; \\ AC &= 0,6 \text{ м}. \end{aligned}$$

Знайти:

$$X_A, Z_A, M_A.$$

12



Дано:

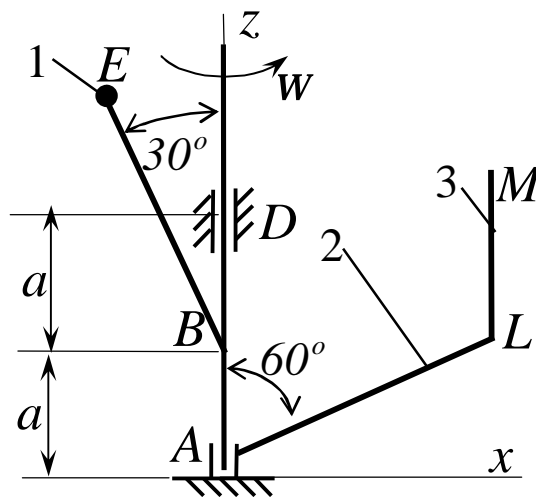
$$\begin{aligned} m_1 &= 50 \text{ кг}; \\ m_2 &= 10 \text{ кг}; \\ m_3 &= 20 \text{ кг}; \\ m_{AB} &= 0 \text{ кг}; \\ l &= 0,5 \text{ м}; \\ P &= 60 \text{ Н}; \\ R &= 0,2 \text{ м}; \\ \text{тіло 2} & - \text{ кільце}. \end{aligned}$$

Знайти:

$$R_A, R_B.$$

13

$m_{BE} = 0$



Дано:

$m_1 = 30 \text{ кг};$

$m_2 = 30 \text{ кг};$

$m_3 = 40 \text{ кг};$

$a = 0,5 \text{ м};$

$BE = 0,6 \text{ м};$

$AL = 0,9 \text{ м};$

$LM = 0,4 \text{ м};$

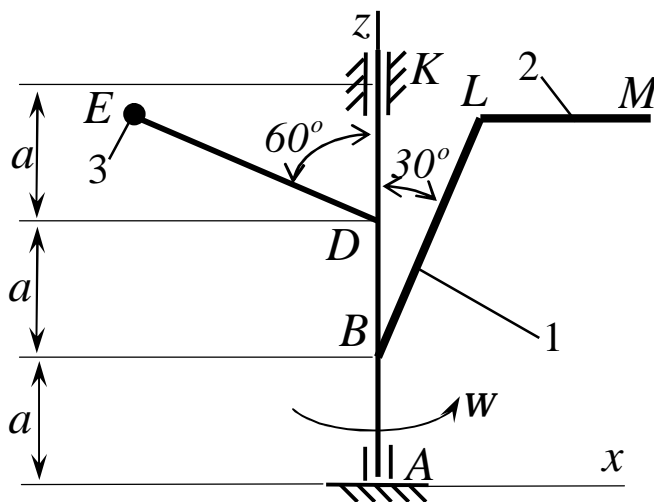
$w = 5 \text{ с}^{-1}.$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_D.$

14

$m_{DE} = 0$



Дано:

$m_1 = 40 \text{ кг};$

$m_2 = 40 \text{ кг};$

$m_3 = 20 \text{ кг};$

$a = 1,0 \text{ м};$

$DE = 2,0 \text{ м};$

$BL = 2,1 \text{ м};$

$LM = 0,9 \text{ м};$

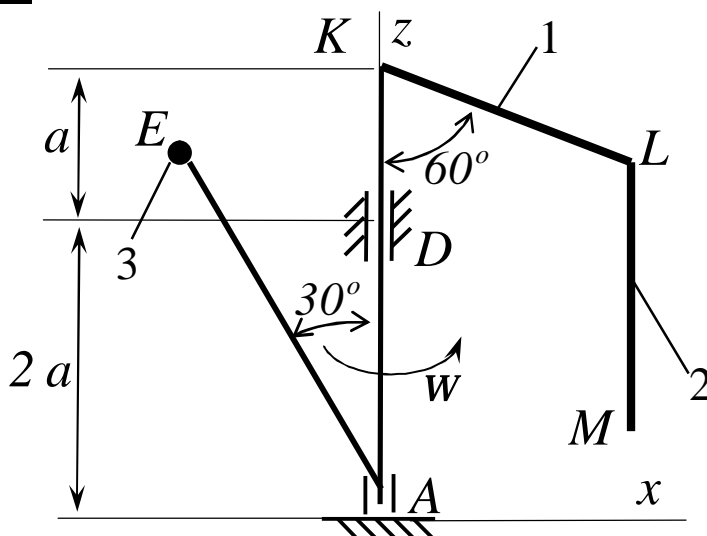
$\omega = 5 \text{ с}^{-1}.$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_K.$

15

$m_{AE} = 0$



Дано:

$m_1 = 10 \text{ кг};$

$m_2 = 20 \text{ кг};$

$m_3 = 10 \text{ кг};$

$a = 0,5 \text{ м};$

$AE = 1,0 \text{ м};$

$KL = 0,6 \text{ м};$

$LM = 0,8 \text{ м};$

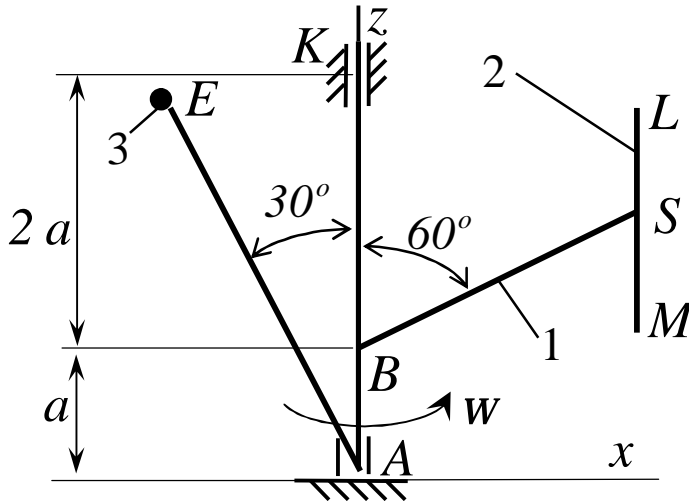
$w = 5 \text{ с}^{-1}.$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_D.$

16

$m_{AE} = 0$



Дано:

$m_1 = 50 \text{ кг};$

$m_2 = 40 \text{ кг};$

$m_3 = 20 \text{ кг};$

$a = 1,0 \text{ м};$

$AE = 2,8 \text{ м};$

$BS = 2,4 \text{ м};$

$LM = 1,6 \text{ м};$

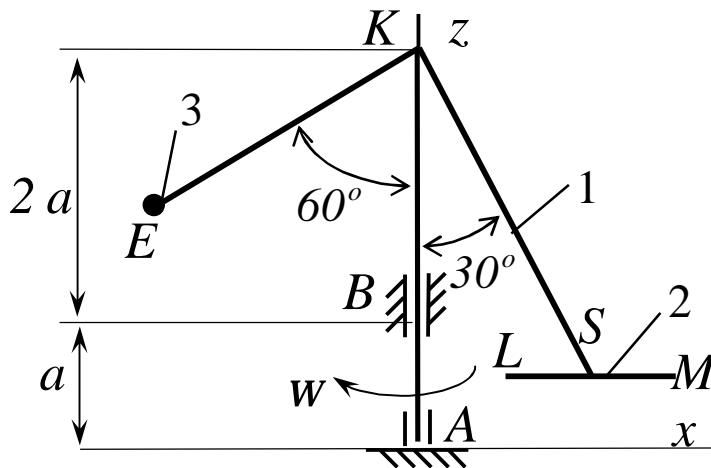
$w = 5 \text{ с}^{-1}.$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_K.$

17

$m_{KE} = 0$



Дано:

$m_1 = 60 \text{ кг};$

$m_2 = 20 \text{ кг};$

$m_3 = 40 \text{ кг};$

$a = 2,0 \text{ м};$

$KS = 4,2 \text{ м};$

$LM = 2,0 \text{ м};$

$KE = 5,0 \text{ м};$

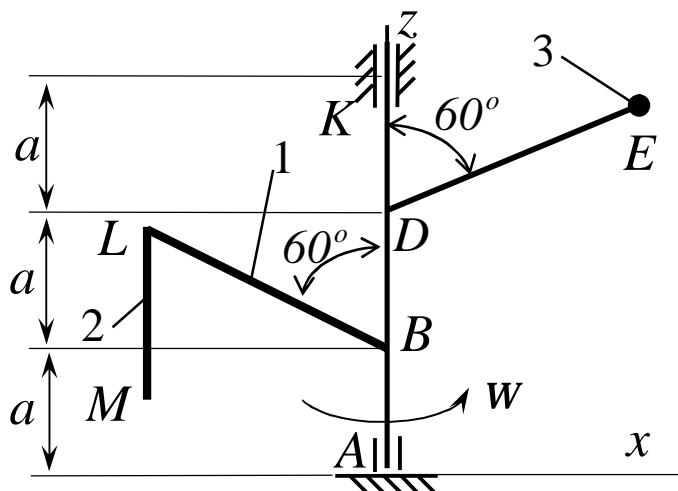
$w = 5 \text{ с}^{-1}.$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_B.$

18

$m_{DE} = 0$



Дано:

$m_1 = 10 \text{ кг};$

$m_2 = 20 \text{ кг};$

$m_3 = 30 \text{ кг};$

$a = 1,0 \text{ м};$

$DE = 0,8 \text{ м};$

$BL = 1,8 \text{ м};$

$LM = 0,8 \text{ м};$

$w = 5 \text{ с}^{-1}.$

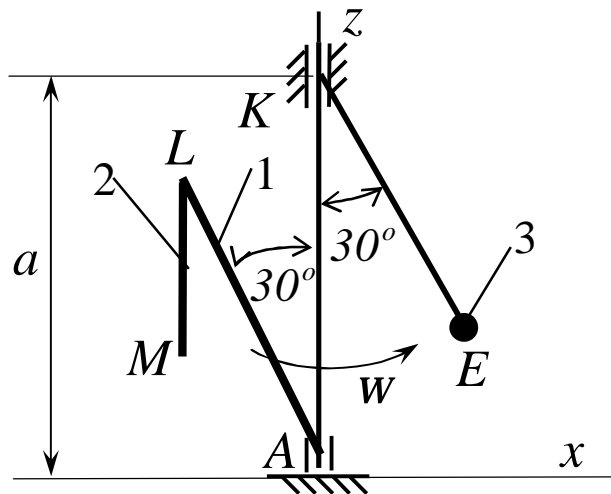
Знайти:

$X_A, Z_A, X_K.$



19

$m_{KE}=0$



Дано:

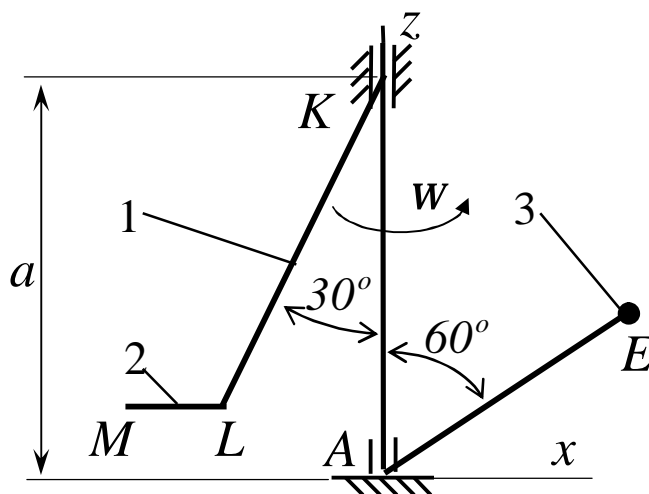
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 20 \text{ кг}; \\
 m_2 &= 40 \text{ кг}; \\
 m_3 &= 30 \text{ кг}; \\
 a &= 2,0 \text{ м}; \\
 EK &= 0,8 \text{ м}; \\
 AL &= 1,5 \text{ м}; \\
 LM &= 0,6 \text{ м}; \\
 w &= 5 \text{ с}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_K.$

20

$m_{AE}=0$



Дано:

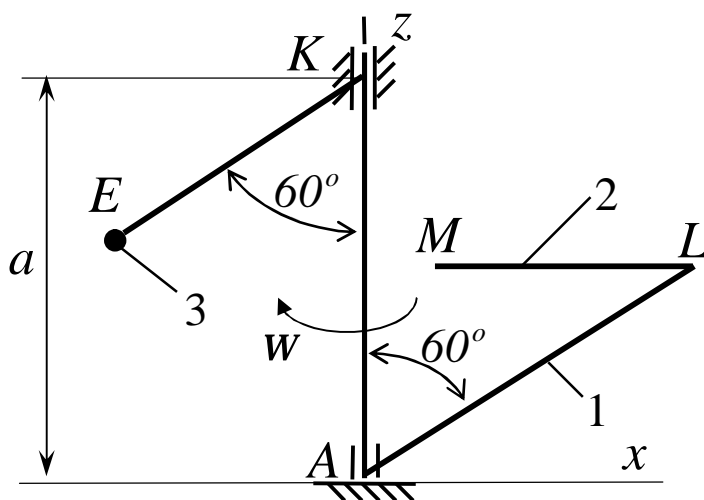
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 40 \text{ кг}; \\
 m_2 &= 20 \text{ кг}; \\
 m_3 &= 60 \text{ кг}; \\
 a &= 4,0 \text{ м}; \\
 AE &= 2,4 \text{ м}; \\
 KL &= 2,7 \text{ м}; \\
 LM &= 0,9 \text{ м}; \\
 w &= 5 \text{ с}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_K.$

21

$m_{KE}=0$



Дано:

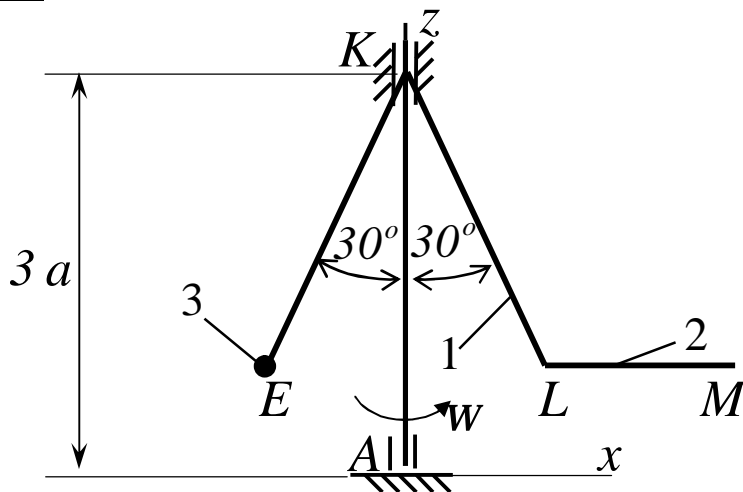
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 10 \text{ кг}; \\
 m_2 &= 20 \text{ кг}; \\
 m_3 &= 30 \text{ кг}; \\
 a &= 6,0 \text{ м}; \\
 KE &= 2,4 \text{ м}; \\
 AL &= 3,6 \text{ м}; \\
 LM &= 2,0 \text{ м}; \\
 w &= 5 \text{ с}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_K.$

22

$m_{KE}=0$



Дано:

$m_1=40 \text{ кг};$

$m_2=30 \text{ кг};$

$m_3=40 \text{ кг};$

$a = 0,5 \text{ м};$

$EK=0,4\text{м};$

$KL=0,6\text{м};$

$LM=0,3\text{м};$

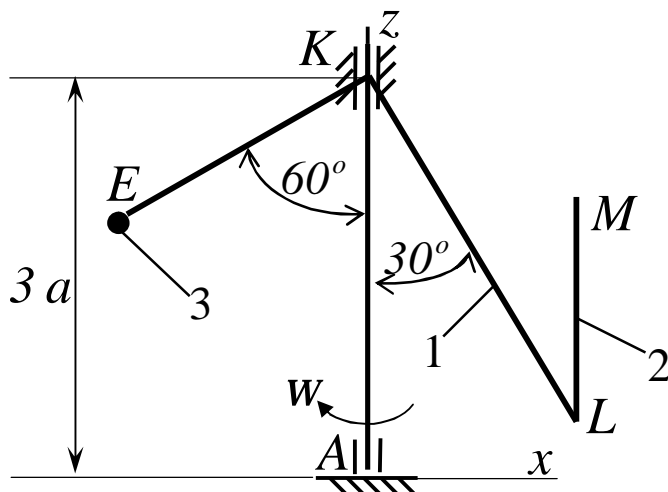
$w = 5 \text{ с}^{-1}.$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_K.$

23

$m_{KE}=0$



Дано:

$m_1=40 \text{ кг};$

$m_2=30 \text{ кг};$

$m_3=40 \text{ кг};$

$a = 0,5 \text{ м};$

$EK=0,4\text{м};$

$KL=0,6\text{м};$

$LM=0,3\text{м};$

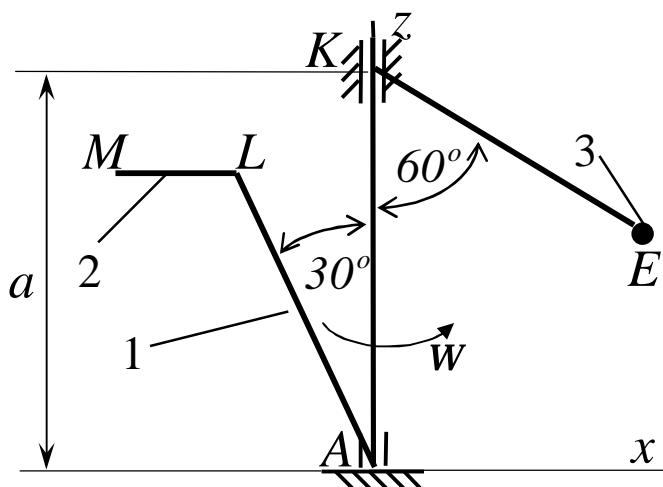
$w = 5 \text{ с}^{-1}.$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_K.$

24

$m_{KE}=0$



Дано:

$m_1=60 \text{ кг};$

$m_2=20 \text{ кг};$

$m_3=40 \text{ кг};$

$a = 2,0 \text{ м};$

$KE=0,4\text{м};$

$AL=0,6\text{м};$

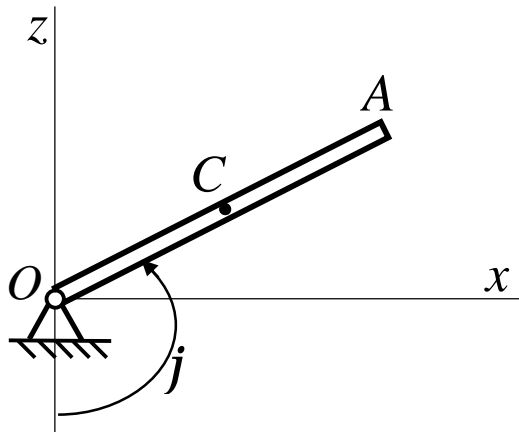
$LM=0,2\text{м};$

$w = 5 \text{ с}^{-1}.$

Знайти:

$X_A, Z_A, X_K.$

25



Дано:

$$OA = 2 \text{ м};$$

$OA$  – стрижень;

$$m = 2 \text{ кг};$$

$$j_0 = 0;$$

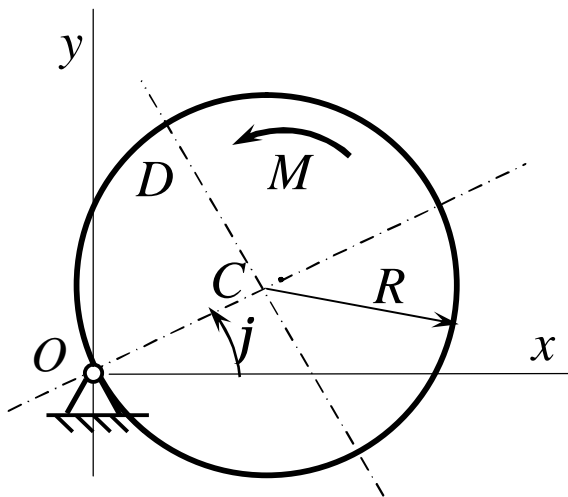
$$j_K = 120^\circ;$$

$$w_0 = 10 \text{ с}^{-1}.$$

Знайти:

$$X_O, Z_O.$$

26



Дано:

$D$  – кільце;

$$R = 4 \text{ м};$$

$$M = 2 \text{ кг};$$

$$j_0 = 0;$$

$$w_0 = 0 \text{ с}^{-1};$$

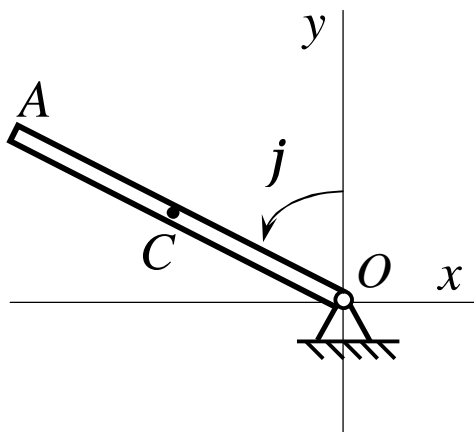
$$M = (3 - 0,2 t) \text{ Нм};$$

$$t_K = 5 \text{ с}.$$

Знайти:

$$X_O, Y_O.$$

27



Дано:

$$OA = 4 \text{ м};$$

$OA$  – стрижень;

$$M = 6 \text{ кг};$$

$$j_0 = 0;$$

$$w_0 = 0 \text{ с}^{-1};$$

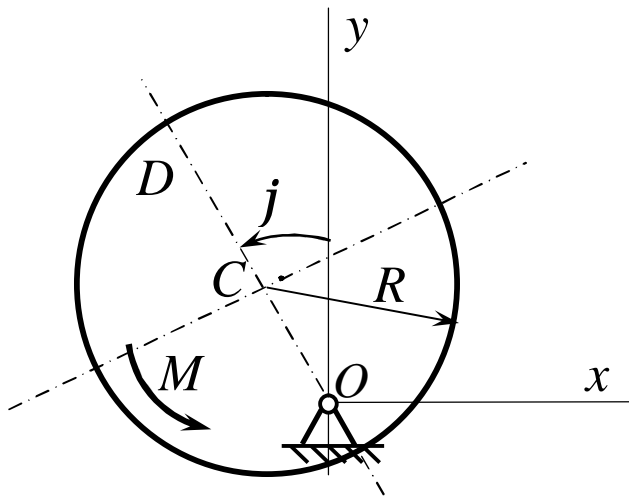
$$M = (2 - 1,2 t) \text{ Нм};$$

$$t_K = 2 \text{ с}.$$

Знайти:

$$X_O, Y_O.$$

28



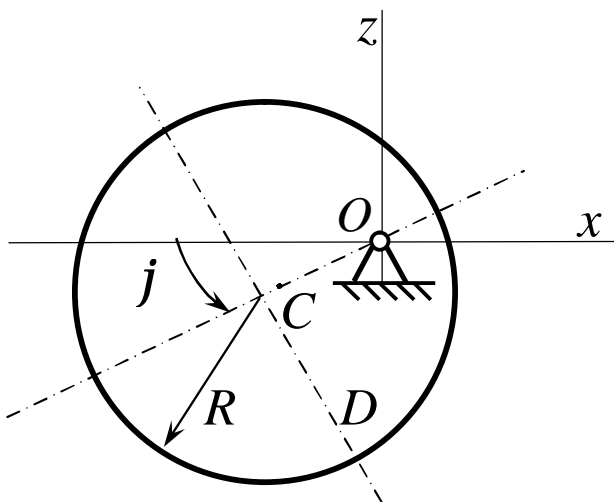
Дано:

 $D$  – диск; $OC = 0,3$  м; $R = 0,5$  м; $M = 12$  кг; $j_0 = 0$ ; $w_0 = 0$  с<sup>-1</sup>; $t_K = 4$  с; $M = 0,6$  Нм.

Знайти:

 $X_O, Y_O$ .

29



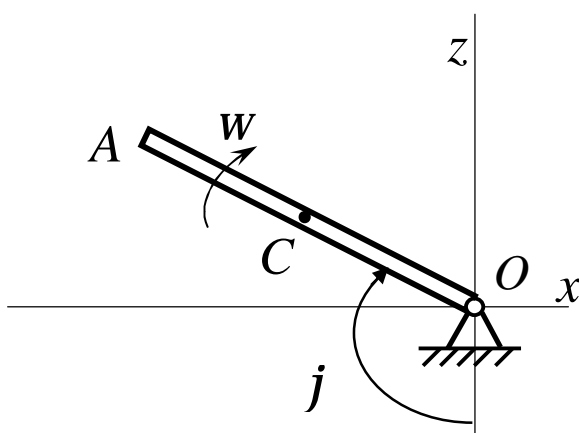
Дано:

 $D$  – кільце; $OC = 0,4$  м; $R = 0,6$  м; $m = 24$  кг; $j_0 = 0$ ; $w_0 = 2$  с<sup>-1</sup>; $j_K = 30^\circ$ .

Знайти:

 $X_O, Z_O$ .

30



Дано:

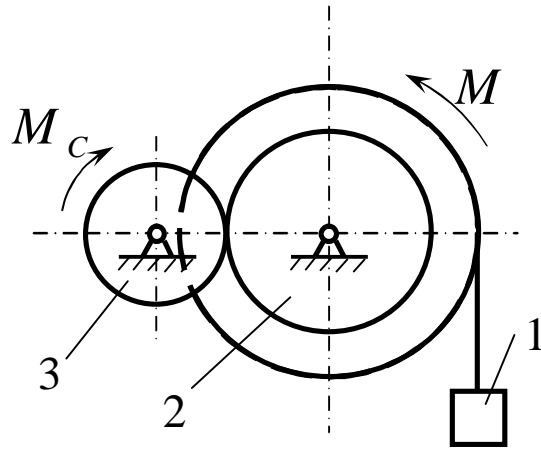
 $OA = 0,4$  м; $OA$  – стрижень; $m = 2$  кг; $j_0 = 0$ ; $w_0 = 10$  с<sup>-1</sup>; $j_K = 120^\circ$ .

Знайти:

 $X_O, Z_O$ .

## СР 21. Принцип можливих переміщень

1



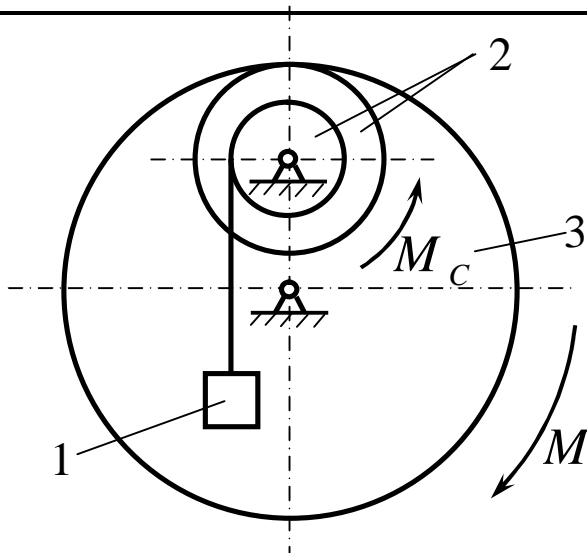
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 400 \text{ кг}; \\
 M &= 9800 \text{ Нм}; \\
 r_2 &= 0,7 R_2; \\
 R_2 &= 40 \text{ см}; \\
 r_3 &= 20 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$M_C.$$

2



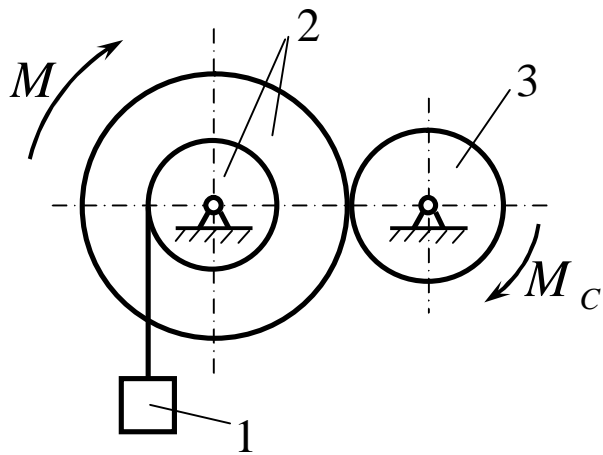
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 600 \text{ кг}; \\
 M &= 4850 \text{ Нм}; \\
 r_2 &= 0,5 R_2; \\
 R_2 &= 40 \text{ см}; \\
 R_3 &= 70 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$M_C.$$

3



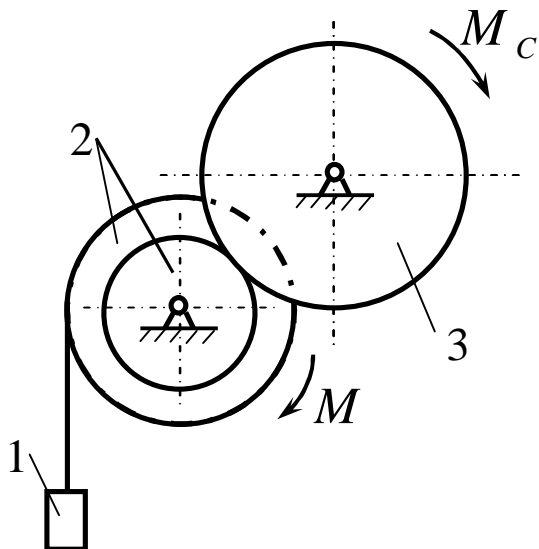
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 400 \text{ кг}; \\
 M &= 2100 \text{ Нм}; \\
 r_2 &= 0,3 R_2; \\
 R_2 &= 70 \text{ см}; \\
 r_3 &= 30 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$M_C.$$

4



Дано:

$$m_1 = 400 \text{ кг};$$

$$M = 2350 \text{ Нм};$$

$$r_2 = 0,6 R_2;$$

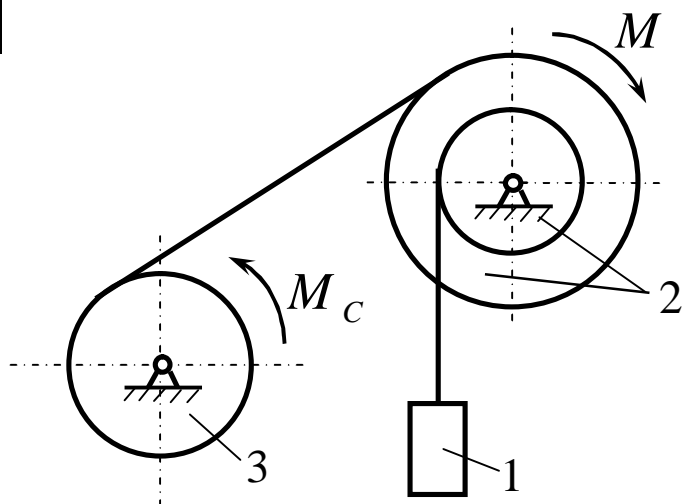
$$R_2 = 40 \text{ см};$$

$$r_3 = 30 \text{ см}.$$

Знайти:

$$M_C.$$

5



Дано:

$$m_1 = 400 \text{ кг};$$

$$M = 2600 \text{ Нм};$$

$$r_2 = 0,4 R_2;$$

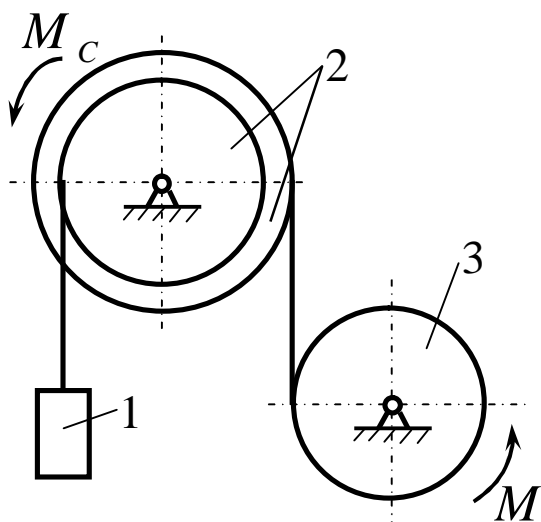
$$R_2 = 50 \text{ см};$$

$$r_3 = 40 \text{ см}.$$

Знайти:

$$M_C.$$

6



Дано:

$$m_1 = 300 \text{ кг};$$

$$M = 1100 \text{ Нм};$$

$$r_2 = 0,6 R_2;$$

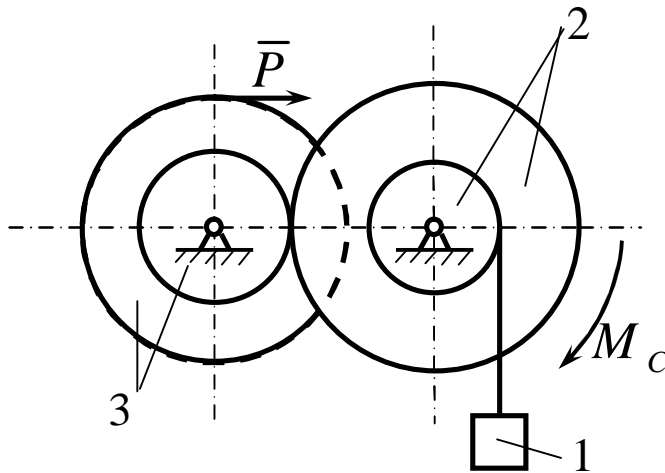
$$R_2 = 50 \text{ см};$$

$$r_3 = 20 \text{ см}.$$

Знайти:

$$M_C.$$

7



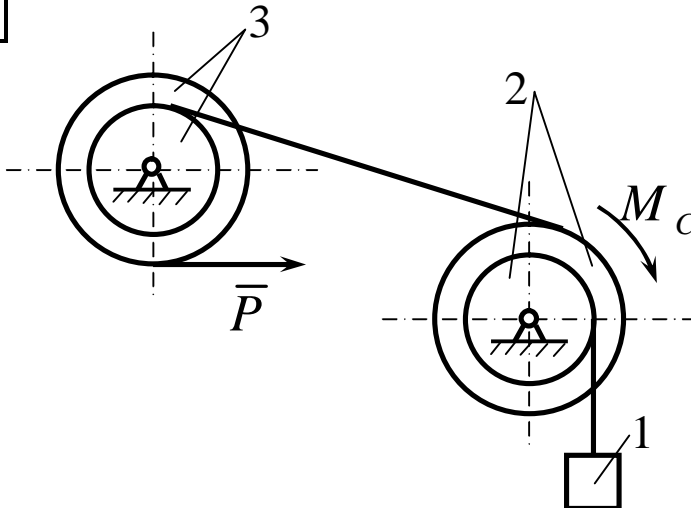
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 700 \text{ кг}; \\
 M &= 9800 \text{ Нм}; \\
 r_2 &= 0,4 R_2; \\
 R_2 &= 50 \text{ см}; \\
 r_3 &= 0,5 R_3; \\
 R_3 &= 50 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$M_c.$$

8



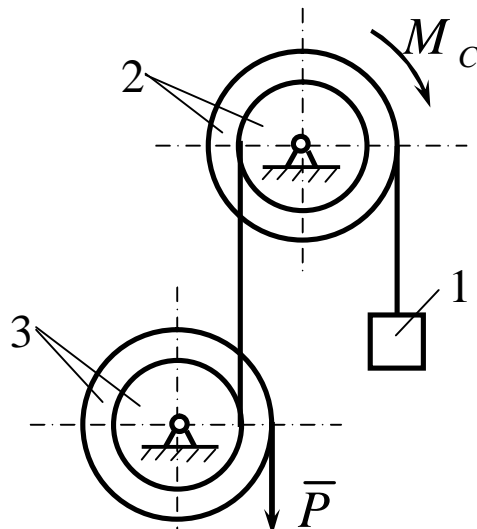
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 300 \text{ кг}; \\
 M &= 2900 \text{ Нм}; \\
 r_2 &= 0,5 R_2; \\
 R_2 &= 40 \text{ см}; \\
 r_3 &= 0,7 R_3; \\
 R_3 &= 50 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$M_c.$$

9



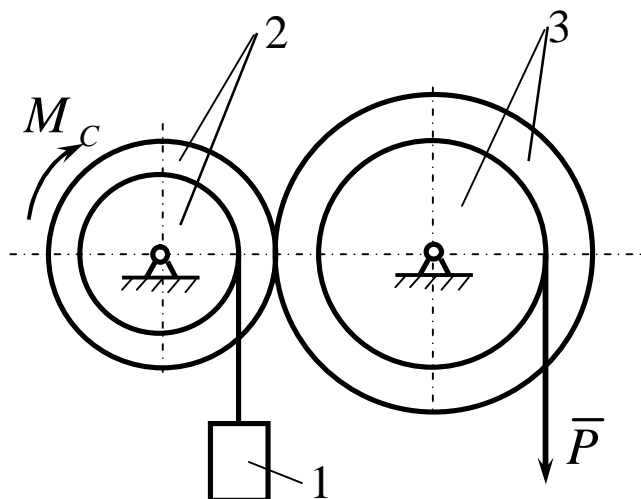
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 500 \text{ кг}; \\
 M &= 3800 \text{ Нм}; \\
 r_2 &= 0,7 R_2; \\
 R_2 &= 40 \text{ см}; \\
 r_3 &= 0,4 R_3; \\
 R_3 &= 50 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$M_c.$$

10



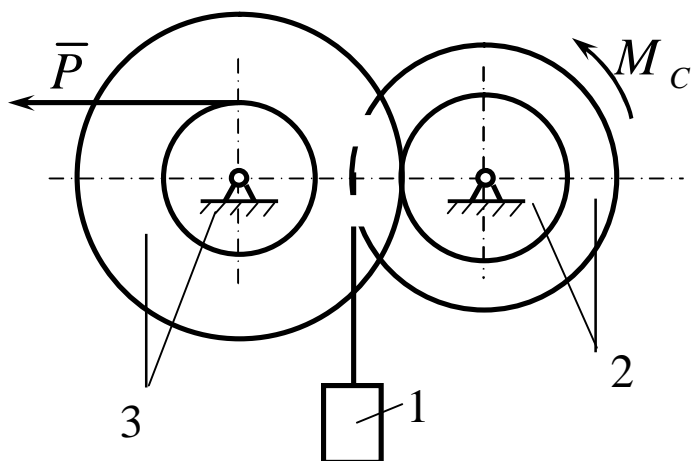
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 400 \text{ кг}; \\
 M &= 7500 \text{ Нм}; \\
 r_2 &= 0,6 R_2; \\
 R_2 &= 50 \text{ см}; \\
 r_3 &= 0,7 R_3; \\
 R_3 &= 60 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$M_C.$$

11



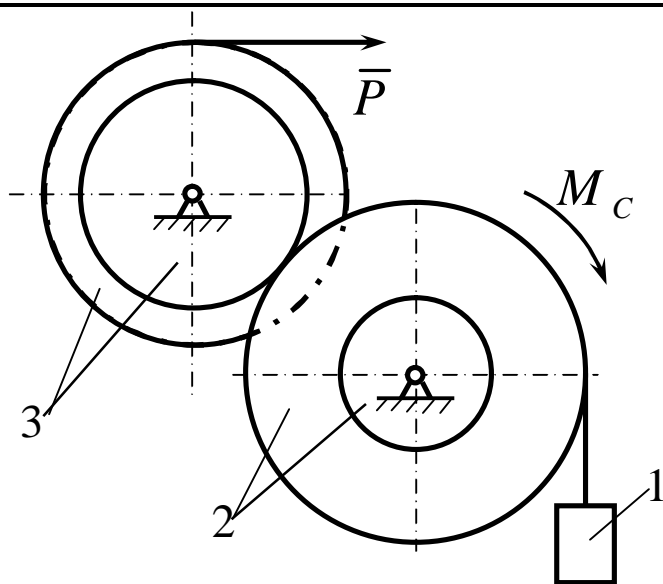
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 400 \text{ кг}; \\
 M &= 14400 \text{ Нм}; \\
 r_2 &= 0,7 R_2; \\
 R_2 &= 30 \text{ см}; \\
 r_3 &= 0,6 R_3; \\
 R_3 &= 50 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$M_C.$$

12



Дано:

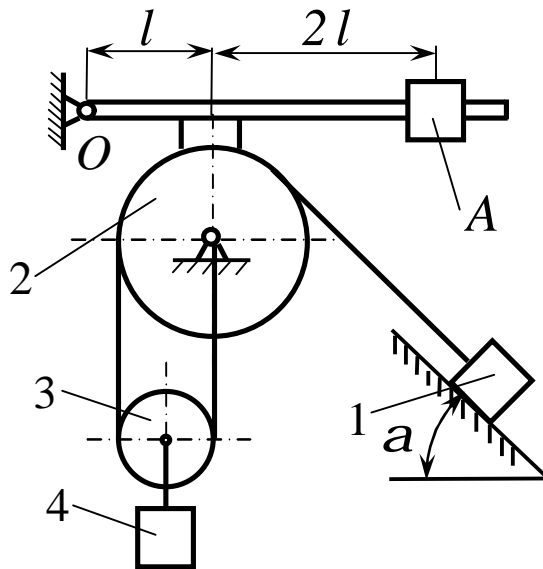
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 700 \text{ кг}; \\
 M &= 4000 \text{ Нм}; \\
 r_2 &= 0,5 R_2; \\
 R_2 &= 60 \text{ см}; \\
 r_3 &= 0,7 R_3; \\
 R_3 &= 40 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$M_C.$$



13



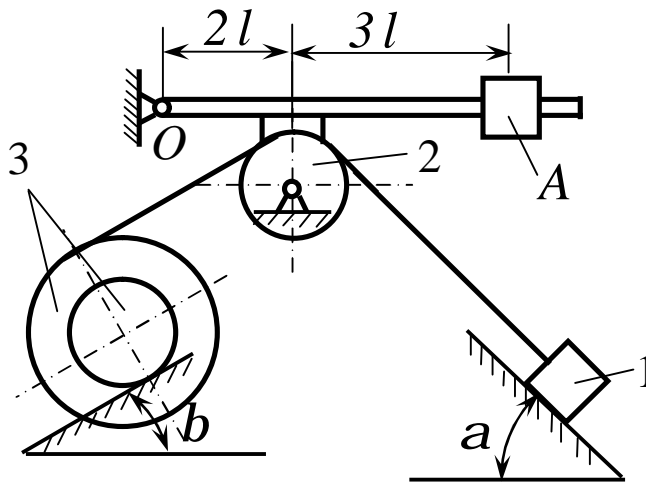
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 4m; \\
 m_3 &= m; \\
 m_4 &= 0,5m; \\
 R_2 &= 50\text{см}; \\
 2r_3 &= R_2; \\
 \alpha &= 45^\circ; \\
 f_1 &= 0,2.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$m_A.$$

14



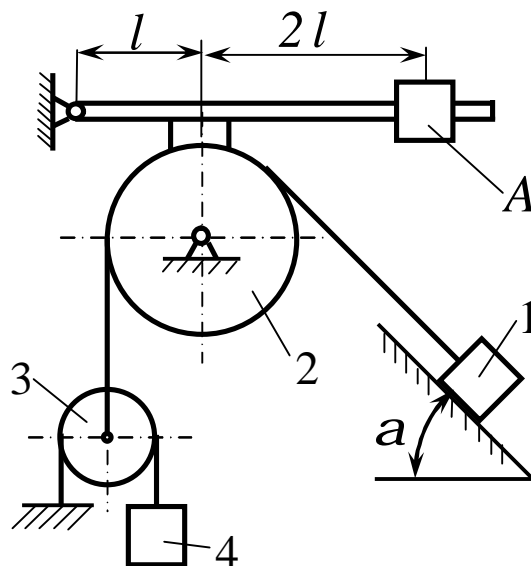
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 5m; \\
 m_3 &= m; \\
 r_2 &= 20\text{ см}; \\
 R_3 &= 40\text{ см}; \\
 r_3 &= 0,7 R_3; \\
 \alpha &= 45^\circ; \\
 \beta &= 30^\circ; \\
 f_1 &= 0,15; \\
 \delta &= 0,2\text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$m_A.$$

15



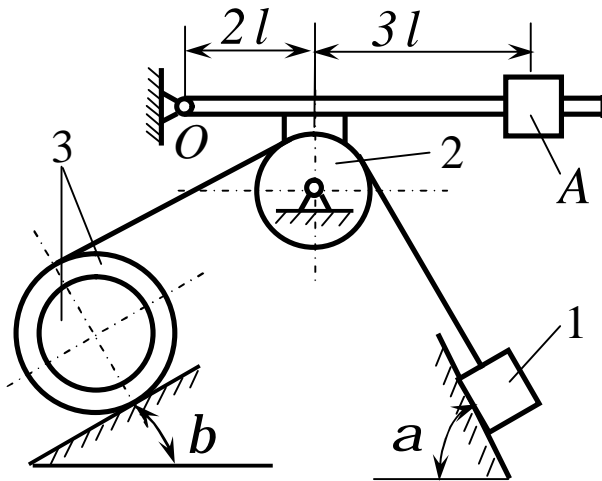
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 4m; \\
 m_3 &= m; \\
 m_4 &= 0,5m; \\
 r_2 &= 30\text{см}; \\
 r_3 &= 25\text{см}; \\
 \alpha &= 45^\circ; \\
 f_1 &= 0,1.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$m_A.$$

16



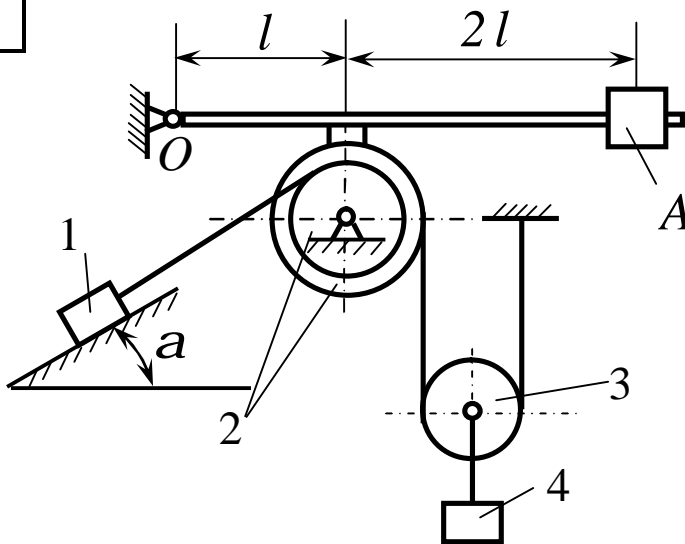
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 5m; \\
 m_3 &= 1,5m; \\
 r_2 &= 30 \text{ см}; \\
 R_3 &= 50 \text{ см}; \\
 r_3 &= 0,7 R_3; \\
 \alpha &= 60^\circ; \\
 \beta &= 30^\circ; \\
 f_1 &= 0,1; \\
 \delta &= 0,2 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$m_A.$$

17



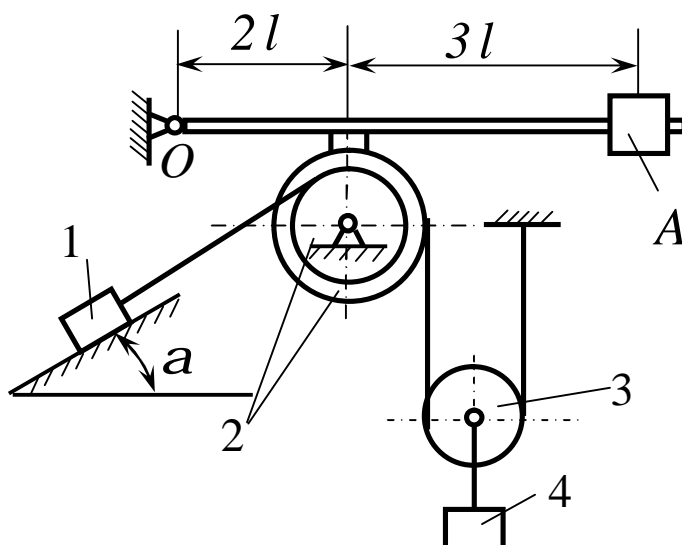
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6m; \\
 m_3 &= m; \\
 m_4 &= 0,5m; \\
 r_3 &= 30 \text{ см}; \\
 R_2 &= 50 \text{ см}; \\
 r_2 &= 0,5 R_2; \\
 \alpha &= 30^\circ; \\
 f_1 &= 0,15.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$m_A.$$

18



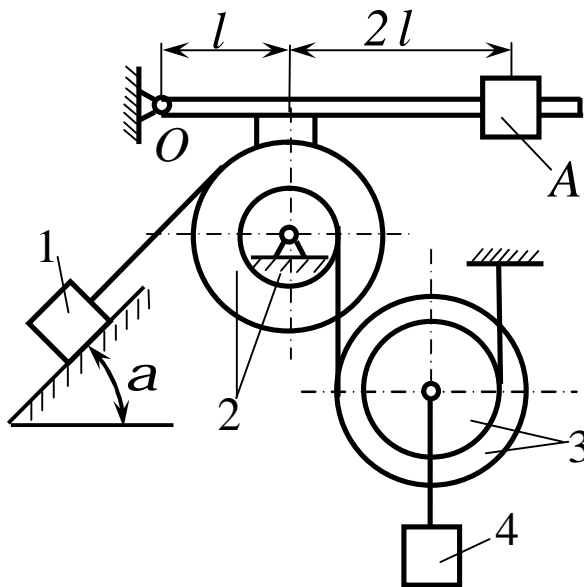
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 10m; \\
 m_3 &= m; \\
 m_4 &= 0,5m; \\
 r_3 &= 20 \text{ см}; \\
 R_2 &= 50 \text{ см}; \\
 r_2 &= 0,5 R_2; \\
 \alpha &= 30^\circ; \\
 f_1 &= 0,15.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$m_A.$$

19



Дано:

$$m_1 = 6m;$$

$$m_3 = 1,5m;$$

$$m_4 = m;$$

$$r_3 = 0,7 R_3;$$

$$r_2 = 0,5 R_2;$$

$$R_2 = 40 \text{ см};$$

$$R_3 = 50 \text{ см};$$

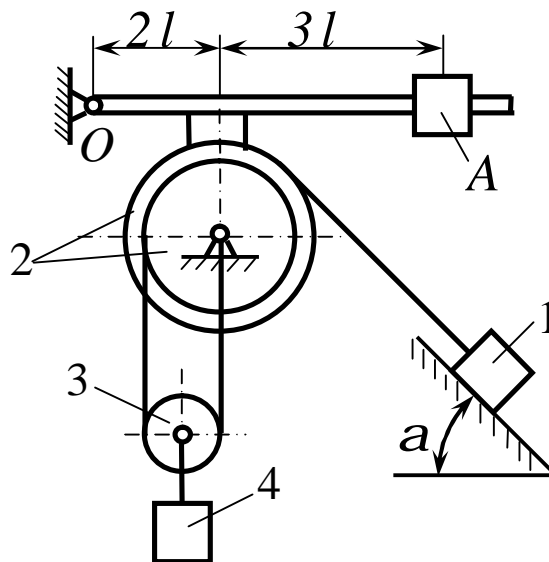
$$\alpha = 45^\circ;$$

$$f_1 = 0,1.$$

Знайти:

$$m_A.$$

20



Дано:

$$m_1 = 8m;$$

$$m_3 = 1,5m;$$

$$m_4 = m;$$

$$2r_3 = r_2;$$

$$r_2 = 0,6 R_2;$$

$$R_2 = 50 \text{ см};$$

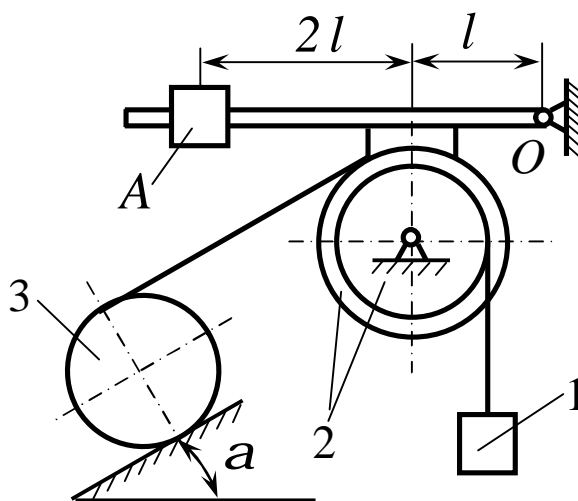
$$\alpha = 45^\circ;$$

$$f_1 = 0,15.$$

Знайти:

$$m_A.$$

21



Дано:

$$m_1 = 4m;$$

$$m_3 = m;$$

$$r_2 = 0,7 R_2;$$

$$R_2 = 40 \text{ см};$$

$$r_3 = 30 \text{ см};$$

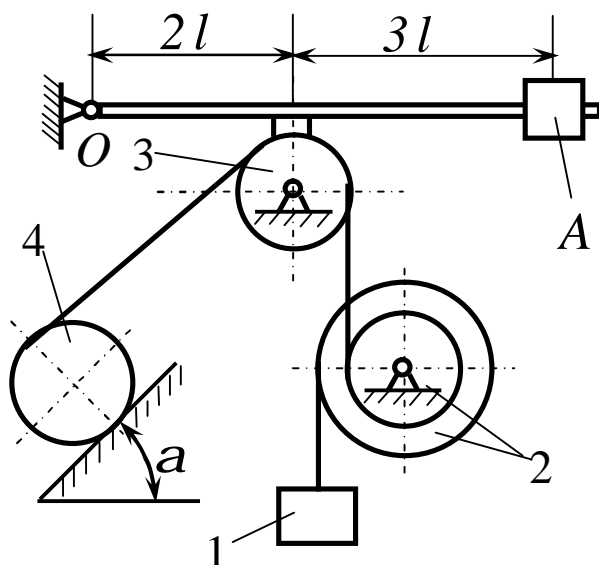
$$\alpha = 30^\circ;$$

$$\delta = 0,25 \text{ см}.$$

Знайти:

$$m_A.$$

22



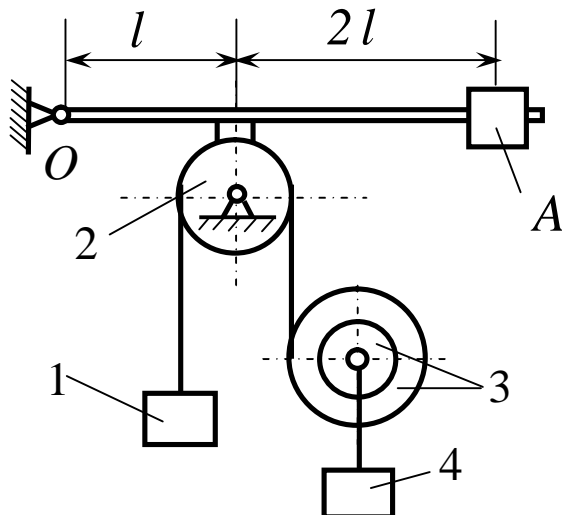
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 8m; \\
 m_4 &= 2m; \\
 r_2 &= 0,5 R_2; \\
 r_4 &= 30 \text{ см}; \\
 R_2 &= 40 \text{ см}; \\
 r_3 &= 25 \text{ см}; \\
 \alpha &= 45^\circ; \\
 \delta &= 0,2 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$m_A.$$

23



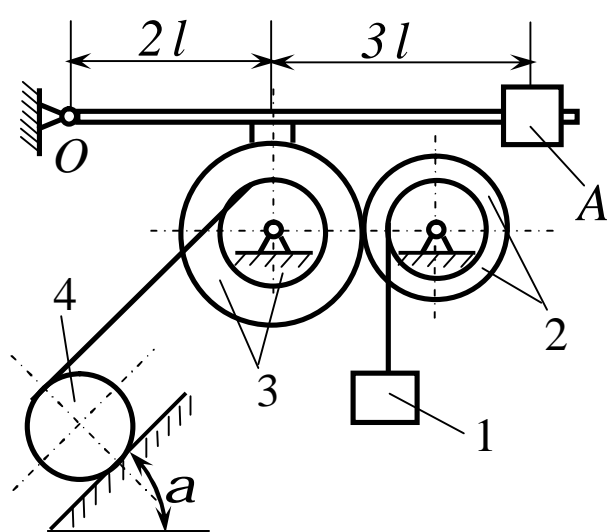
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 7m; \\
 m_3 &= 1,5m; \\
 m_4 &= m; \\
 r_2 &= 25 \text{ см}; \\
 r_3 &= 0,5 R_3; \\
 R_3 &= 40 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$m_A.$$

24



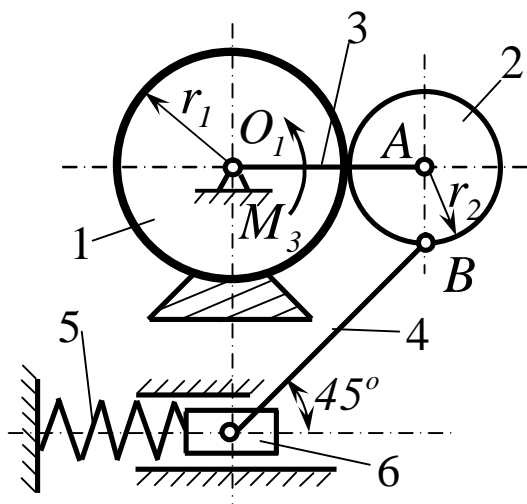
Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 5m; \\
 m_4 &= 1,5m; \\
 r_3 &= 0,5 R_3; \\
 r_2 &= 0,7 R_2; \\
 r_4 &= 25 \text{ см}; \\
 R_2 &= 50 \text{ см}; \\
 R_3 &= 40 \text{ см}; \\
 \alpha &= 45^\circ; \\
 \delta &= 0,2 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Знайти:

$$m_A.$$

25



Дано:

$$r_1 = 20 \text{ см};$$

$$r_2 = 15 \text{ см};$$

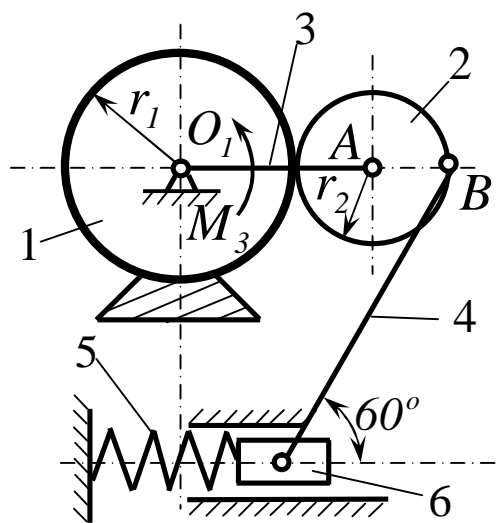
$$M_3 = 300 \text{ Нм};$$

$$c = 90 \text{ Н/см}.$$

Знайти:

 $\lambda$ .

26



Дано:

$$r_1 = 20 \text{ см};$$

$$r_2 = 15 \text{ см};$$

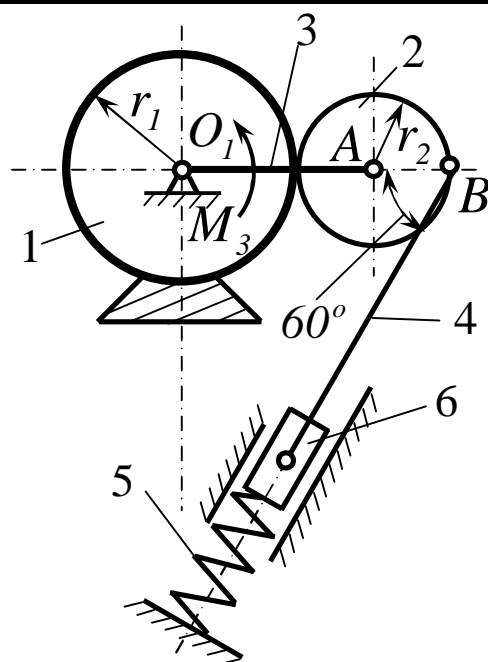
$$M_3 = 200 \text{ Нм};$$

$$c = 50 \text{ Н/см}.$$

Знайти:

 $\lambda$ .

27



Дано:

$$r_1 = 20 \text{ см};$$

$$r_2 = 15 \text{ см};$$

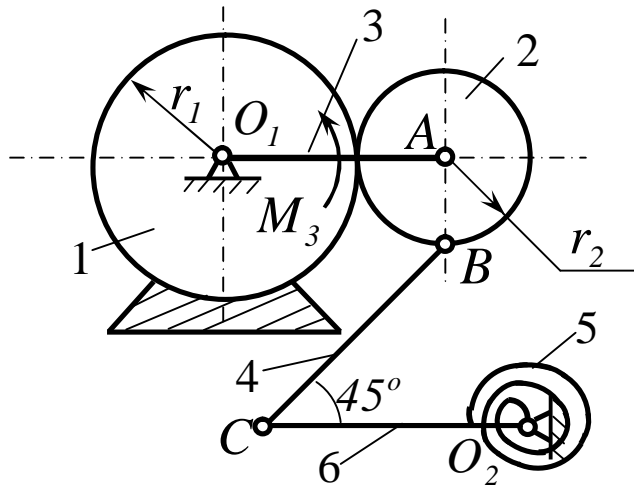
$$M_3 = 250 \text{ Нм};$$

$$c = 50 \text{ Н/см}.$$

Знайти:

 $\lambda$ .

28



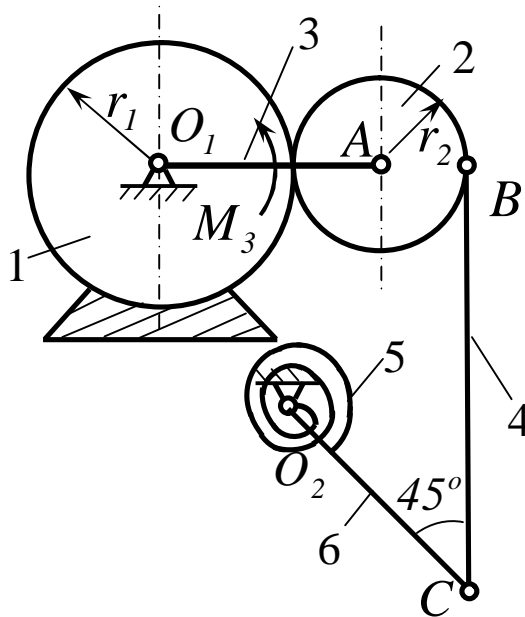
Дано:

$$\begin{aligned} r_1 &= 20 \text{ см}; \\ r_2 &= 15 \text{ см}; \\ l_6 &= 15 \text{ см}; \\ M_3 &= 150 \text{ Нм}; \\ c &= 200 \text{ Нм/рад}. \end{aligned}$$

Знайти:

$$\varphi_{пр}.$$

29



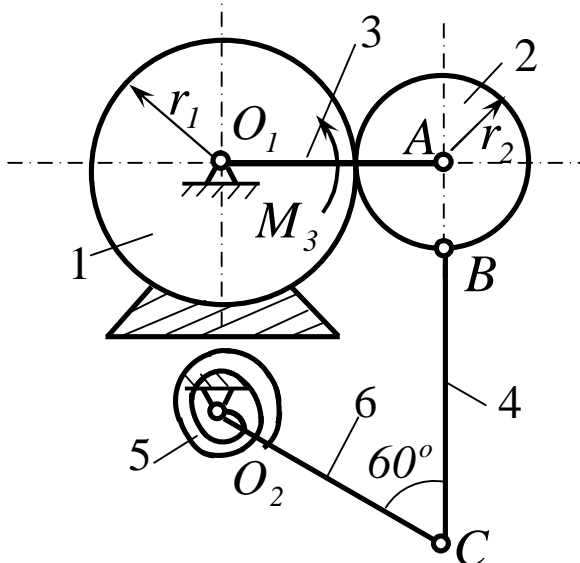
Дано:

$$\begin{aligned} r_1 &= 20 \text{ см}; \\ r_2 &= 15 \text{ см}; \\ l_6 &= 15 \text{ см}; \\ M_3 &= 200 \text{ Нм}; \\ c &= 250 \text{ Нм/рад}. \end{aligned}$$

Знайти:

$$\varphi_{пр}.$$

30



Дано:

$$\begin{aligned} r_1 &= 20 \text{ см}; \\ r_2 &= 15 \text{ см}; \\ l_6 &= 10 \text{ см}; \\ M_3 &= 150 \text{ Нм}; \\ c &= 200 \text{ Нм/рад}. \end{aligned}$$

Знайти:

$$\varphi_{пр}.$$

## **CP 22. Загальне рівняння динаміки**

Для заданої механічної системи з ідеальними в'язями виконати слідує завдання.

### ***Завдання 1***

Записати загальне рівняння динаміки. Зобразити на рисунку всі зовнішні активні сили, головні вектори і головні моменти сил інерції. Записати формули для визначення головних векторів та головних моментів сил інерції, виразити останні величини через прискорення вантажу 1.

### ***Завдання 2***

Записати загальне рівняння динаміки. Дати системі можливе переміщення. Зобразити на рисунку можливі переміщення всіх тіл, або центрів мас тіл системи, виразивши їх через можливе переміщення тіла 1. Записати зв'язок між можливими переміщеннями.

### ***Завдання 3***

Визначити за допомогою загального рівняння динаміки прискорення вантажу 1.

### ***Завдання 4***

Для схем 25...30 скласти загальні рівняння динаміки. Зобразити на рисунку всі зовнішні активні сили, головні вектори і головні моменти сил інерції, а також можливі переміщення всіх тіл, або центрів мас тіл системи. Записати формули для визначення головних векторів та головних моментів сил інерції.

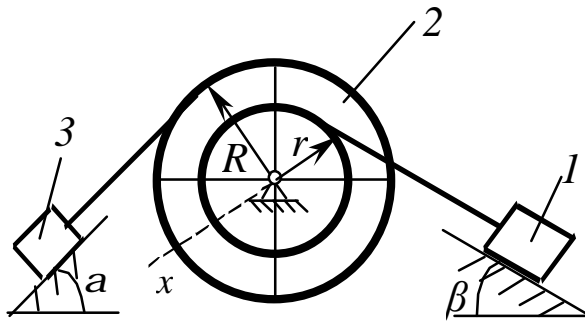
### ***Завдання 5***

Для схем 25..30 визначити прискорення тіла 1 та тіла 2, використовуючи загальні рівняння динаміки.

### ***Примітка***

Масою гнучких в'язей та тертям ковзання знехтувати. Коефіцієнт тертя кочення вважати рівним нулю.

1



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3;$$

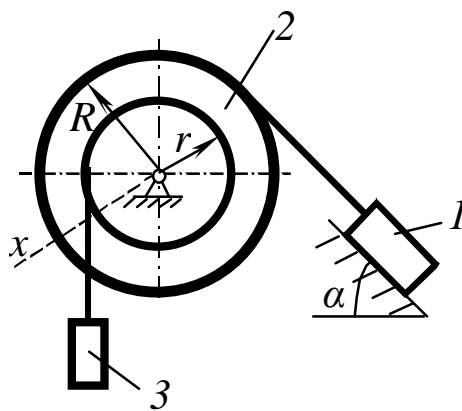
$$i_{2x}=2r$$

$$R/r=4$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

2



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

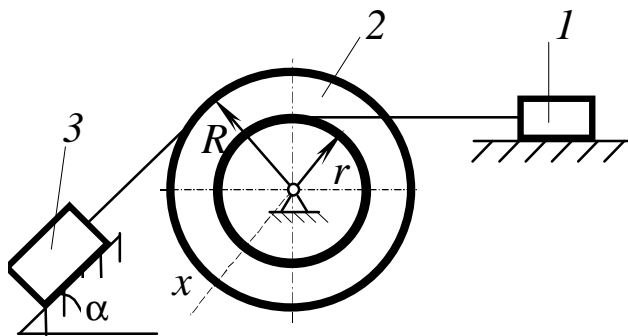
$$i_{2x}=\sqrt{2} r;$$

$$R/r=2;$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

3



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

$$i_{2x}=\sqrt{3} r;$$

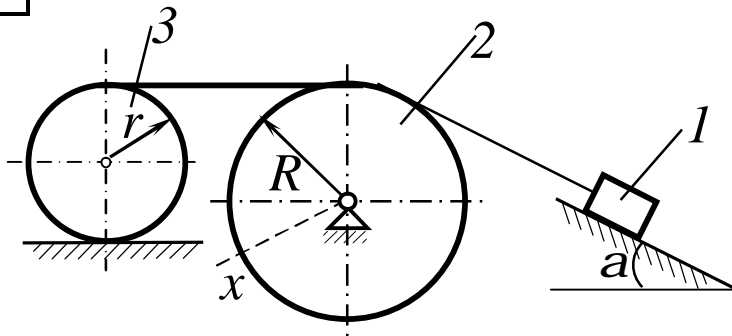
$$R/r=4;$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$



4



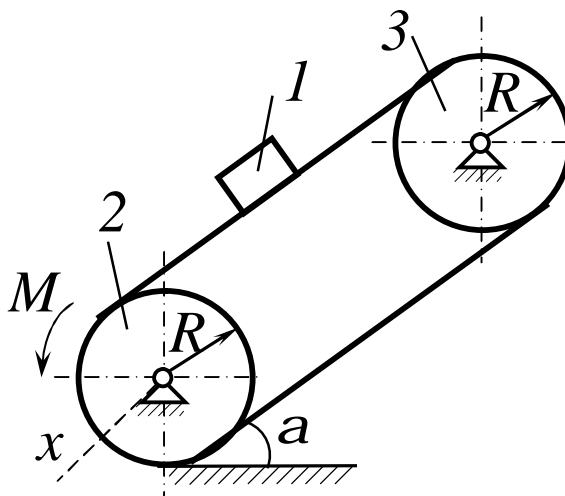
Дано:

$$m_1 = 3m; \quad m_2 = m; \\ m_3 = m/3; \\ i_{2x} = r; \\ \text{тіло 2} - \text{ диск};$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

5



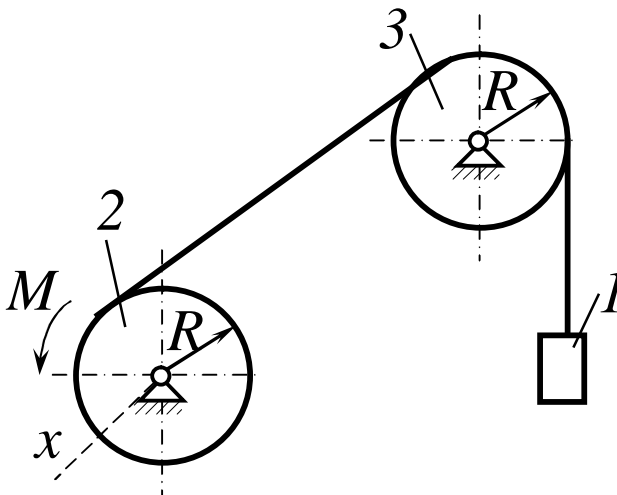
Дано:

$$m_1 = 3m; \quad m_2 = m; \\ m_3 = m/3; \\ i_{2x} = r; \quad \text{тіло 3} - \text{ диск}; \\ M = mgR;$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

6



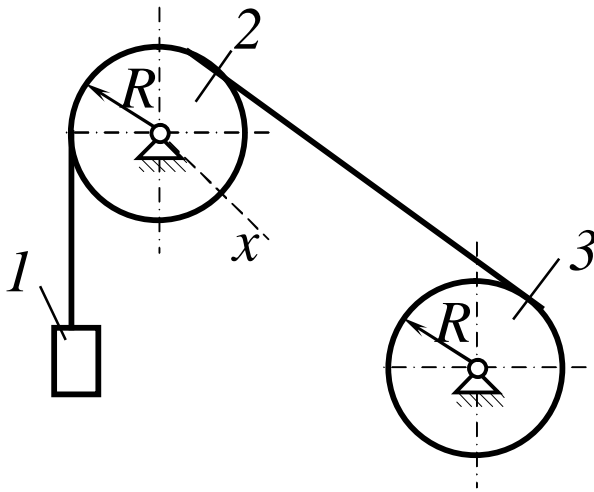
Дано:

$$m_1 = 3m; \quad m_2 = m; \\ \text{тіло 2} - \text{ диск}; \\ \text{маса тіла 3} \\ \text{розподілена по} \\ \text{ободу}; \\ M = mgR;$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$

7



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3;$$

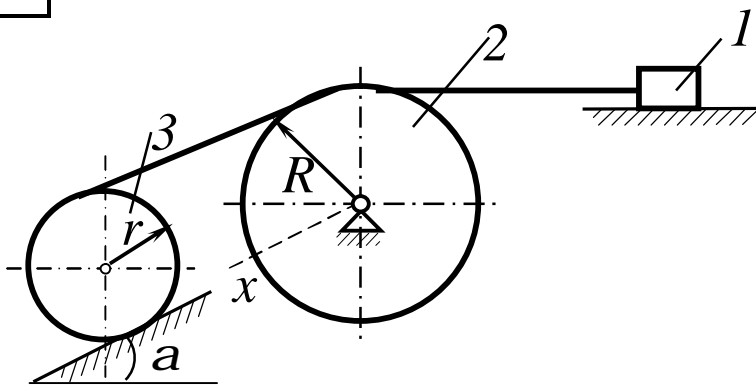
$$i_{2x}=R;$$

тіло 3 – диск;

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

8



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

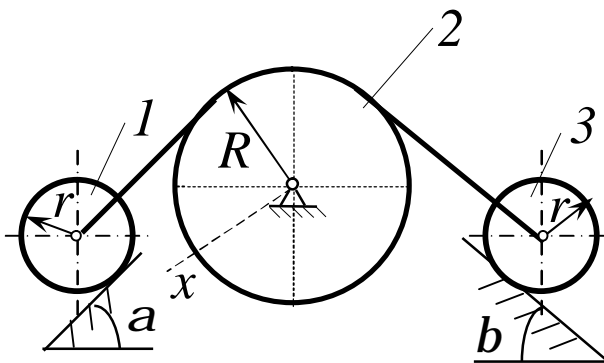
$$i_{2x}=r;$$

тіло 3 – диск;

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

9



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

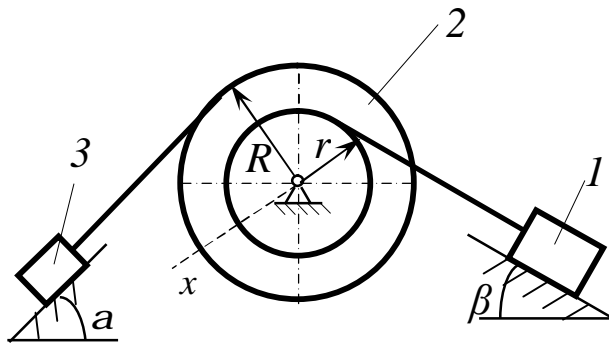
тіла 1 та 3 –  
диски;

маса тіла 2  
розподілена по  
ободу

Знайти:

Прискорення  $a_1$

10



Дано:

$$m_1 = 3m; m_2 = m;$$

$$m_3 = m/3;$$

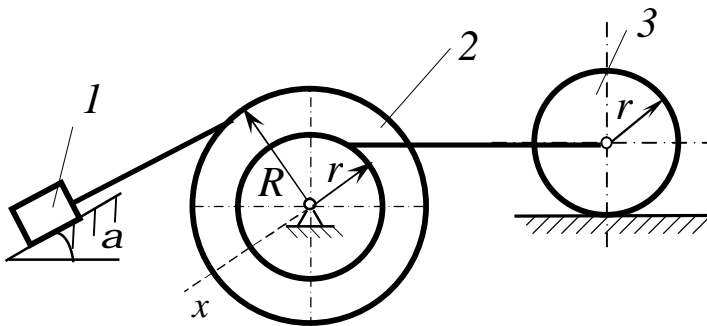
$$i_{2x} = \sqrt{3} r;$$

$$R/r = 3;$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

11



Дано:

$$m_1 = 5m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = m;$$

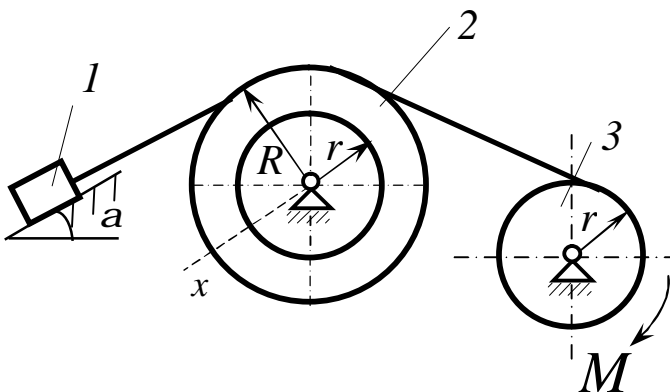
$$i_{2x} = 3r;$$

$$R/r = \sqrt{2};$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

12



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

$$i_{2x} = \sqrt{3} r;$$

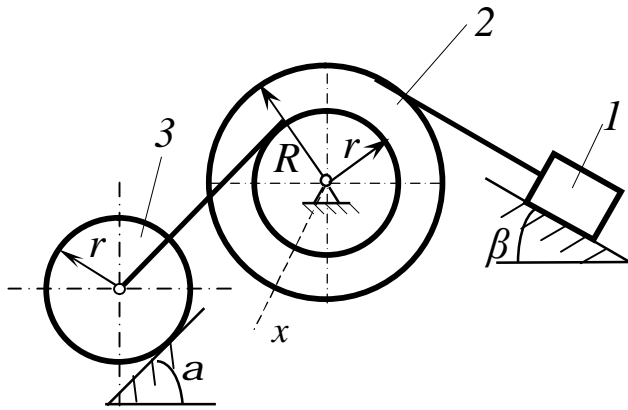
$$R/r = 4;$$

$$M = 4mgr;$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$

13



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

$$i_{2x} = \sqrt{3} r;$$

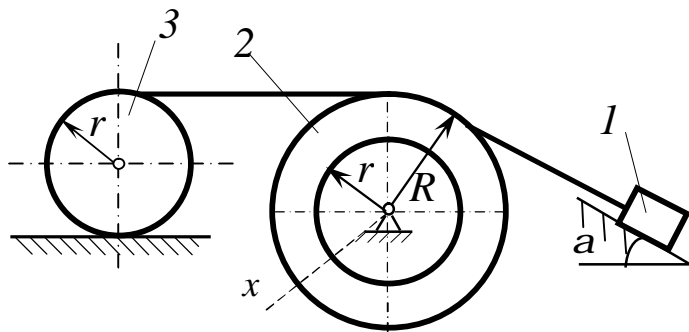
$$R/r = 4;$$

$$M = 4mgr.$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

14



Дано:

$$m_1 = 5m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = m;$$

$$i_{2x} = \sqrt{3} r;$$

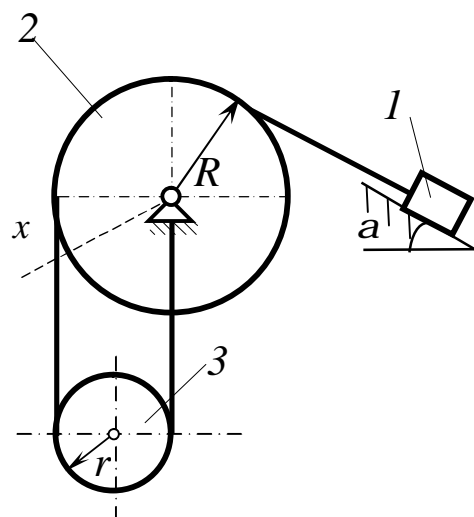
тіло 3 – диск;

$$R/r = 2.$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

15



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

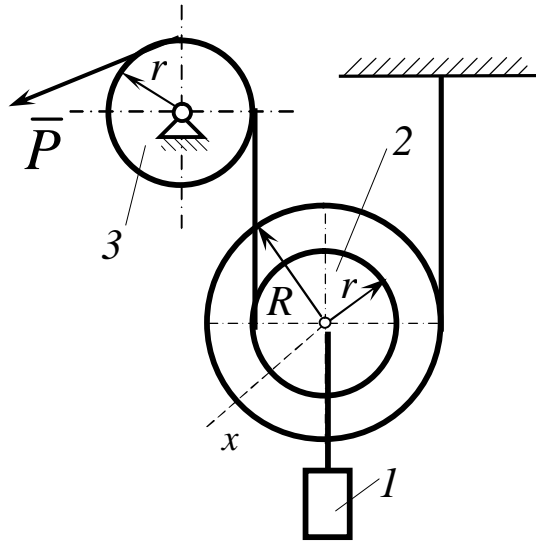
$$i_{2x} = \sqrt{3} r;$$

$$R/r = 4.$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$

16



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3;$$

$$i_{2x}=2r;$$

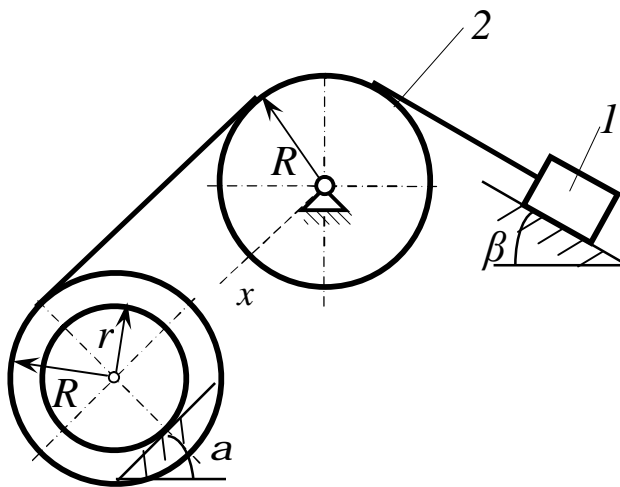
$$\text{тіло 3 – диск};$$

$$R/r=3; P=3mg.$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

17



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

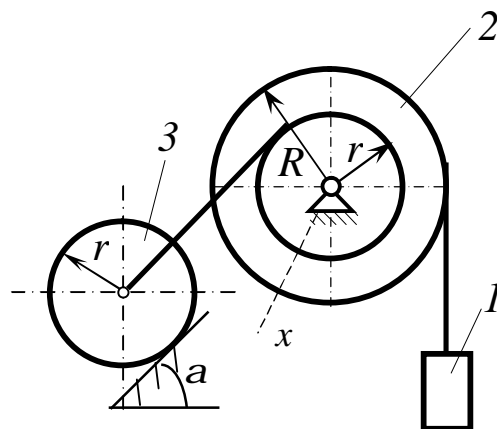
$$i_{2x}=\sqrt{3}r;$$

$$R/r=2.$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

18



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

$$\text{тіло 3 – диск};$$

$$\text{маса тіла 2}$$

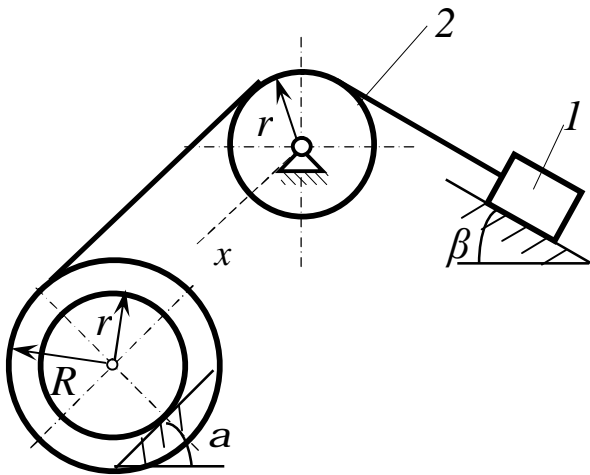
$$\text{розподілена по}$$

$$\text{ободу}$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$

19



Дано:

$$m_1 = 3m; m_2 = m;$$

$$m_3 = m/3;$$

$$i_{3x} = 2r;$$

$$R/r = 3;$$

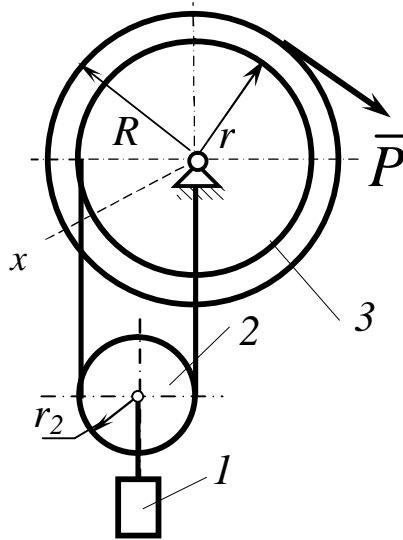
тіло 2 – диск;

$$r_2 = r_3 = r.$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

20



Дано:

$$m_1 = 5m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = m;$$

$$i_{3x} = \sqrt{3} r;$$

$$R/r = 2;$$

$$P = 3mg;$$

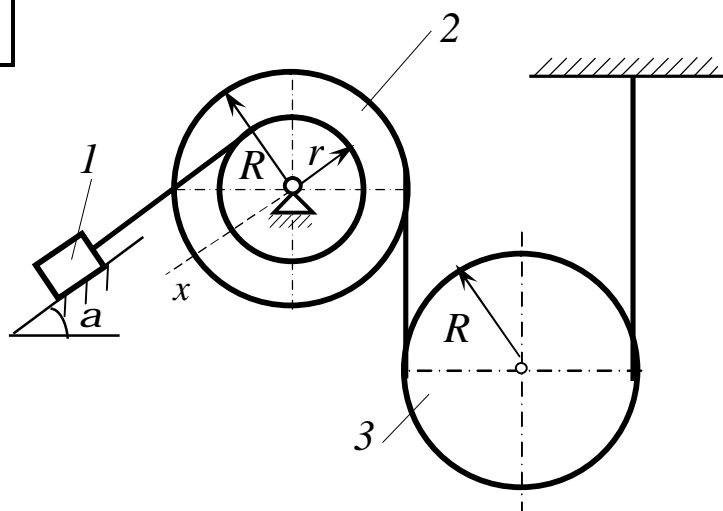
тіло 2 – диск

радіуса  $r_2$ .

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

21



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

тіло 3 – диск;

маса тіла 2

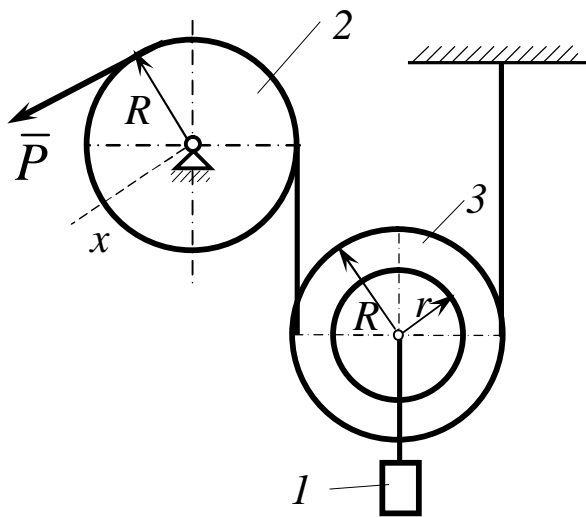
розподілена по

ободу;  $R_2 = R; R_2 = R_3$ 

Знайти:

Прискорення  $a_1$

22



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3;$$

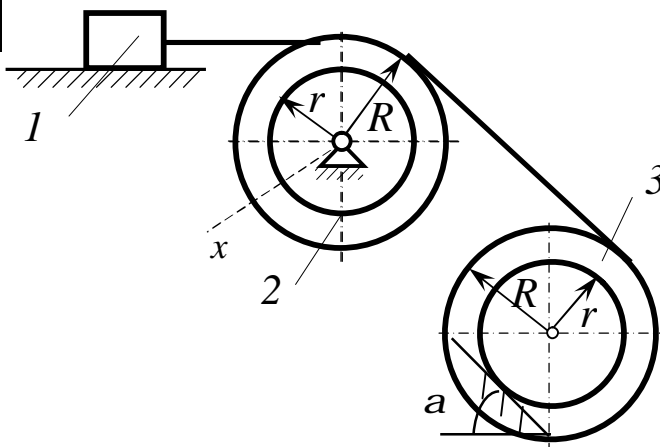
$$i_{2x}=2r; P=mg;$$

$$R/r=3.$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

23



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

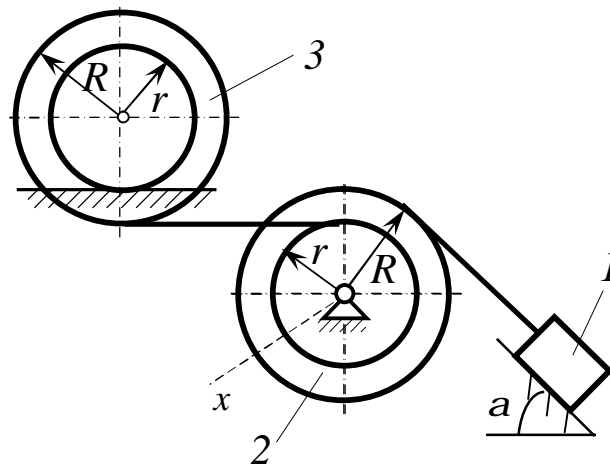
$$i_{2x}=3r;$$

$$R/r=2.$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$ 

24



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

$$\text{тіло 2} - \text{диск};$$

$$R/r=3;$$

$$\text{маса тіла 3}$$

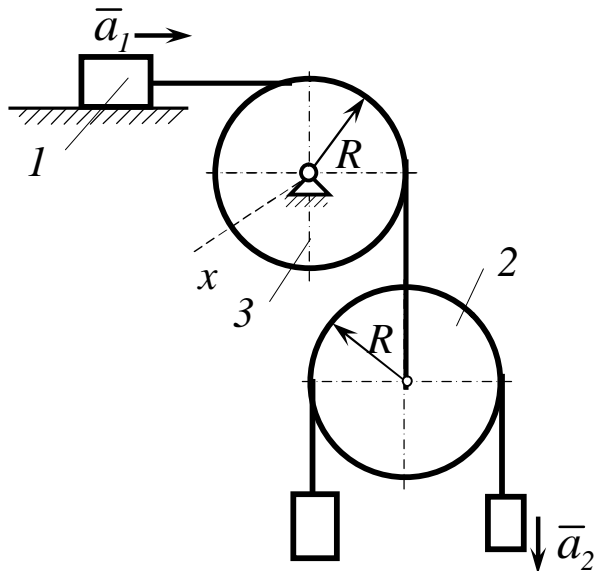
$$\text{розподілена по}$$

$$\text{ободу.}$$

Знайти:

Прискорення  $a_1$

25



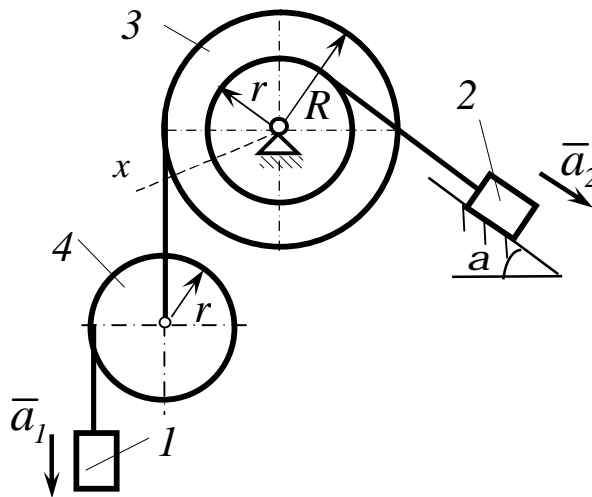
Дано:

$m_1=3m$ ;  $m_2=m$ ;  
 $m_3=m$ ;  $m_4=2m$ ;  
 $m_5=m$ ;  
 тіла 3 та 4 – диски.

Знайти:

Прискорення  $a_1, a_2$ .

26



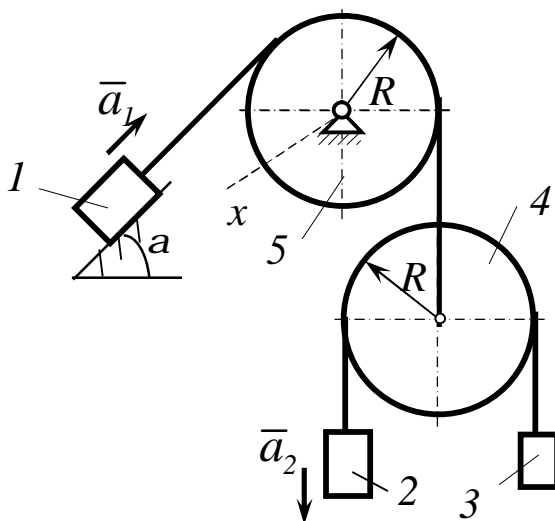
Дано:

$m_1=m$ ;  $m_2=2m$ ;  
 $m_3=3m$ ;  
 тіло 2 – диск;  
 $R/r=3$ ;  
 маса тіла 3  
 розподілена по  
 ободу

Знайти:

Прискорення  $a_1, a_2$ .

27



Дано:

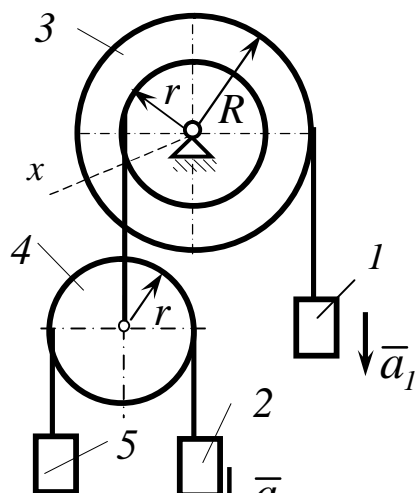
$m_1=m$ ;  $m_2=2m$ ;  
 $m_3=3m$ ;  
 тіло 2 – диск;  
 $R/r=3$ ;  
 маса тіла 3  
 розподілена по  
 ободу

Знайти:

Прискорення  $a_1, a_2$ .



28



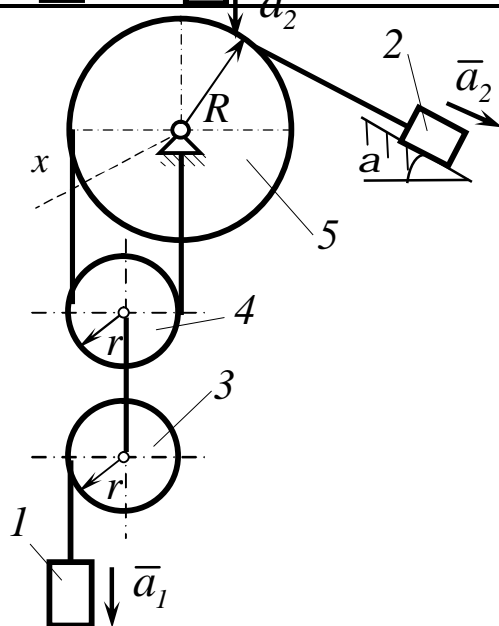
Дано:

$m_1=3m; m_2=m;$   
 $m_3=m/3; m_4=2m;$   
 $m_5=m; i_{3x}=2r;$   
 тіло 4 – диск;  
 $R_3/r_3=3.$

Знайти:

Прискорення  $a_1, a_2.$ 

29



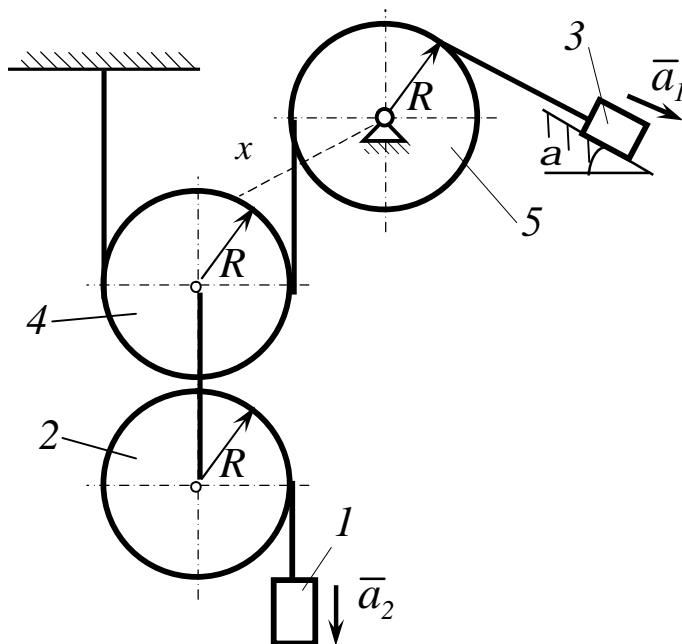
Дано:

$m_1=5m; m_2=2m;$   
 $m_3=m; m_4=m;$   
 $m_5=3m;$   
 тіла 3 та 4 – диски.  
 маса тіла 5  
 розподілена по  
 ободу

Знайти:

Прискорення  $a_1, a_2.$ 

30



Дано:

$m_1=m; m_2=2m;$   
 $m_3=3m; m_4=2m;$   
 $m_5=2m;$   
 тіла 2 та 4 – диски.  
 маса тіла 5  
 розподілена по  
 ободу

Знайти:

Прискорення  $a_1, a_2.$

## **CP 23. Рівняння Лагранжа**

Для заданої механічної системи з ідеальними в'язями виконати слідує завдання.

### ***Завдання 1***

Записати рівняння Лагранжа. Зобразити на рисунку всі зовнішні активні сили. Дати системі можливе переміщення. Зобразити на рисунку можливі переміщення всіх тіл, або центрів мас тіл системи, виразивши їх через можливе переміщення тіла 1 (для схем 1...24). Записати зв'язок між можливими переміщеннями. В схемах 25...30 можливі переміщення всіх тіл, або центрів мас тіл системи, виразити через можливе переміщення тіл 1 та 2 і теж записати зв'язок між можливими переміщеннями.

### ***Завдання 2***

Визначити за допомогою рівняння Лагранжа прискорення тіла 1 (для схем 25...30 визначити також прискорення тіла 2).

### ***Завдання 3***

Визначити узагальнену силу, яка відповідає узагальненій координаті тіла 1.

### ***Завдання 4***

Для схем 25...30 визначити узагальнені сили, що відповідають узагальненим координатам тіла 1 і тіла 2.

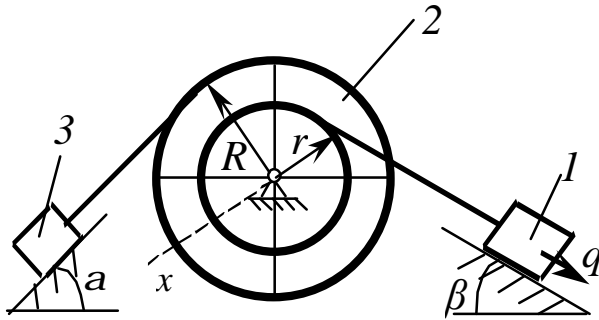
### ***Завдання 5***

Визначити кінетичну енергію системи, виразивши її через узагальнену швидкість тіла 1 (для схем 25...30 виразити кінетичну енергію системи через узагальнену швидкість тіла 1 і тіла 2).

### ***Примітка***

Масою гнучких в'язей та тертям ковзання знехтувати. Коефіцієнт тертя кочення вважати рівним нулю.

1



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3;$$

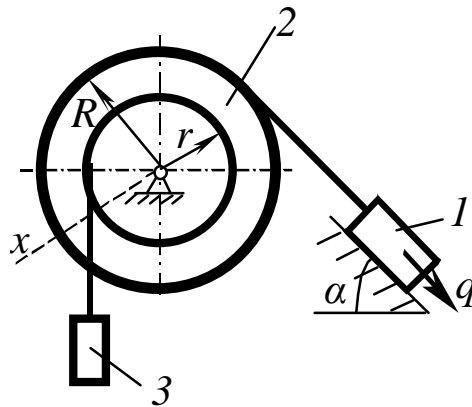
$$i_{2x}=2r$$

$$R/r=4$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\Phi)$ .

2



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

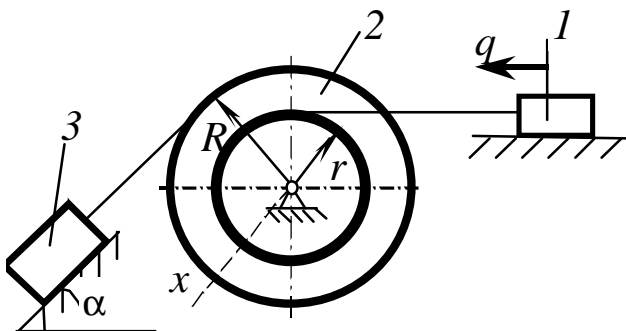
$$i_{2x}=\sqrt{2}r;$$

$$R/r=2;$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\Phi)$ .

3



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

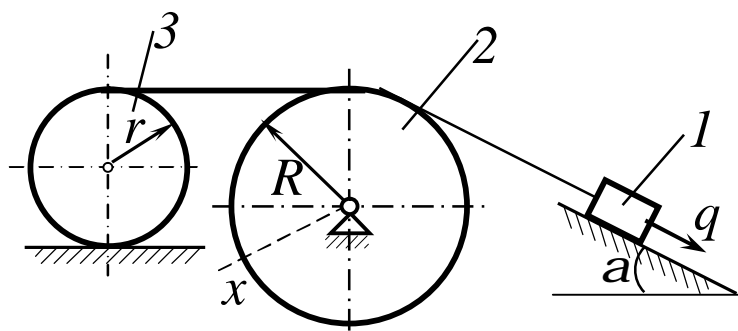
$$i_{2x}=\sqrt{3}r;$$

$$R/r=4;$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\Phi)$ .

4



Дано:

$$m_1 = 3m; m_2 = m;$$

$$m_3 = m/3;$$

$$i_{2x} = r;$$

тіло 2 – диск;

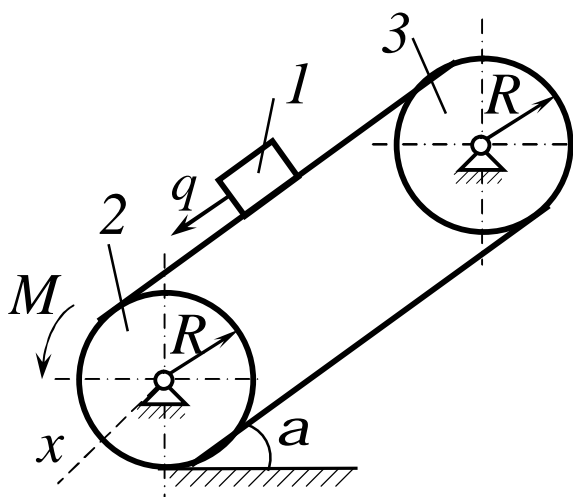
Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .

Кінетичну енергію

системи  $T = f(\&)$ .

5



Дано:

$$m_1 = 3m; m_2 = m;$$

$$m_3 = m/3;$$

$$i_{2x} = 3R; \text{ тіло 3 – диск;}$$

$$M = mgR;$$

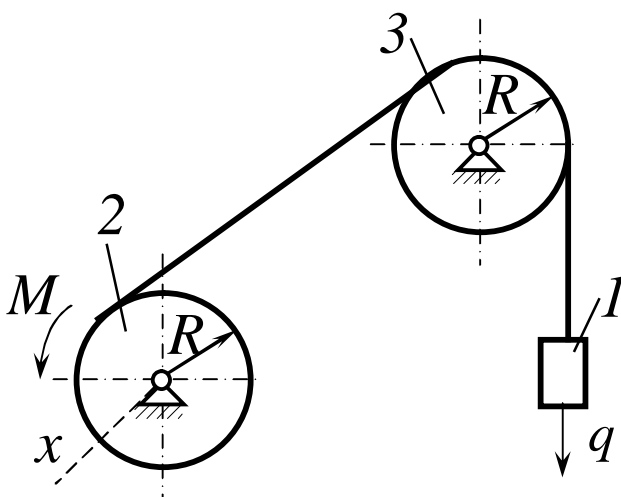
Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .

Кінетичну енергію

системи  $T = f(\&)$ .

6



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

тіло 2 – диск;

маса тіла 3

розподілена по ободу;

$$M = mgR;$$

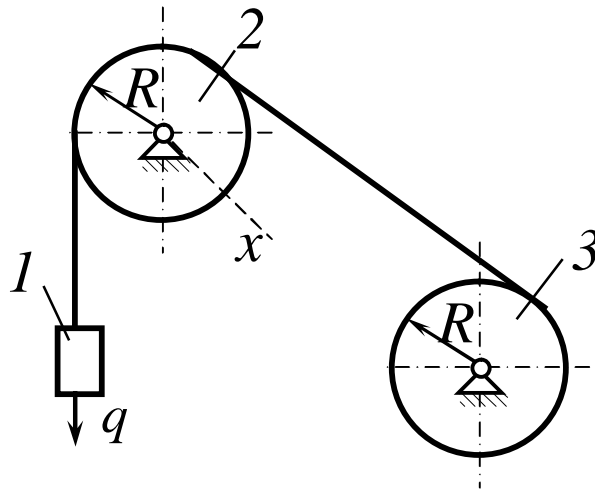
Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .

Кінетичну енергію

системи  $T = f(\&)$ .

7



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3;$$

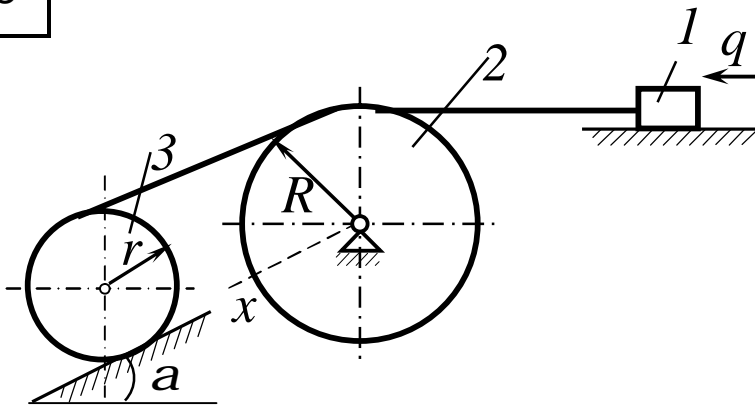
$$i_{2x}=R;$$

тіло 3 – диск;

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\&)$ .

8



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

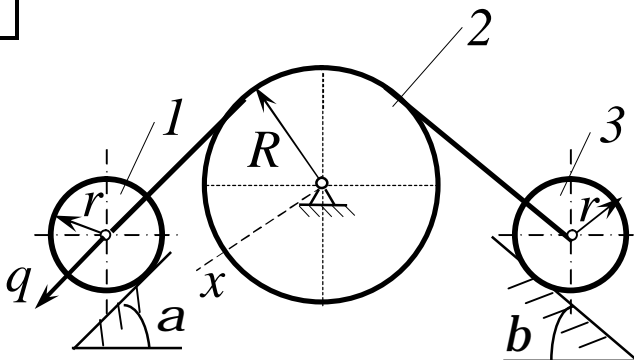
$$i_{2x}=r;$$

тіло 3 – диск;

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\&)$ .

9



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

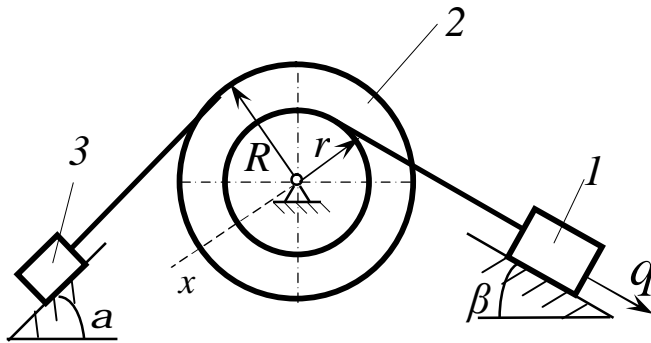
$$m_3=3m;$$

тіла 1 та 3 – диски;  
маса тіла 2  
розподілена по ободу

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\&)$ .

10



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3;$$

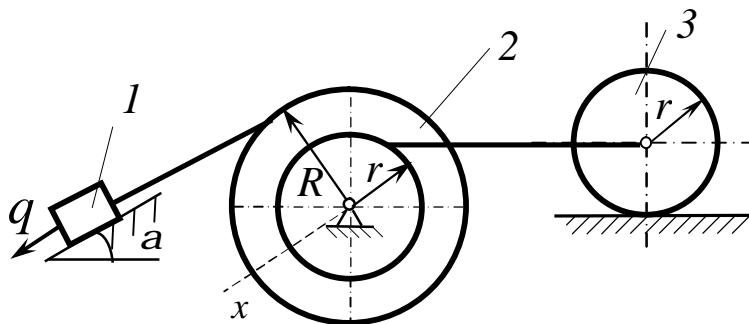
$$i_{2x}=\sqrt{3}r;$$

$$R/r=3;$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\Phi)$ .

11



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=m;$$

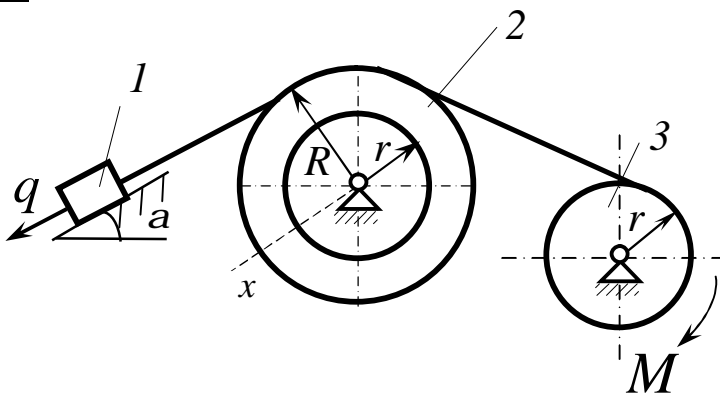
$$i_{2x}=3r;$$

$$R/r=\sqrt{2};$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\Phi)$ .

12



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

$$i_{2x}=\sqrt{3}r;$$

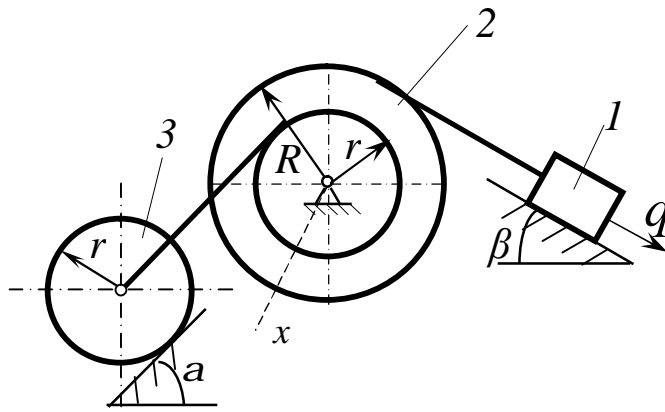
$$R/r=4;$$

$$M=4mgr;$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\Phi)$ .

13



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

$$i_{2x} = \sqrt{3} r;$$

$$R/r = 4;$$

$$M = 4mgr.$$

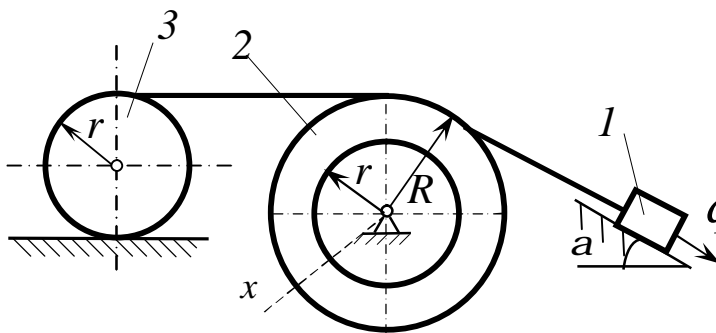
Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .

Кінетичну енергію

системи  $T = f(\Phi)$ .

14



Дано:

$$m_1 = 5m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = m;$$

$$i_{2x} = \sqrt{3} r;$$

тіло 3 – диск;

$$R/r = 2.$$

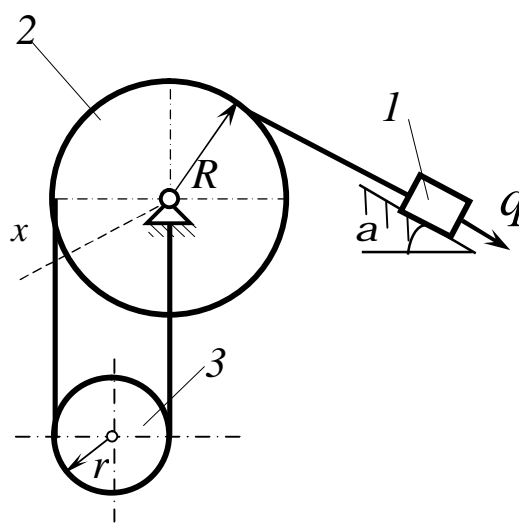
Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .

Кінетичну енергію

системи  $T = f(\Phi)$ .

15



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

$$i_{2x} = \sqrt{3} r;$$

$$R/r = 4.$$

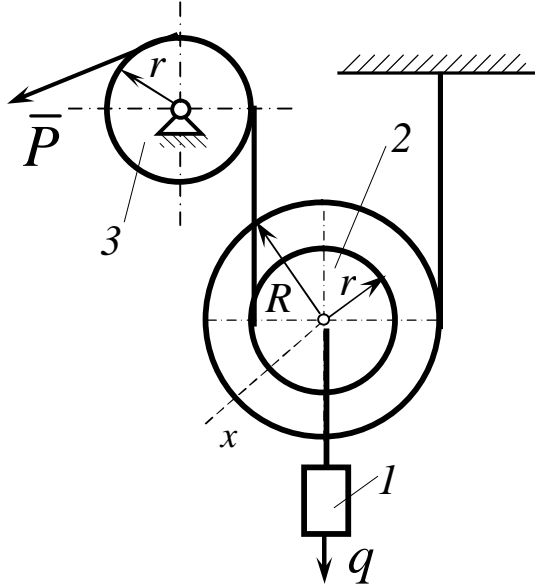
Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .

Кінетичну енергію

системи  $T = f(\Phi)$ .

16



Дано:

$$m_1 = 3m; m_2 = m;$$

$$m_3 = m/3;$$

$$i_{2x} = 2r;$$

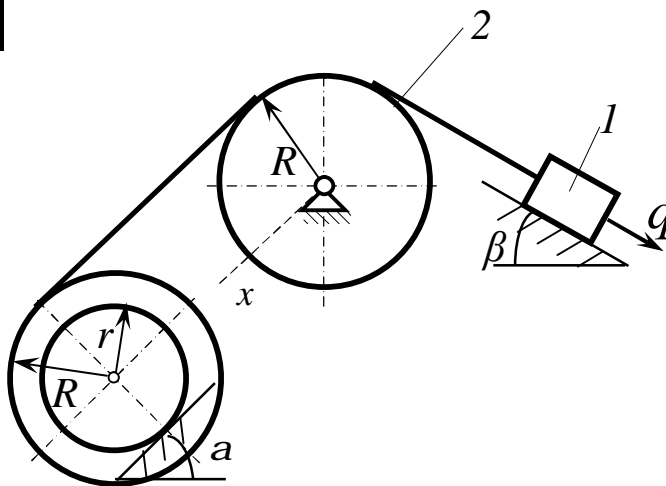
$$\text{тіло 3} - \text{диск};$$

$$R/r = 3; P = 3mg.$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\mathcal{E})$ .

17



Дано:

$$m_1 = 5m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = m;$$

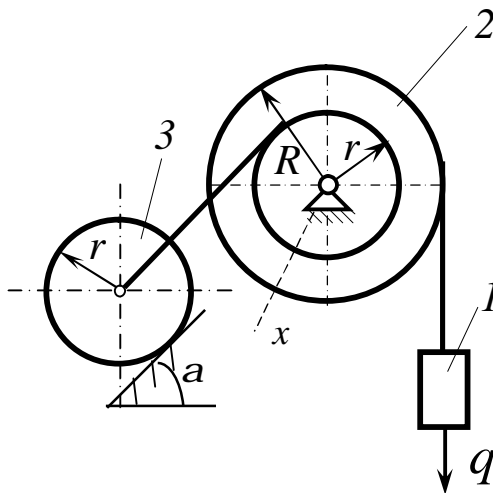
$$i_{2x} = \sqrt{3} r;$$

$$R/r = 2.$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\mathcal{E})$ .

18



Дано:

$$m_1 = m; m_2 = 2m;$$

$$m_3 = 3m;$$

$$\text{тіло 3} - \text{диск};$$

$$\text{маса тіла 2}$$

$$\text{розподілена по}$$

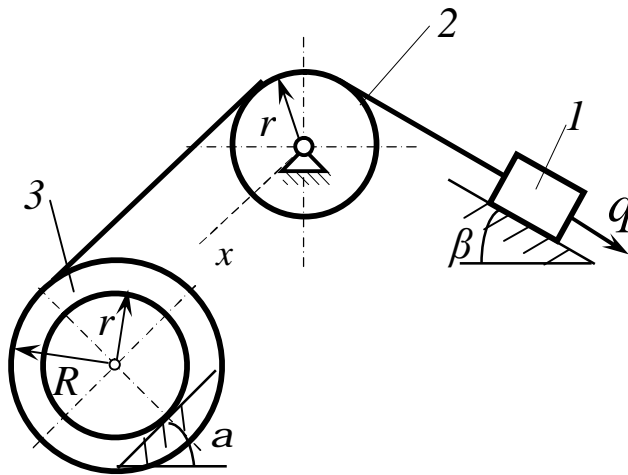
$$\text{ободу}$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\mathcal{E})$ .



19



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3; i_{3x}=2r;$$

$$R/r=3;$$

тіло 2 – диск;

$$r_2 = r_3 = r.$$

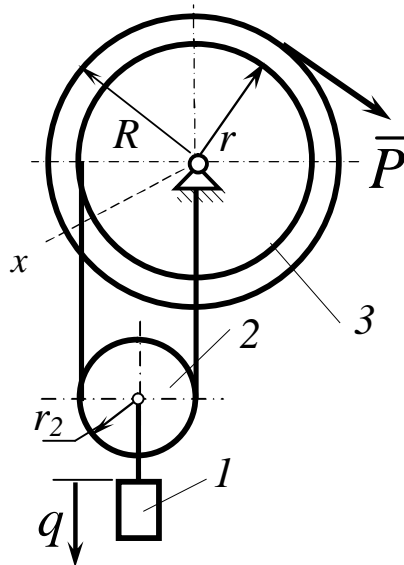
Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .

Кінетичну енергію

системи  $T = f(\Phi)$ .

20



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

$$m_3=m; i_{3x}=\sqrt{3}r;$$

$$R/r=2;$$

$$P=2mg;$$

тіло 2 – диск  
радіуса  $r_2$ .

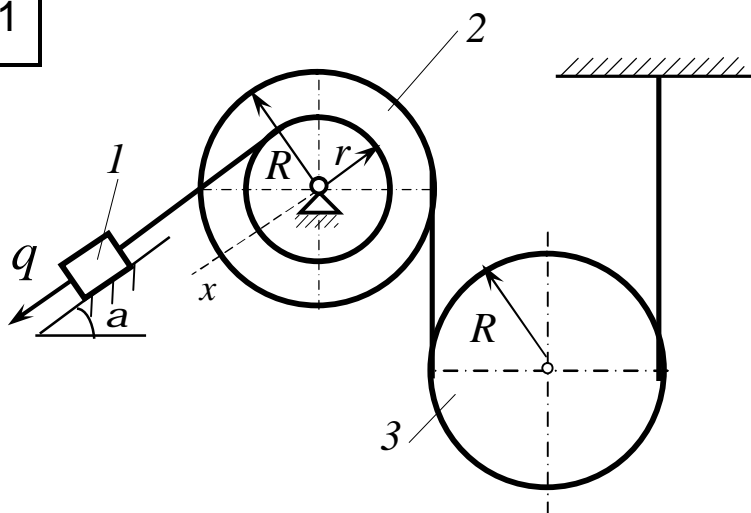
Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .

Кінетичну енергію

системи  $T = f(\Phi)$ .

21



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

тіло 3 – диск  
радіуса  $R_3$ ;

маса тіла 2

розподілена по

ободу;  $R_2=R$ ;  $R_2=R_3$ 

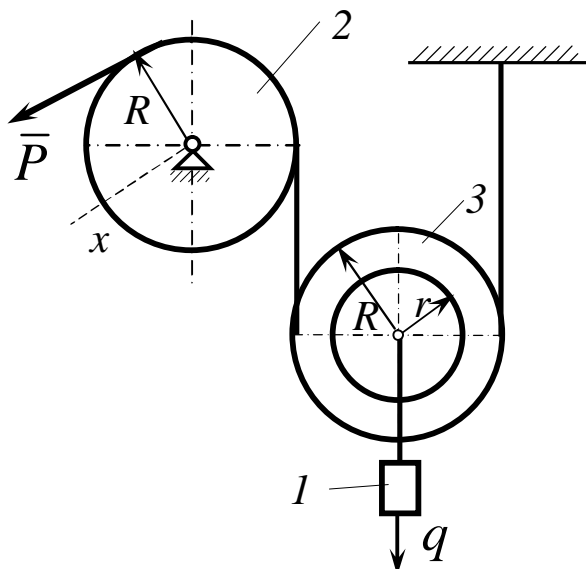
Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .

Кінетичну енергію

системи  $T = f(\Phi)$ .

22



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m;$$

$$m_3=m/3;$$

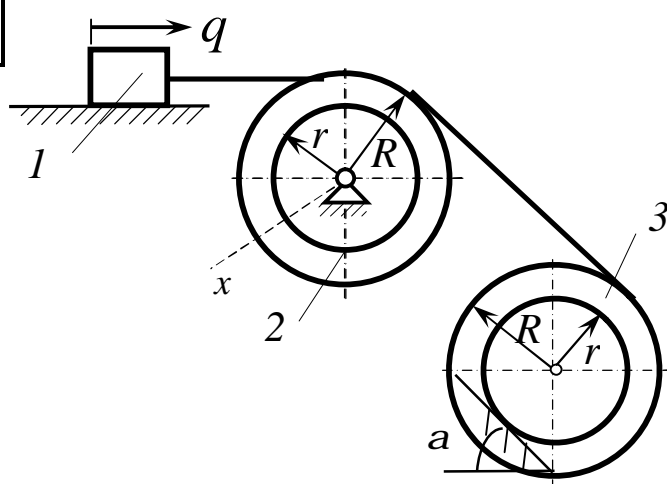
$$i_{2x}=2r; P=mg;$$

$$R/r=3.$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\xi)$ .

23



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m;$$

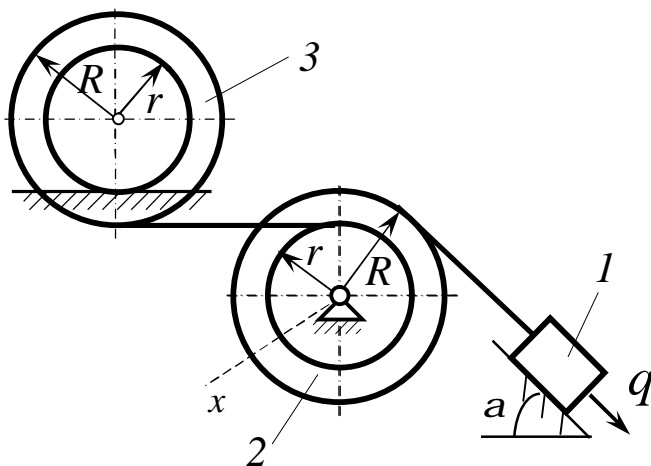
$$m_3=m; i_{2x}=3r;$$

$$R/r=2.$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\xi)$ .

24



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m;$$

$$m_3=3m;$$

$$\text{тіло 2 - диск};$$

$$R/r=3;$$

$$\text{маса тіла 3}$$

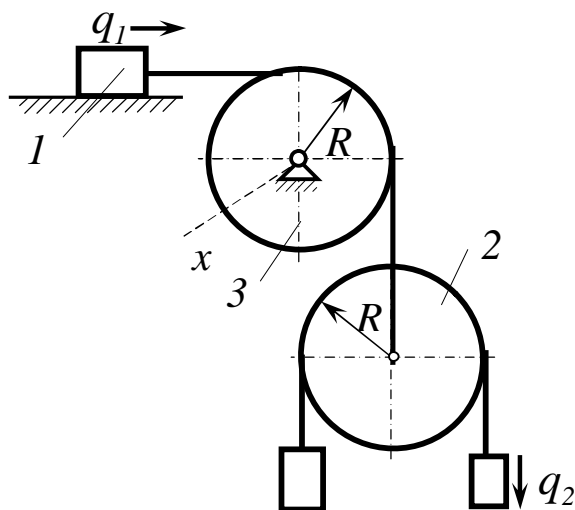
$$\text{розподілена по}$$

$$\text{ободу.}$$

Знайти:

Узагальнену силу  $Q$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\xi)$ .

25



Дано:

$m_1=3m; m_2=m; m_3=m;$   
 $m_4=2m; m_5=m;$   
 тіла 3 та 4 – диски.

Знайти:

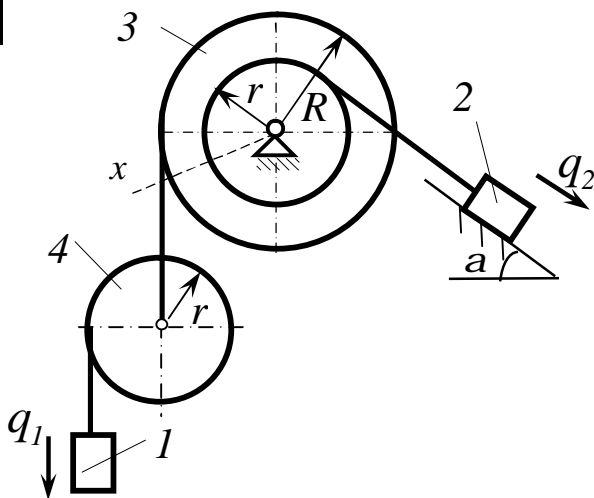
Узагальнену силу

 $Q_1, Q_2.$ 

Кінетичну енергію системи

 $T = f(\xi_1, \xi_2).$ 

26



Дано:

$m_1=m; m_2=2m;$   
 $m_3=3m;$   
 тіло 2 – диск;  $R/r=3;$   
 маса тіла 3  
 розподілена по ободу

Знайти:

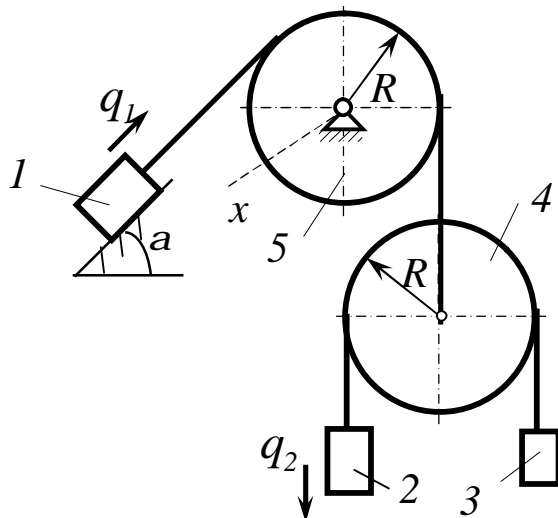
Узагальнену силу

 $Q_1, Q_2.$ 

Кінетичну енергію системи

 $T = f(\xi_1, \xi_2).$ 

27



Дано:

$m_1=m; m_2=2m;$   
 $m_3=3m;$   
 тіло 2 – диск;  $R/r=3;$   
 маса тіла 3  
 розподілена по ободу

Знайти:

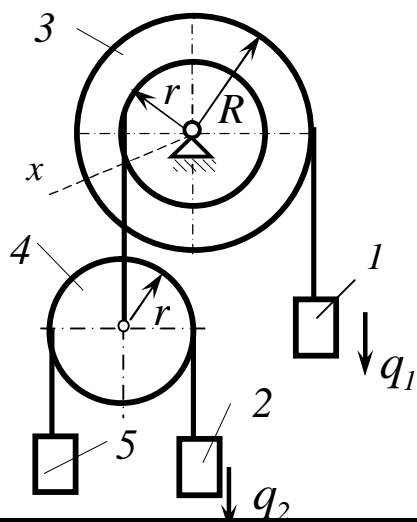
Узагальнену силу

 $Q_1, Q_2.$ 

Кінетичну енергію системи

 $T = f(\xi_1, \xi_2).$

28



Дано:

$$m_1=3m; m_2=m; m_3=m/3;$$

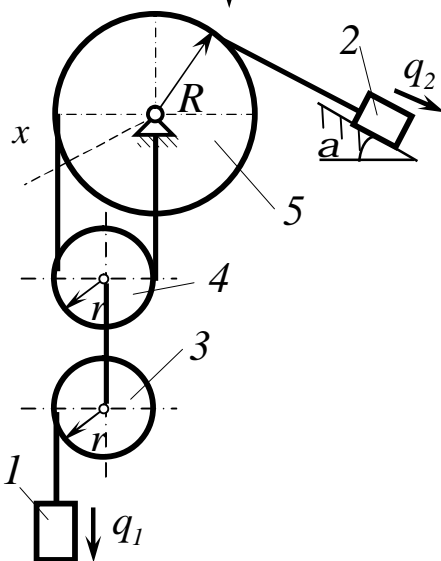
$$m_4=2m; m_5=m; i_{3x}=2r;$$

тіло 4 – диск;  $R_3/r_3=3$ .

Знайти:

Узагальнену силу  $Q_1, Q_2$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\xi_1, \xi_2)$ .

29



Дано:

$$m_1=5m; m_2=2m; m_3=m;$$

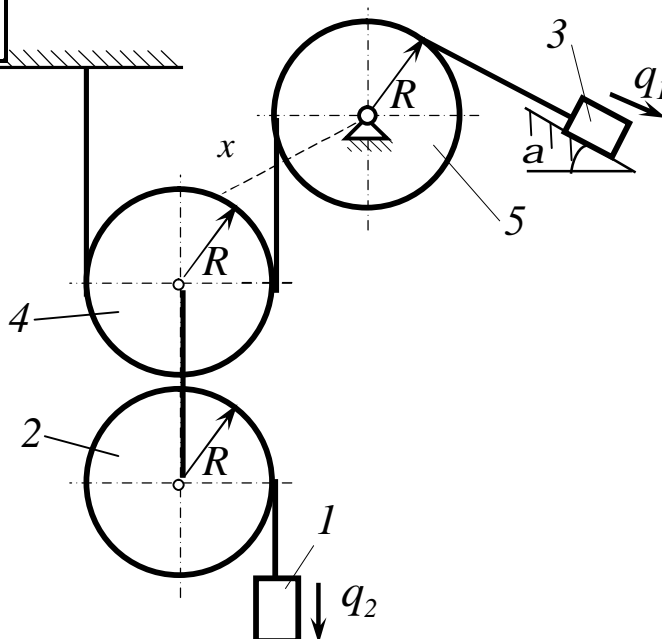
$$m_4=m; m_5=3m;$$

тіла 3 та 4 – диски.  
маса тіла 5 розподілена по ободу

Знайти:

Узагальнену силу  $Q_1, Q_2$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\xi_1, \xi_2)$ .

30



Дано:

$$m_1=m; m_2=2m; m_3=3m;$$

$$m_4=2m; m_5=2m;$$

тіла 2 та 4 – диски.  
маса тіла 5 розподілена по ободу

Знайти:

Узагальнену силу  $Q_1, Q_2$ .  
Кінетичну енергію системи  $T = f(\xi_1, \xi_2)$ .

# 2САМОСТІЙНІ РОБОТИ З ТЕОРІЇ

## *T.9. Динаміка матеріальної точки*

### Варіант 1

- 1 Дати визначення динаміки.
- 2 Сформулювати третій закон динаміки (про сили дії та протидії).
- 3 Записати диференціальне рівняння руху точки у векторній формі.
- 4 Сформулювати другий закон динаміки (закон Ньютона).
- 5 Точка рухається вздовж горизонтальної осі  $x$  під дією горизонтальної сили  $F = 3V(H)$ . Знайти закон змінення швидкості  $V = f(t)$ , якщо  $V_0 = 10 \text{ м/с}$ .

### Варіант 2

- 1 Дати визначення матеріальної точки.
- 2 Сформулювали четвертий закон динаміки (закон незалежності дії сил).
- 3 Записати диференціальне рівняння руху точок в координатній формі.
- 4 Сформулювати першу задачу динаміки.
- 5 Точка рухається вздовж горизонтальної осі  $x$  під дією горизонтальної сили  $F = 2x(H)$ . Знайти залежність  $V = f(x)$ , якщо  $x_0 = 2 \text{ м}$ ?  $V_0 = 1 \text{ м/с}$ .

### Варіант 3

- 1 Дати визначення сили.
- 2 Сформулювати перший закон динаміки (закон інерції).
- 3 Записати диференціальне рівняння руху точки в проєкціях на натуральні осі.

- 4 Сформулювати другу задачу динаміки.
- 5 Точка рухається вздовж горизонтальної осі  $x$  під дією горизонтальної сили  $F = 2t$  (Н). Знайти закон зміння руху  $V = f(t)$ , якщо  $V_0 = 2$  м/с.

## ***Т.10. Коливання точки та відносний рух матеріальної точки***

### Варіант 1

- 1 Вивести диференціальне рівняння вільних коливань з урахуванням сили опору, пропорційної швидкості руху.
- 2 Записати окреме рішення диференціального рівняння вимушених коливань без урахування опору.
- 3 записати формулу для визначення періоду вільних коливань.
- 4 Дати визначення амплітуди вільних коливань.
- 5 Записати динамічну теорему Коріоліса та сформулювати її.

### Варіант 2

- 1 Вивести диференціальне рівняння вимушених коливань з урахуванням сили опору.
- 2 Записати рішення диференціального рівняння вільних коливань.
- 3 Записати формулу для визначення частоти вільних коливань.
- 4 Сформулювати поняття “статична деформація пружини”.
- 5 Сформулювати окремий випадок відносного руху по інерції. Записати формулу.

### Варіант 3

- 1 Вивести диференціальне рівняння вертикальних вільних коливань точки.
- 2 Записати окреме рішення диференціального рівняння вимушених коливань без опору та у випадку резонансу.
- 3 Записати формулу для визначення початкової фази вільних коливань.

- 4 Які коливання називаються згасаючими?
- 5 Записати і сформулювати 3-й окремий випадок відносного руху (принцип класичної механіки).

#### Варіант 4

- 1 Вивести диференціальне рівняння вимушених коливань без урахування сили опору.
- 2 Записати рішення диференціального рівняння згасаючих коливань ( $k > n$ ).
- 3 Які коливання називаються вільними?
- 4 Записати формулу для визначення амплітуди вільних коливань.
- 5 Сформулювати та записати окремий випадок відносного руху – відносний спокій.

#### Варіант 5

- 1 Вивести диференціальне рівняння вільних коливань точки.
- 2 Записати рішення диференціального рівняння вільних коливань при існуванні опору, пропорційного швидкості у випадку  $n > k$  (у випадку аперіодичного руху точки).
- 3 Які коливання називаються вимушеними?
- 4 Записати формулу для визначення статичної деформації пружини.
- 5 Сформулювати особливості окремого випадку відносного руху на поверхні Землі (рух в північній півкулі).

#### Варіант 6

- 1 Вивести диференціальне рівняння вимушених коливань з урахуванням сили опору.
- 2 Записати рішення диференціального рівняння вільних коливань при існуванні опору, пропорційного швидкості у випадку  $n = k$  (у випадку аперіодичного руху точки).
- 3 Дати визначення резонансу.
- 4 Записати формулу для визначення періоду вільних коливань (через статичну деформацію пружини).
- 5 Сформулювати особливості окремого випадку відносного руху поблизу поверхні Землі (вертикальне падіння).

## ***T.11. Кількість руху точки і системи. Центр мас системи***

### Варіант 1

- 1 Записати формулу і дати визначення поняття “кількість руху точки”.
- 2 Дати визначення елементарного імпульсу сили.
- 3 Записати та сформулювати теорему про змінення кількості руху точки в диференційній формі.
- 4 Записати та сформулювати теорему про змінення кількості руху системи у другій формі – теорему імпульсів.
- 5 Записати та сформулювати теорему про рух центра мас механічної системи.

### Варіант 2

- 1 Дати визначення кількості руху системи. Записати формулу.
- 2 Сформулювати властивості внутрішніх сил системи.
- 3 Записати та сформулювати теорему про змінення кількості руху точки (другу форму – теорему імпульсів).
- 4 Записати та сформулювати теорему про змінення кількості руху системи в кінцевій або інтегральній формі.
- 5 Сформулювати закони збереження положення центра мас механічної системи.

### Варіант 3

- 1 Записати формулу для визначення кількості руху тіла (використовуючи поняття “центр мас”) та дати визначення.
- 2 Пояснити термін “повний імпульс сили”.
- 3 Записати та сформулювати теорему про змінення кількості руху точки в інтегральній формі.



- 4 Сформулювати теорему про змінення кількості руху системи в інтегральній формі.
- 5 Дати визначення центра мас механічної системи. Записати формулу для визначення однієї з координат центра мас механічної системи.

## ***Т.12. Геометрія мас. Кінетичний момент. Диференціальне рівняння обертального руху твердого тіла***

### Варіант 1

- 1 Записати та сформулювати теорему про змінення кінетичного моменту точки відносно центра.
- 2 Кінетичний момент при обертальному русі твердого тіла (формула та визначення).
- 3 Момент інерції системи відносно центра (формула та визначення).
- 4 Момент інерції стрижня відносно його центра (формула та визначення).
- 5 Записати диференціальні рівняння плоского руху твердого тіла.

### Варіант 2

- 1 Записати та сформулювати теорему про змінення кінетичного моменту сил системи відносно осі.
- 2 Кінетичний момент точки відносно центра (дати визначення).
- 3 Момент інерції системи відносно осі (формула та визначення).
- 4 Момент інерції диску відносно центра (формула).
- 5 Теорема Штейнера про моменти інерції відносно паралельних осей.

### Варіант 3

- 1 Сформулювати закони збереження кінетичних моментів.

- 2 Кінетичний момент системи відносно центра (дати визначення).
- 3 Записати формулу для моментів інерції системи відносно координатних осей.
- 4 Записати формулу для момента інерції кільця відносно його центра.
- 5 Диференціальне рівняння обертального руху твердого тіла.

### ***Т.13. Кінетична енергія точки та системи. Робота сили.***

#### Варіант 1

- 1 Викласти формулу для визначення кінетичної енергії твердого тіла при обертальному русі.
- 2 Записати формулу аналітичного виразу елементарної роботи сили.
- 3 Записати формулу для визначення роботи сили тертя ковзання і пояснити її.
- 4 Записати формулу для визначення кінетичної енергії системи матеріальних точок.
- 5 Записати та сформулювати теорему про змінення кінетичної енергії системи в інтегральній формі.

#### Варіант 2

- 1 Доказати та сформулювати теорему про змінення кінетичної енергії точки в диференціальній формі.
- 2 Записати формулу для визначення елементарної роботи сили  $\vec{F}$  на переміщенні  $d\vec{S}$ .
- 3 Записати формулу для визначення роботи лінійної сили пружності.
- 4 Записати формулу для визначення кінетичної енергії системи тіл.
- 5 Записати формулу та сформулювати, чому дорівнює робота сили ваги.

### Варіант 3

- 1 Викласти формулу для визначення кінетичної енергії твердого тіла при його плоскому русі.
- 2 Записати формулу для визначення елементарної роботи сили  $\vec{F}$ , якщо положення точки задається радіус-вектором  $\vec{r}$ .
- 3 Записати формулу для визначення кінетичної енергії точки.
- 4 Записати формулу для визначення роботи моменту опору кочення.
- 5 Записати та сформулювати, чому дорівнює робота внутрішніх сил твердого тіла.

### Варіант 4

- 1 Викласти формулу для визначення роботи моменту сили при обертальному русі.
- 2 Записати формулу для визначення елементарної роботи сили  $\vec{F}$ , прикладеної до точки, яка рухається зі швидкістю  $\vec{V}$ .
- 3 Записати формулу для визначення кінетичної енергії твердого тіла при поступальному русі.
- 4 Записати формулу для визначення роботи лінійної сили пружності.
- 5 Записати і сформулювати теорему про змінення кінетичної енергії точки в інтегральній формі.

### Варіант 5

- 1 Довести та сформулювати теорему про змінення кінетичної енергії системи в диференціальній формі.
- 2 Записати одну із формул для визначення повної роботи сили.
- 3 Записати формулу для визначення роботи сил тертя ковзання.
- 4 Записати формулу для визначення кінетичної енергії твердого тіла при його обертальному русі.
- 5 Записати та сформулювати, чому дорівнює робота моменту опору коченню.

## Варіант 6

- 1 Записати формулу для визначення роботи сили ваги.
- 2 Записати формулу для визначення потужності сили.
- 3 Записати формулу для визначення кінетичної енергії тіла при плоскому русі.
- 4 Записати формулу для визначення кінетичної енергії тіла при плоскому русі.
- 5 Записати та сформулювати теорему про змінення кінетичної енергії точки в диференціальній формі.

## ***Т.14. Принцип Даламбера та принцип можливих переміщень***

### Варіант 1

- 1 Записати та сформулювати принцип Даламбера для матеріальної точки.
- 2 Викласти формулу для визначення головного моменту сил інерції системи (друге слідство принципу Даламбера).
- 3 Сформулювати поняття “можливе переміщення”.
- 4 Сформулювати поняття геометричних та кінематичних в’язей.
- 5 Чому гладка поверхня являється ідеальною в’язю?

### Варіант 2

- 1 Записати та сформулювати принцип можливих переміщень.
- 2 Викласти формулу для визначення головного вектора сил інерції системи (перше слідство принципу Даламбера).
- 3 Сформулювати умову ідеальності в’язей.
- 4 Сформулювати поняття “голономна” та “неголономна” в’язь.
- 5 Яка в’язь називається стаціонарною?

### Варіант 3

- 1 Записати та сформулювати принцип Даламбера для системи.
- 2 Отримати та сформулювати третє слідство із принципу Даламбера (про суму робіт сил інерції).
- 3 Дати визначення звільняючої та не звільняючої в'язі.
- 4 Чим можливе переміщення відрізняється від реального?
- 5 Чому невагома нитка є ідеальною в'яззю?

## ***Т.15. Загальне рівняння динаміки та рівняння Лагранжа II роду (спрощені варіанти)***

### Варіант 1

- 1 Записати та сформулювати загальне рівняння динаміки для системи з ідеальними в'язями.
- 2 Записати формулу для визначення узагальненої сили. Назвати величини, які входять в цю формулу.
- 3 Сформулювати умови рівноваги системи в узагальнених координатах.
- 4 Дати визначення узагальненої координати.
- 5 Записати формулу для визначення головного моменту сил інерції. Вказати його напрямок.

### Варіант 2

- 1 Записати та сформулювати рівняння Лагранжа.
- 2 До чого зводяться сили інерції точок тіла, що здійснює плоский рух?
- 3 Записати загальне рівняння динаміки для системи з будь-якими в'язями.
- 4 Дати визначення “узагальнена швидкість”, її позначення.

- 5 Записати формулу для визначення кінетичної енергії пустотілого циліндра, що обертається.

### Варіант 3

- 1 Записати та сформулювати загальне рівняння динаміки в узагальнених координатах.
- 2 До чого приводяться сили інерції точок тіла, яке рухається поступально? Записати формулу для визначення цієї величини. Визначити її напрямок.
- 3 Записати рівняння Лагранжа для системи з двома ступенями свободи.
- 4 Записати формулу для визначення головного моменту інерції.
- 5 Записати формулу для визначення кінетичної енергії твердого тіла при обертальному русі суцільного циліндра.

## ***Т.16. Загальне рівняння динаміки та рівняння Лагранжа II роду (ускладнені варіанти)***

### Варіант 1

- 1 Записати та сформулювати загальне рівняння динаміки для системи з будь-якими в'язями.
- 2 Що називають узагальненою координатою?
- 3 Сформулювати умови рівноваги системи в узагальнених координатах.
- 4 Розрахувати кінетичну енергію однорідного стержня відносно осі, перпендикулярної до стержня, що проходить через кінець стержня.
- 5 Записати формулу, яка використовується при рішенні задач для визначення узагальненої сили.

## Варіант 2

- 1 Записати та сформулювати рівняння Лагранжа для випадку потенціальних сил.
- 2 До чого приводяться сили інерції точок тіла, що обертається? Записати формулу для цієї величини.
- 3 Розрахувати кінетичну енергію диска, що обертається, якщо його маса розподілена по ободу, а ось обертання проходить через центр.
- 4 Записати загальне рівняння динаміки для системи з ідеальними в'язями.
- 5 Сформулювати поняття “узагальнена швидкість”, дати її позначення.

## Варіант 3

- 1 Записати та сформулювати загальне рівняння динаміки в узагальнених координатах
- 2 Записати формулу для визначення головного вектора сил інерції. Як спрямовано цей вектор?
- 3 Записати формулу для визначення узагальненої сили, отриманої від дії сил інерції.
- 4 Розрахувати кінетичну енергію однорідного стержня, що обертається, якщо ось оберту проходить через його центр.
- 5 Дати визначення поняття “узагальнена координата”.

## Варіант 4

- 1 Записати та сформулювати загальне рівняння динаміки для системи з ідеальними в'язями.
- 2 Дати визначення узагальненої швидкості.
- 3 Записати формулу для визначення узагальненої сили.
- 4 Записати формулу для визначення кінетичної енергії диска, що обертається.
- 5 Записати формулу для визначення головного вектора сил інерції.

## Варіант 5

- 1 Записати та сформулювати рівняння Лагранжа II роду.
- 2 Записати формулу для визначення головного моменту сил інерції. Вказати його напрямок.
- 3 Дати визначення узагальненої координати, привести її позначення.
- 4 Записати формулу для визначення узагальненої сили інерції.
- 5 Записати формулу для визначення кінетичної енергії однорідного стержня, який обертається навколо осі, яка проходить через його центр.

## Варіант 6

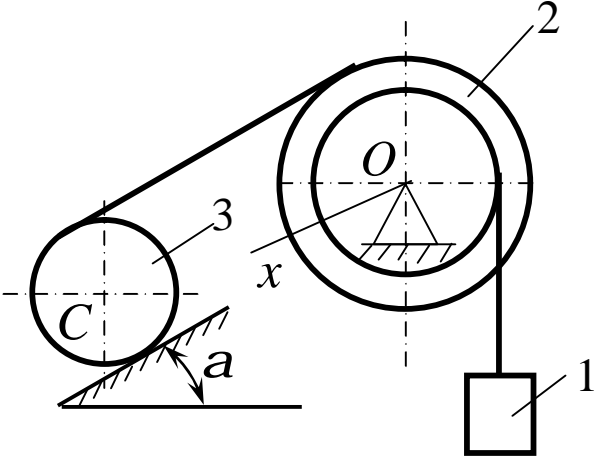
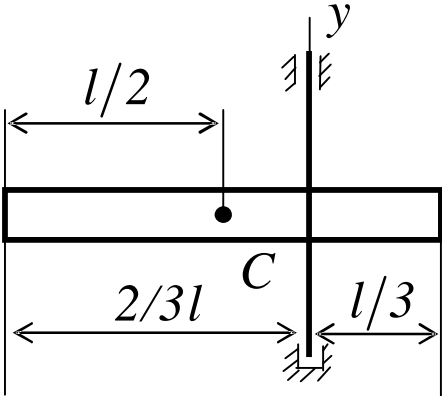
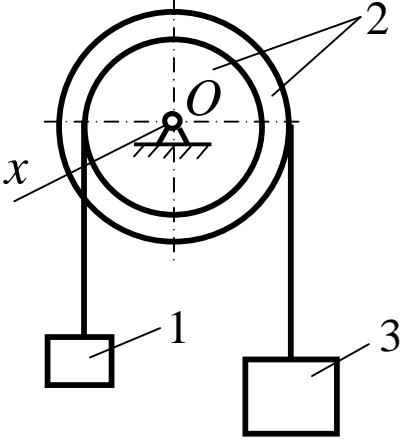
- 1 Записати та сформулювати умови рівноваги системи в узагальнених координатах.
- 2 До чого приводяться сили інерції точок твердого тіла, яке рухається поступально? Записати формулу для визначення цієї величини.
- 3 Розрахувати кінетичну енергію диска, який обертається навколо осі, що проходить через його центр, якщо маса диска розподілена по ободу.
- 4 Записати формулу для визначення узагальненої сили (формулу, яку використовують при теоретичних доказах).
- 5 Записати формулу для визначення головного моменту сил інерції системи.



# КР3. Динаміка

## Варіант I

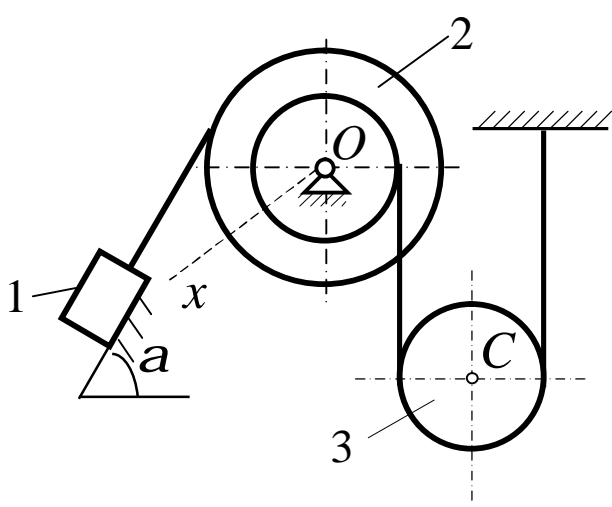
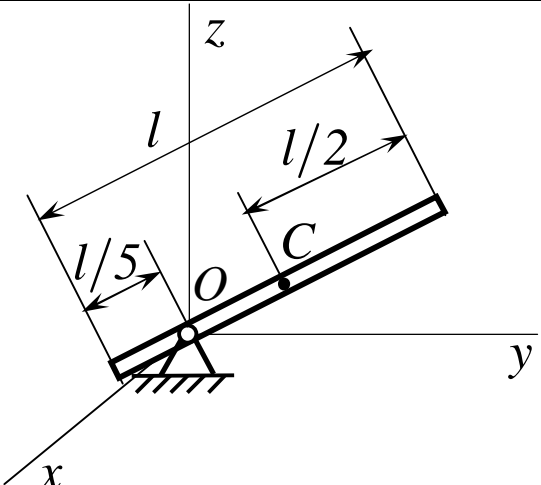
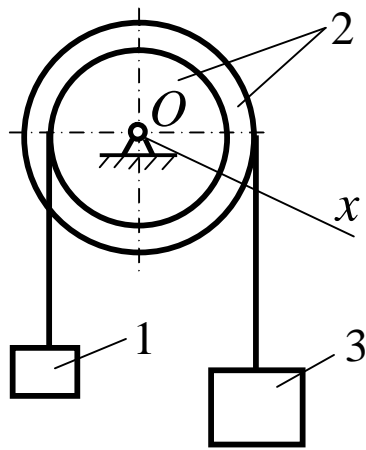
	<p><b>Задача 1</b></p> <p>Механічна система складається із вантажу 1, який переміщується вниз на відстань <math>S = 2\text{м}</math>, блока 2 і катка 3.</p> <p>Визначити швидкість вантажу 1, якщо в початковий момент часу система перебувала у спокої і задані такі величини:</p> $m_1 = 3m; m_2 = 2m; m_3 = m;$ $f = 0,1; \delta = 0,1\text{см}; S = 2\text{м};$ $R_3 = 0,4\text{м}; R_2 = 0,4\text{м}; r_2 = 0,2\text{м}; \alpha = 30^\circ; \beta = 60^\circ.$ <p>Каток 3 – однорідний диск, блок 2 вважати однорідним кільцем радіуса <math>R_2</math>.</p>
	<p><b>Задача 2</b></p> <p>Визначити момент інерції стержня відносно осі <math>x</math>. Маса стержня <math>m = 20\text{кг}</math>, довжина <math>l = 4\text{м}</math>.</p>
	<p><b>Задача 3</b></p> <p>Визначити кінетичний момент системи відносно осі <math>x</math> маси тіл <math>m_1 = 1\text{кг}</math>; <math>m_2 = 5\text{кг}</math>; <math>m_3 = 2\text{кг}</math>. Радіус інерції <math>i_{2x} = 4\text{м}</math>; <math>R = 2r = 6\text{м}</math>. Тіло 2 обертається навколо осі <math>x</math> з кутовою швидкістю <math>\omega = 2\text{с}^{-1}</math>.</p>

	<p><b>Задача 1</b>                  Механічна система складається із вантажу 1, який переміщується вниз на відстань <math>S</math>, блока 2 і катка 3.                  Визначити швидкість вантажу 1, якщо в початковий момент часу система перебувала у спокої і задані такі величини:  <math>m_1=4m</math>; <math>m_2=2m</math> ; <math>m_3=m</math>;  <math>\delta=0,2\text{м}</math>; <math>S=3\text{м}</math>; <math>\alpha=30^\circ</math>.                  Тіло 3 - диск радіуса <math>R_3=0,2\text{м}</math>.  <math>r_2 = R_2/3</math>.                  Радіус інерції блока 2 <math>i_{2x}=\sqrt{3} r_2</math>.</p>
	<p><b>Задача 2</b>                  Визначити момент інерції стержня відносно осі <math>y</math>, якщо його маса <math>m=10\text{кг}</math>; довжина <math>l=3\text{м}</math>.</p>
	<p><b>Задача 3</b>                  Визначити кінетичний момент системи відносно осі <math>x</math>, якщо маси тіл <math>m_1=4\text{кг}</math>; <math>m_2=3\text{кг}</math>; <math>m_3=1\text{кг}</math>. Радіус інерції блока 2 <math>i_{2x}=\sqrt{2} R</math> ; <math>R=3r=0,3\text{м}</math>. Тіло 1 рухається вниз зі швидкістю <math>v=10\text{ м/с}</math>.</p>

	<p><b>Задача 1</b>                  Механічна система складається із вантажу 1, який переміщується вниз на відстань <math>S</math>, блока 2 і катка 3.                  Визначити швидкість вантажу 1, якщо в початковий момент часу система перебувала у спокої і задані такі величини:  <math>m_1=5\text{м}; m_2=m; m_3=10\text{м};</math>  <math>f=0,2; \delta=0,1\text{см}; S=0,5\text{м};</math>  <math>\alpha =30^\circ.</math>                  Блок 3 - однорідне кільце, радіус інерції катка 2 <math>i_{2x}=\sqrt{2} R_2;</math>  <math>R_2=4r_2=0,12\text{м}.</math></p>
	<p><b>Задача 2</b>                  Обчислити момент інерції диска відносно осі <math>x_1</math>, якщо його маса <math>m=5\text{кг}, R=0,4\text{м}.</math></p>
	<p><b>Задача 3</b>                  Визначити кінетичний момент системи відносно осі <math>z</math>, якщо маса матеріальної точки 1 <math>m_1 =5\text{кг};</math> маса стержня 2 <math>m_2=40\text{кг},</math> його довжина <math>l=6\text{м};</math> <math>l_1= l/3.</math>                  Система обертається навколо осі <math>z</math> з кутовою швидкістю <math>\omega=10\text{ с}^{-1}.</math></p>

	<p><b>Задача 1</b>                  Механічна система складається із вантажу 1, який переміщується вниз на відстань <math>S</math>, блоків 2 і 3, та вантажу 4.                  Визначити швидкість вантажу 1, якщо в початковий момент часу система перебувала у спокої і задані такі величини:  <math>m_1=10m</math>; <math>m_2=2m</math> ; <math>m_3=4m</math>;  <math>m_4=m</math>;  <math>f=0,1</math>; <math>S=4m</math>; <math>\alpha =30^0</math>.</p>
	<p><b>Задача2</b>                  Визначити момент інерції стержня відносно осі <math>x</math>, якщо його маса <math>m=10\text{кг}</math>, довжина <math>l=1,8\text{м}</math>.</p>
	<p><b>Задача 3</b>                  Визначити кінетичний момент системи відносно осі <math>x</math>, якщо маси тіл <math>m_1=2\text{кг}</math>; <math>m_2=3\text{кг}</math>; <math>m_3=1\text{кг}</math>. Радіус інерції <math>i_{2x}=\sqrt{3}r</math> м; <math>r=0,5R=0,2\text{м}</math>. Тіло 2 обертається навколо осі <math>x</math> з кутовою швидкістю <math>\omega =4\text{с}^{-1}</math>.</p>

	<p><b>Задача 1</b>                  Механічна система складається із вантажу 1, який переміщується вниз на відстань <math>S</math>, блока 2 і катка 3.                  Визначити швидкість вантажу 1, якщо в початковий момент часу система перебувала у спокої і задані такі величини:  <math>m_1=6m</math>; <math>m_2=4m</math>; <math>m_3=m</math>; <math>f=0,25</math>;  <math>\delta=0,1\text{см}</math>; <math>S=0,5\text{м}</math>; <math>\alpha=30^\circ</math>; <math>\beta=60^\circ</math>.                  Радіус інерції блока 2 <math>i_{2x}=2r_2</math>;                  каток 3 – кільце радіуса <math>R_3=0,2\text{м}</math>. <math>R_2=3r_2</math>.</p>
	<p><b>Задача 2</b>                  Обчислити момент інерції диска масою <math>m=2\text{кг}</math> та радіуса <math>R=0,6\text{м}</math> відносно осі <math>Ox</math>, якщо <math>OC=\frac{1}{3}R</math>.</p>
	<p><b>Задача 3</b>                  Визначити кінетичний момент системи відносно осі <math>z</math>, якщо кільце 1 можна вважати матеріальною точкою масою <math>m_1=2\text{кг}</math>, а стержень <math>m_2=10\text{кг}</math>, довжину <math>l=1,2\text{м}</math>, кільце знаходиться на відстані <math>a=0,8\text{м}</math> від осі обертання. Кутова швидкість обертання <math>\omega=4\text{с}^{-1}</math>.</p>

	<p><b>Задача 1</b>                  Механічна система складається із вантажу 1, який переміщується вниз на відстань <math>S</math>, блока 2 і катка 3.                  Визначити швидкість вантажу 1, якщо в початковий момент часу система перебувала у спокої і задані такі величини:  <math>m_1=5m</math>; <math>m_2=10m</math>; <math>m_3=2m</math>;  <math>f=0,2</math>; <math>S=0,2m</math>; <math>\alpha =60^0</math>.                  Блок 3 – вважати однорідним диском, блок два має радіус інерції <math>i_{2x}=\sqrt{3} r_2</math>; <math>R_2=3r_2</math>.</p>
	<p><b>Задача 2</b>                  Обчислити момент інерції стержня відносно осі <math>x</math>, якщо його маса <math>m=2\text{кг}</math>, довжина <math>l=1\text{м}</math>.</p>
	<p><b>Задача 3</b>                  Визначити кінетичний момент системи відносно осі <math>z</math>.                  Маса тіл <math>m_1= 6\text{кг}</math>; <math>m_2=4 \text{ кг}</math>; <math>m_3=2 \text{ кг}</math>. Радіус інерції тіла 2 <math>i_{2x}= 2r</math>; <math>r =0,3R=0,1\text{см}</math>. Тіло 1 рухається вниз зі швидкістю <math>V_1 = 2\text{м/с}</math>.</p>

## Рекомендована література

- 1 Никитин Н.Н. Курс теоретической механики: Учеб. для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов. – М.:Высш. шк., 1990. – 607с.
- 2 Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 416с.
- 3 Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, 1990. –  
Т.1: Статика и кинематика. – 1990. – 670с.  
Т.2: Динамика. – 1991. 640с.

Навчальне видання

Олена Георгіївна Водолазська  
Юрій Олександрович Єрфорт  
В'ячеслав Михайлович Іскрицький  
Сергій Володимирович Подлесний  
Олександр Миколайович Стаднік  
Володимир Григорович Федорченко  
Борис Володимирович Плескач

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ  
ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ  
ТА КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ  
З ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ  
ЧАСТИНА II ДИНАМІКА

Редактор

Ірина Іванівна Дьякова

Підп. до друку

Формат 60x84/16.

Ризограф. друк. Ум.друк. арк.

Обл.-вид. арк..

Тираж 100 прим. Зам. №

---

ДДМА. 84313. м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72